

文章编号: 1000-8055(2008)08-1449-06

一种改进的转子系统临界转速调整方法

王东华, 刘占生, 窦 唯

(哈尔滨工业大学 能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对转子系统的临界转速最优化调整问题,在详细分析已有方法的基础上,提出一种改进的优化调整方法,以调整量最小为目标函数,达到预先给定的临界转速为约束条件,推导了优化调整模型,无需进行修正处理,简化了优化流程.对某转子系统进行最优化调整的计算结果表明,该方法不仅可得到满足要求的最优解,而且能有效的减少计算耗时.

关 键 词: 临界转速调整; 转子系统; 拉格朗日乘子法; 优化设计

中图分类号: TH133.3

文献标识码: A

Improved method for adjusting critical speeds of rotor systems

WANG Dong-hua, LIU Zhan-sheng, DOU Wei

(School of Energy Science and Engineering,
Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The problem of critical speeds optimal adjustment in rotor systems was provided and an improved method was presented based on the analysis of existing methods. Minimizing the adjustment cost was the object function and adjusting current critical speeds to the desired values was treated as a constraint. The proposed method predigests the design process without needing correction. The results of study on a rotor system show that the improved method can get the optimal solution and save much time.

Key words: critical speeds adjustment; rotor systems; lagrange-multiflier method; optimization design

转子系统的临界转速是旋转机械设计过程中必须考虑的一个重要参数.如果所设计的转子系统的临界转速在其工作转速附近,系统就会出现较大的振动,可能酿成重大事故.因此在临界转速不满足设计要求时,就要调整转子系统的结构参数,例如转轴的长度、直径、轮盘的尺寸等,来改变转子的临界转速,使之满足安全运行的要求.另一方面,这些结构参数的改变会导致其他附件,例如机匣尺寸、附属装置位置等,也需随之做适当的调整,增长了设计周期,并可能增加系统重量和占用空间,因此在满足临界转速要求的前提下系统改变量越小越好.如何有效地改变系统参数才能使临界转速达到预定临界转速,并且系统参数改变

量尽可能小,是一个比较复杂的问题.此时,若仅依据经验来进行多次反复试算,调整过程将非常繁琐,耗费大量的人力和时间,而且很难得到满足要求的最优调整方案.

国内外很多学者在转子系统的最优化设计研究中已经考虑了临界转速这一重要参数,由于系统需求的不同,有些学者将临界转速远离工作转速作为约束条件^[1-6],而另外一些学者则将临界转速逼近预定临界转速作为优化目标^[7-9].许多优化方法被用在这一设计问题中,例如以坐标轮换法^[2]、增广拉格朗日乘子法^[4]、一维搜索法^[7]等传统优化方法,和遗传算法^[1,6]、免疫-遗传混合算法^[10]等基于人工智能的现代优化算法,均取得良

收稿日期: 2008-01-03; 修订日期: 2008-04-25

作者简介: 王东华(1981-),男,山东鄄城人,博士生,研究方向为转子动力学、优化设计

好的优化效果. 当将临界转速逼近预定临界转速作为优化目标时, 若转子系统的低阶临界转速在小范围内调整, 解空间相对较简单, 一般采用传统优化算法即可找到最优解, 无需利用具有全局搜索特性的现代优化算法, 从而节约大量的计算耗时, 缩短设计周期.

由于转子系统的临界转速与设计变量之间的关系是非线性的, 不能直接由数学表达式描述, 所以临界转速调整模型需进行简化, 才可用传统优化方法求解, 利用得到的解更新该简化模型, 然后继续求解, 直至收敛为止. 简化后的优化模型相对比较简单, 采用拉格朗日乘子法可以直接得出设计变量的表达式, 相对一维搜索法等其他基于梯度的方法, 简化了基于梯度搜索的过程, 缩短了计算时间, 故被文献[8]作为利用转子系统的试验测量值与理论计算值进行参数识别的求解方法, 但是模型的建立方式带来了搜索方向的偏差, 需采用修正处理操作, 却带来计算耗时的明显增加. 它也可用于临界转速的最优化调整, 例如钟一谔等在文献[9]中引用了该模型, 却忽略了修正操作, 得到的最优解可能具有较大的偏差.

本文针对既达到预定临界转速, 又能使初始设计系统参数的改变量最小的临界转速调整问题进行了研究, 详细分析了文献[8-9]的优化模型, 在此基础上, 提出一种改进的转子系统临界转速调整方法, 无需进行修正处理. 利用三种模型进行仿真计算的结果表明, 改进后的方法不仅可以得到满足要求的最优解, 而且能有效的减少计算时间.

1 研究问题的数学描述

假设某转子系统有 q 阶临界转速不满足设计要求, 定义预调整临界转速的给定值 N_d 与当前值 N 的偏差为向量 ΔN , n 个调整参数向量 P 的改变量为 ΔP . 转子系统的临界转速与结构参数改变量之间的函数关系 $N(\Delta P)$ 是非线性的. 定义调整参数的改变量参数为

$$f(\Delta P) = \Delta P^T \Delta P \quad (1)$$

由于调整参数区间对应的临界转速空间未知, 预定临界转速是设计人员人为确定的, 可能不在临界转速空间范围内, 从而给计算带来很大困难. 这里假设预定临界转速在该区间内, 则在 $n > q$ 时, 方程有无穷多解满足临界转速等于预定临界转速的设计要求, 为满足结构尽可能小的改变, 避免转子结构的改变过大带来的繁琐的机匣形状、附属装置位置的大尺寸调整的要求, 取结构参

数改变量最小的一组解为最优解, 即求解如下所示的最优化问题

$$\text{minimize } f(\Delta P) = \Delta P^T \Delta P \quad (2)$$

$$\text{subject to: } \Delta N = N(\Delta P) - N_d = 0 \quad (3)$$

2 已有临界转速调整模型分析

首先介绍了已有的临界转速调整模型, 并给出了详细的理论分析. 为了描述方便, 将文献[8]中的模型标示为模型 I, 文献[9]中的模型为模型 II, 本文提出的模型为模型 III

在文献[8]中 Done 将实验测得的临界转速值和理论值进行结合, 建立了模型 I, 用于辨识未知的系统参数, 并对理论模型的转轴单元的刚度进行了修正, 取得良好的效果.

将公式(3)在当前设计状态下进行泰勒展开, 可得

$$\Delta N = J \Delta P + \frac{1}{2} \Delta P^T J_2 \Delta P + \dots \quad (4)$$

其中 J, J_2 分别为当前临界转速对调整参数的一、二阶导数矩阵, 即灵敏度矩阵, 可由差商法(增量法)^[2]、临界转速对调整参数的导数^[9]、接纳法^[11]等灵敏度分析方法得出, 本文采用导数的方法进行求解, 计算过程不在此详述. 在临界转速在小范围内变化时, 对公式(4)取一阶项近似, 即可得到

$$\Delta N = N - N_0 = J \Delta P \quad (5)$$

联立方程(3)和(5), 并采用拉格朗日乘子法进行求解, 可以得出调整参数的求解公式

$$\Delta P = J^T (J J^T)^{-1} \Delta N \quad (6)$$

然后就可得到调整后的转子结构. 由于方程(5)的近似处理, 调整过程中灵敏度矩阵 J 是随着设计状态的改变而变化的, 求出的 ΔP 并不能满足公式(3), 因此需更新优化求解模型中参数 ΔP 和 J , 采用公式(6)进行多次迭代计算, 直至得到满足预定临界转速的解. 设在每次迭代过程中得到的调整参数改变量为 ΔP_i , 则实际优化的数学模型为

$$\text{minimize } f(\Delta P_i) = \Delta P_i^T \Delta P_i \quad (7)$$

$$\text{subject to: } \Delta N = J \Delta P_i \quad (8)$$

最终得到总的改变量为

$$\Delta D_p = \sum \Delta P_i \quad (9)$$

由于在式(7)的优化目标为当前迭代步中的改变量最小, 导致 ΔD_p 并不是真实的最小绝对改变量. 定义真实的最小绝对改变量 ΔD , 对应的最小化函数为

$$\text{minimize } g(\Delta D) = \Delta D^T \Delta D \quad (10)$$

并且 ΔD 与 ΔD_p 满足如下关系

$$J(\Delta D - \Delta D_p) = 0 \quad (11)$$

进而,由拉格朗日乘子法联立方程(10)和(11)求解出 ΔD 为

$$\Delta D = J^T (JJ^T)^{-1} J \Delta D_p \quad (12)$$

同样,由于 J 的变化,求出的 ΔD 可能不满足公式(3),需联立公式(6)进行多次迭代,直至得到满足预定临界转速要求的解 ΔD_{final} ,Done 认为这才是最优解.模型 I 的整个计算流程图如图 1 所示.

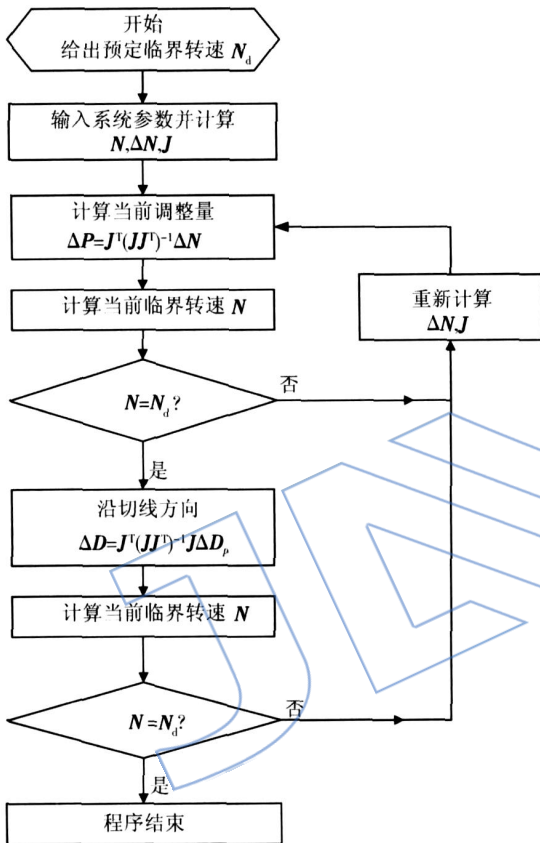


图 1 模型 I 的计算流程图

Fig. 1 Flow chart of the mathematical model I

由分析可知,迭代步中的解 ΔP_i 是相对于迭代中的当前设计状态下的最小改变量,而不是相对于最初设计状态下的最小量,故在迭代过程中改变了搜索方向,导致得到的 ΔD_p 不是最小值,需要通过公式(9)~(12)进行修正,得到的 ΔD_{final} 才是比较逼近真实解的最终调整结果.并且对于公式(11),模型 I 描述 ΔD 在该迭代状态下的切方向,却并未给出详细的理论依据.

文献[9]中的模型 II 引用了上述方法研究了临界转速调整问题,但没有采用上述的修正处理,直接将 ΔD_p 作为最终的调整参数,虽满足达到预定临界转速这一要求,但并不是最小改变量,与真

实的最优解可能存在很大偏差,给设计过程和其他部件的协调工作带来很大麻烦,在应用过程中存在很大局限性.

3 改进的临界转速调整模型

在对模型 I, II 的理论分析基础上,提出一种改进的转子系统临界转速调整方法(模型 III),具有更简单的程序流程,减少了计算量,并且可以得出精确的优化结果,下面将进行详细的介绍.

设初始的设计状态的设计参数为 P_0 ,在进行第 i 次迭代后,得到的设计参数为 P_i ,定义调整参数的绝对改变量,即 $\Delta Q_i = P_i - P_0$,为模型中的自变量.在第 i 次迭代时的优化求解模型为

$$\text{minimize } f(\Delta Q_i) = \Delta Q_i^T \Delta Q_i \quad (13)$$

$$\text{subject to: } J(\Delta Q_i - \Delta Q_{i-1}) - \Delta N = 0 \quad (14)$$

通过拉格朗日乘子法求解该模型的最小值,即可得到

$$\Delta Q_i = J(JJ^T)^{-1} \Delta N + J \Delta Q_{i-1} \quad (15)$$

求解出 ΔQ_i 之后,可求出转子的设计参数 P_i ,继而求出转子的临界转速,若待调整临界转速不等于预定的临界转速,更新 J 和 ΔN ,利用公式(15)进行继续迭代,直至满足临界转速的要求为止.采用此改进的方法最终得到的 ΔQ_{final} 即为调整参数的绝对改变量,与文献[8]中的 ΔD_{final} 含义相同,故不需要再进行修正处理,并且在迭代过程中,始终保持以下一个设计状态点与最初设计状态点之间的改变量最小为优化目标,减少了迭代过程中迭代方向改变带来的影响.改进的模型的计算流程图如图 2 所示.

也可利用此改进方法的思想来分析模型 I 中

公式(11)的物理意义.若用 $\Delta Q_k = \sum_{i=1}^k P_i$ 表示迭代 k 次后的调整变量的绝对变化值,则在第 k 次迭代过程内,两模型中的设计变量之间存在关系 $\Delta P_k = \Delta Q_k - \Delta Q_{k-1}$.定义公式(11)对应的设计状态为第 m 次迭代点,则在该状态下成立下式

$$J \Delta P_m = \Delta N_m \quad (16)$$

两设计变量改变量之间的关系为

$$\Delta D - \Delta D_p = \left(\Delta D - \sum_{i=1}^{m-1} \Delta P_i \right) - \left(\Delta D_p - \sum_{i=1}^{m-1} \Delta P_i \right) = (\Delta Q_m - \Delta Q_{m-1}) - \Delta P_m \quad (17)$$

联立公式(16)和(17)得

$$J(\Delta D - \Delta D_p) = J(\Delta Q_m - \Delta Q_{m-1}) - \Delta N_m = 0 \quad (18)$$

由公式(10)和(18)可以看出,这个修正过程表示在该设计状态点下,以相对于初始设计状态的设计参数绝对改变量最小为目标进行最优化计算,与改进后的模型的思想一致.需要指出的是,由于在前述的 $m-1$ 次搜索迭代过程中因优化目标的不同所带来的搜索方向的差异,模型 II 在迭代过程中并不一定能通过模型 I 的当前设计状态点.不过,在第一次迭代时,3 个模型的实际物理意义是相同的,所以第一次迭代的结果也相同.

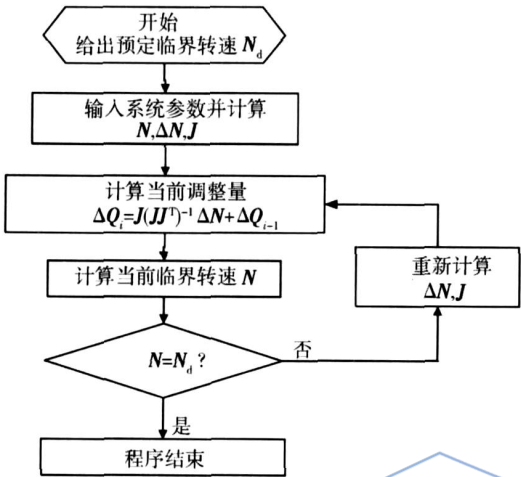


图 2 改进的计算模型的流程图

Fig. 2 Flow chart of the improved mathematical model

4 数值仿真结果分析

本节对某模化试验台的转子系统的临界转速调整问题进行了数值仿真分析.虽然模化后的转子结构比较简单,但是却可以反映出实际系统的动力学特性,比较得出 3 种调整模型的优缺点,故可作为本文的仿真模型.下面采用一个调整算例,对比了前述 3 种模型处理方式的结果,并进行了分析讨论.

4.1 研究的转子系统结构介绍

研究的单转子系统结构包括一根转轴、四个轮盘、两个轴承支承,如图 3 所示.因为系统阻尼对临界转速影响很小,并且为了分析方便起见,系统中忽略阻尼作用.采用有限元方法将转子划分为 15 个单元,16 个节点,其中四个轮盘分别作为集中质量加在节点 5,7,9,11 处,均为 39.4 kg,轴承在节点 3 和 14 处,支承刚度为 2.0×10^9 N/m,转轴的数据表如表 1 所示.

在初始设计状态下根据有限元分析程序可以算出转子系统的前三阶临界转速分别为 1 835 r/min,6 992 r/min,13 934 r/min.由于第三阶临

界转速远离转子的工作转速,所以不予考虑,主要是针对转子的第一、二阶临界转速进行优化调整设计.选转轴的单元长度或直径或轴承的支承刚度系数等结构参数为设计变量.假设临界转速偏差的 2-范数 $\|\Delta N_{\text{final}}\|$ 小于 1.0 r/min 即认为达到了预定临界转速.取优化性能评价参数为总的改变量的 2-范数 $\|\Delta P\|$.下面给出一个仿真算例分析了 3 种模型得出的结果.

表 1 转轴单元的数据表

Table 1 Table of the shaft data

单元编号	轴段单元长度/ 10^{-2} m	轴段单元直径/ 10^{-2} m
1	6.80	3.80
2	6.20	4.00
3	6.50	4.00
4	8.00	4.30
5	4.00	4.30
6	1.00	4.30
7	4.00	4.30
8	8.80	4.30
9	4.00	4.30
10	1.00	4.30
11	4.00	4.30
12	8.00	4.30
13	6.50	4.00
14	6.20	4.00
15	6.80	3.80

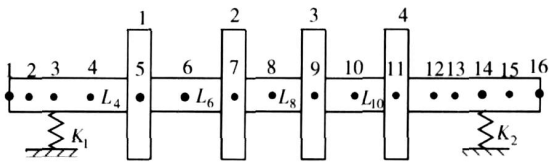


图 3 转子系统示意图

Fig. 3 Sketch map of the studied rotor system

4.2 算例

假设转子系统的第一、二阶预定临界转速为 1 790 r/min,7 400 r/min.发动机转子系统的设计通常从转子结构和支承参数两方面进行,故本文中设计参数选为对临界转速比较敏感的单元长度 L_4, L_6, L_8, L_{10} 和第 2 个弹性支承的刚度系数 K_2 .设计变量具有不同的量纲和数量级,因此必

须进行无量纲化处理,转换成具有可比较性的参数,才能进行优化计算.定义设计变量为

$$\Delta P = \{\Delta L_4, \Delta L_6, \Delta L_8, \Delta L_{10}, \Delta K_2\}^T,$$

其中

$$\Delta L_i = \frac{\Delta L_i}{\Delta L_{i,max} - \Delta L_{i,min}}, \quad (i = 4, 6, 8, 10)$$
$$K_2 = \frac{\Delta K_2}{\Delta K_{2,max} - \Delta K_{2,min}},$$

各变量的上下限为设计者根据经验和参数的允许取值范围预先给定的,这里取为

$$\begin{cases} \Delta L_{4,min} \\ \Delta L_{6,min} \\ \Delta L_{8,min} \\ \Delta L_{10,min} \end{cases} = \begin{cases} -0.072 \\ -0.090 \\ -0.079\ 2 \\ -0.090 \end{cases} \quad (m),$$
$$\begin{cases} \Delta L_{4,max} \\ \Delta L_{6,max} \\ \Delta L_{8,max} \\ \Delta L_{10,max} \end{cases} = \begin{cases} 0.072 \\ 0.090 \\ 0.079\ 2 \\ 0.090 \end{cases} \quad (m),$$
$$\Delta K_{2,min} = -1.3 \times 10^9 \text{ (N/m)},$$
$$\Delta K_{2,max} = 5 \times 10^9 \text{ (N/m)}$$

调整模型的建立过程中没有考虑设计变量的取值区间,这里将其引入的目的是不改变原模型的表达式形式并为设计变量的无量纲化提供参考量,与引入权重系数的作用相同,同时若某变量值在迭代过程中超出边界,则以边界值代替.采用 3 种模型进行仿真求解,迭代过程中的临界转速偏差和调整参数改变量比较如图 4 和图 5 所示,调整后的结果及计算耗时等参数列于表 2 中.

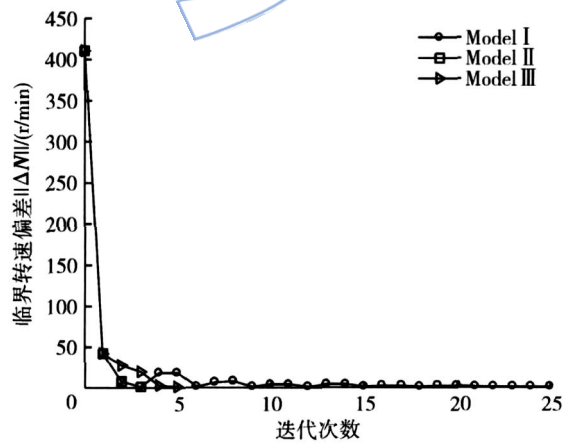


图 4 临界转速偏差的迭代过程比较图

Fig. 4 Comparison of the critical speeds error during the iterations of the three adjustment models

由图 4 和图 5 知,3 种模型在第一次迭代时得出的结果一致,这是因为在初始状态下,3 种模

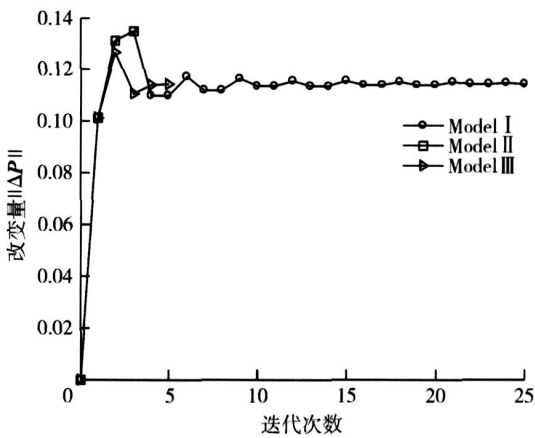


图 5 设计参数绝对改变量的迭代过程比较图

Fig. 5 Comparison of the adjustment parameters change of the three adjustment models

型是一致的,在第二次迭代时才由于模型的差距出现比较大的差别,但分别迭代若干次后临界转速偏差均小于允许偏差值,即取得了预定的临界转速.模型 I 和模型 II 的调整改变量 ΔP_{final} 的差别较小,且 $\|\Delta P_{final}\|$ 基本相等,说明均已收敛到最优解附近,满足精度要求,而模型 II 由于没有进行修正处理操作,虽很快就迭代收敛,却明显存在较大偏差,由此说明模型 I 的修正处理操作的必要性,不过该修正操作可能会导致临界转速偏差突然增大,如图 4 和图 5 的第 4,7 次迭代所示,此后需要更多的迭代次数才能逐渐趋近于最优值,而模型 III 无需修正处理,可更快的迭代接近收敛值;由表 2 知,在计算时间上,模型 I 调用临界转速求解程序次数最多,耗时最长,模型 II 调用临界转速计算程序次数最少,耗时最短,而改进的模型 II 则位于二者之间,且更接近模型 II;由表 2 中的最优解得出临界转速对无量纲轴段长度的改变量远大于无量纲弹性支承刚度系数的改变量,说明对临界转速敏感度高的设计参数改变量更大.综合以上分析,改进后的模型 II 比原模型 I 的计算耗时明显减少,比模型 II 的计算精度更高,兼顾了计算精度和时间消耗,将具有重要的应用价值.

5 结 论

本文针对转子系统的临界转速最优化调整问题进行了研究,详细分析了已有的优化调整模型,指出了模型存在的缺陷,在此基础上提出一种改进的临界转速优化调整模型,无需进行修正处理,简化了设计流程,并采用改进模型的思想分析了原模型的修正操作.对模化的转子系统进行数值

表 2 算例的优化设计结果比较表
Table 2 Table of the results of three models

模型 编号	真实改变量 ΔP_{real} $(\Delta L_4, \Delta L_6, \Delta L_8, \Delta L_{10}) / 10^{-2} \text{m}$ $\Delta K_2 / 10^7 \text{ (N/m)}$	无量纲改变量 ΔP_{final}	$\ \Delta P_{\text{final}}\ $	求解函数调用 次数/次	耗时/ s
I	(5.820, - 0.804, - 6.361, - 0.346) 3.808	(0.404, - 0.044, - 0.401, - 0.019, 0.006)	0.572	25	4.390
II	(4.083, 3.274, - 9.247, 0.624) 4.478	(0.284, 0.182, - 0.584, 0.035, 0.007)	0.675	3	2.722
III	(5.812, - 0.895, - 6.384, - 0.219) 3.877	(0.404, - 0.050, - 0.403, - 0.012, 0.006)	0.572	5	3.126

仿真的结果表明,改进后的模型 II在计算精度和计算耗时上较已有模型 I、II均取得较好的结果,将具有重要的实际应用价值. 本文方法对于其他结构的动力学性能优化设计问题也具有一定参考意义.

参考文献:

[1] Choi B G, Yang B S. Optimum shape design of rotor shafts using genetic algorithm[J]. ASME Journal of Vibration and Control, 2000, 6(2) : 207-222.

[2] 黄太平, 罗贵火. 转子动力学优化设计[J]. 航空动力学报, 1994, 9(2) : 113-116.
HUANG Taiping, LUO Guihuo. Optimization design of rotordynamics[J]. Journal of Aerospace Power, 1994, 9(2) : 113-116. (in Chinese)

[3] Lin Y H, Lin S C. Optimal weight design of rotor systems with oil-film bearings subjected to frequency constraints [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2001, 37(10) : 777-798.

[4] Lee D S, Choi D H. Reduced weight design of a flexible rotor with ball bearing stiffness characteristics varying with rotational speed and load[J]. ASME Journal of Vibration and Acoustics, 2000, 122(3) : 203-208.

[5] Lin Y, Cheng L. Optimal design of complex flexible rotor-support systems using minimum strain energy under multi-constraint conditions[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 215(5) :1121-1134.

[6] Angantyr A, Aidanp J O. A Pareto-based genetic algorithm search approach to handle damped natural frequency constraints in turbo generator rotor system design [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2004, 126(3) : 619-625.

[7] 姚学诗, 周传荣. 转子系统动力学优化设计研究[J]. 发电设备, 2003, (5) : 18-21.
YAO Xueshi, ZHOU Chuanrong. Study on optimization design of rotordynamics [J]. Power Equipment, 2003, (5) : 18-21. (in Chinese)

[8] Done G T S. Adjustment of rotor model to achieve agreement between calculated and experimental natural frequencies[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1979, 21 : 389-396.

[9] 钟一谔, 何衍宗, 王正. 转子动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1984.

[10] Choi B K, Yang B S. Optimal design of rotor-bearing systems using immune-genetic algorithm[J]. ASME Journal of Vibration and Acoustics, 2001, 123(3) : 398-401.

[11] Huang S C, Lin C A. Sensitivity analysis and optimization of undamped rotor critical speeds to supports stiffness [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2002, 124(2) : 296-301.