

文章编号: 1000 8055(2008)10 1875-07

包含平均旋流的圆环管道声传播的模式分析

管 莹, 王同庆, 赵小见

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 通过对三维线性化欧拉方程的特征模式分析, 研究包含平均旋流情况下声波在敷设声衬的圆环管道中的传播. 特征模式分析采用谱配置方法计算轴向波数谱及扰动量的分布. 当有平均旋流存在时, 特征模式谱主要包括近/纯声模式和近/纯对流模式, 旋流的存在甚至会改变传播模式个数, 从而改变声波传播截止特性. 在验证程序正确性的基础上, 研究流动参数及声衬对声模式及对流模式的影响.

关 键 词: 模式分析; 声传播; 旋流; 声衬; 谱配置方法

中图分类号: V211.1

文献标识码: A

Normal mode analysis for the sound propagation in a lined annular duct with mean swirling flow

GUAN Ying, WANG Tong-qing, ZHAO Xiao-jian

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Sound propagation in a lined annular duct with mean swirling flow was investigated via the normal mode analysis of three dimensional (3-D) Linearized Euler equations, and was calculated as a generalized eigenvalue problem by a spectral collocation technique. Axial eigenmodes spectrum which are mainly composed of nearly/purely acoustic modes and nearly/purely convected modes with mean swirl and relative unsteady disturbances can then be determined. Mean swirl may even change the number of the propagating acoustic modes, and consequently affect the cut-on/cut-off characteristics of sound propagation. After validation of the approach, the effects of flow parameters and liner on the acoustic modes and convected modes are discussed.

Key words: normal mode analysis; sound propagation; swirling flow; liner; spectral collocation technique

在航空发动机管道中, 由于风扇/压气机的旋转会在转子和静子之间产生很强的旋流, 甚至达到同轴向流动同量级. 尽管经过静子整流作用, 静子后仍有残余旋流存在. 但目前大部分数值模型还是基于轴向平均流假设, 特别是解析方法. 另外, 航空发动机短舱几何上可近似为圆环管, 而声衬是短舱降噪的一个主要手段, 所以采用特征模

态分析方法研究有平均旋流存在下敷设声衬的圆环管道的声传播问题有十分重要的工程价值.

当有平均旋流存在时, 由于声波和涡波的耦合, 管道特征模式的分析比轴向平均流假设情况复杂, 控制方程很难简化为单一方程求解. 到目前为止国内还没有包含旋流的特征模式分析的工作, 而国外针对包含旋流声传播解析方法的研究

收稿日期: 2007 10 09; 修订日期: 2008 02 26

作者简介: 管莹 (1981-), 女, 辽宁抚顺人, 博士生, 主要进行旋流对管道声传播的研究.

也是最近 20 年才开始受到重视, 还在探索阶段, 特别是包含声衬情况的工作更少. 国外近 20 年关于旋流的模态分析主要针对自由涡旋流和刚体旋转旋流两类. Kousen^[1] 和 Golubev & Atassi^[2] 均采用模态方法分析均熵平均旋流存在下管道的声特征模态, 只是前者针对原始变量, 后者采用 Goldstein 的速度分解形式. Tam & Auriault^[3] 采用初值分析方法分析有非均熵旋流但平均流密度为常数时的特征模态. Ronald N^[4] 比较了 Kousen 和 Golubev & Atassi 的工作, 指出均熵和非均熵情况声模态的差异. 但以上的工作均是基于硬壁假设. 最近, 在 Cooper A J & Peake N 工作的基础上, Cooper A J^[5] 采用多尺度方法考虑了有平均旋流情况下平均流熵对在渐变敷设声衬管道中小扰动传播的影响, 但仅分析了第一阶径向模态的传播, 没有从特征模态谱分析声衬对传播截止特性的影响, 尽管多尺度方法可以研究渐变截面管道声场, 但它只是一种基于摄动理论的近似方法, 有较大局限. 纯数值的 CAA 方法虽可以考虑包含旋流的复杂流动, 但计算量大, 不便于进行参数分析和工程应用. 所以本文试图用模态分析的方法对包含旋流的声衬管道声传播进行研究.

本文在之前工作^[6] 的基础上, 进一步研究有平均旋流存在时声衬对声模态和对流模态的影响. 当有平均旋流存在时, 控制方程不像平均轴流情况可以简化成一个对流波动方程, 而需要同时求解三维非定常扰动的连续方程、动量方程和能量方程. 将扰动量进行模态分解得到的方程组可以写成一个特征值问题. 采用基于 Chebyshev 多项式的谱配置方法求解特征值问题, 可以得到轴向波数(特征值)和扰动量的径向分布(特征向量). 从已有的工作可知包含旋流的典型的特征模态谱主要包含两类模态: 一类是压力占优的(近/纯)声模态, 另一类是涡占主要成份的(近/纯)对流模态. 本文分别研究流动参数和声衬对这两类模态及不稳定波的影响.

1 理论模型

1.1 控制方程

如图 1 所示的管道和流动, 对于无粘、无热传导、定比热的理想气体, 控制流动的连续方程、动量方程和能量方程分别为

$$\begin{aligned} \frac{D\rho}{Dt} + \rho \Delta \cdot \mathbf{U} &= 0 \\ \rho \frac{D\mathbf{U}}{Dt} &= -\Delta p \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{Dp}{Dt} + \gamma p \Delta \cdot \mathbf{U} = 0$$

其中随流物质导数 $D/Dt \equiv \partial/\partial t + \mathbf{U} \cdot \nabla$.

假设总的流场可以写为定常的平均流场和非定常的小扰动的和

$$\begin{aligned} [\mathbf{U}, p, \rho, S](\mathbf{x}, t) &= \\ [\mathbf{U}_0, p_0, \rho_0, S_0](\mathbf{x}) + [\mathbf{u}', p', \rho', S'](\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (2)$$

则经过线化得到平均流的方程组为

$$\begin{cases} \mathbf{U}_0 \cdot \nabla \rho_0 + \rho_0 \Delta \cdot \mathbf{U}_0 = 0 \\ \rho_0 \mathbf{U}_0 \cdot \nabla \mathbf{U}_0 = -\Delta p_0 \\ \mathbf{U}_0 \cdot \nabla p_0 + \gamma p_0 \Delta \cdot \mathbf{U}_0 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

假设平均旋流由均匀轴流、自由涡旋流和刚体旋转旋流组成, 即

$$\mathbf{U}_0(r) = U_{\infty} \mathbf{e}_x + (\Omega r + \Gamma/r) \mathbf{e}_\theta \quad (4)$$

并假设平均流压力和密度 p_0, ρ_0 只是半径的函数, 采用叶尖处的参数进行无量纲化, 则平均流的控制方程简化为(以下参数均为无量纲量)

$$\frac{d\bar{p}_0}{dr} = \frac{\bar{\rho}_0 Ma_s^2}{r} \quad (5)$$

其中 $Ma_s = \Omega r + \Gamma/r$, 而 $\bar{\Omega} = \Omega r_T / C_T$ 为无量纲角速度, $\bar{\Gamma} = \Gamma / (r_T C_T)$ 为自由涡强度. $\bar{\Omega} = 0$ 时称为有势旋流; $\bar{\Omega} \neq 0$ 时称为有涡旋流.

假设所有的扰动量均可写为如下的谐波形式

$$f'(r, \theta, x, t) = f(r) e^{i(k_x x + m\theta - \omega t)} \quad (6)$$

则柱坐标系下无量纲的扰动量控制方程可以写为如下的特征值形式

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \lambda \mathbf{B} \mathbf{x} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{A} =$
$$\begin{bmatrix} -i\bar{k} + \frac{Ma_s}{r} im & \gamma \bar{p}_0 \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right) + \rho_0 \frac{Ma_s^2}{r} & \gamma \bar{p}_0 \frac{im}{r} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\bar{\rho}_0} \frac{d}{dr} & -i\bar{k} + \frac{Ma_s}{r} im & -\frac{2Ma_s}{r} & 0 & -\frac{Ma_s^2}{\bar{\rho}_0 r} \\ \frac{im}{r \bar{\rho}_0} & \frac{Ma_s}{r} + \frac{dMa_s}{dr} & -i\bar{k} + \frac{Ma_s}{r} im & 0 & 0 \\ 0 & \frac{dMa_s}{dr} & 0 & -i\bar{k} + \frac{Ma_s}{r} im & 0 \\ 0 & \frac{d\bar{p}_0}{dr} + \bar{\rho}_0 \frac{d}{dr} + \bar{\rho}_0 \frac{1}{r} & \bar{\rho}_0 \frac{im}{r} & 0 & -i\bar{k} + \frac{Ma_s}{r} im \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} Ma_x & 0 & 0 & \bar{\psi}_0 & 0 \\ 0 & Ma_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ma_x & 0 & 0 \\ \frac{1}{\bar{\rho}_0} & 0 & 0 & Ma_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{\rho}_0 & Ma_x \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} p \\ v_r \\ v_s \\ v_x \\ \rho \end{bmatrix}, \quad \lambda = -i\bar{\gamma} \tag{8}$$

$\bar{\gamma} = k_x r_T$ 为无量纲轴向波数. 当平均流为均熵情况(整场的熵为定值)时, 能量方程可以简化 $\bar{p} = \bar{\rho}_0^2$, 因此上式可以简化为 4 个方程, 也就是 Kousen 文献^[1]中采用的公式.

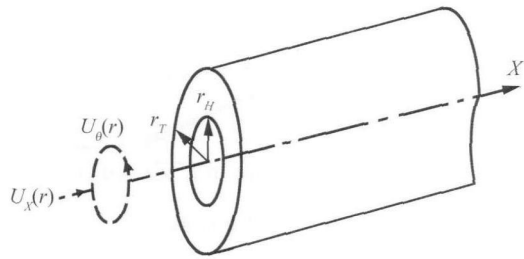


图 1 管道流动示意图

Fig. 1 Schematic of problem and coordinate system

1.2 边界条件

Myers^[7] 对于任意流动曲面边界的阻抗边界条件为

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}_0) \cdot \mathbf{n}_0 = \frac{\partial g}{\partial t} + \mathbf{U}_0(\mathbf{x}_0) \cdot \Delta \mathbf{g} - g \mathbf{n}_0 \cdot [\mathbf{n}_0 \cdot \Delta \mathbf{U}_0(\mathbf{x}_0)] \tag{9}$$

其中 $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{U}_0$ 分别为扰动和平均流速度, $\mathbf{n}_0$ 是壁面的法向量, g 是垂直壁面的法向位移.

将流动量和导纳的定义代入上式, 得到本文应用的阻抗边界条件为

$$v_r = \pm \frac{1}{\zeta_{\pm}} \left[1 - \frac{1}{\bar{k}} \left(Ma_x \bar{\gamma} + \frac{Ma_s m}{r} \right) \right] p \tag{10}$$

其中 $\bar{k} = \frac{\omega r_T}{C_T}$ 为无量纲频率, $\zeta_{\pm}$ 为外壁(+) 和内壁(-) 声导纳.

当壁面为硬壁情况时, 边界条件 (10) 简化为 $v_r = 0$

1.3 数值方法

方程(7) 是一个特征值问题, 而特征值 λ 通过 $\lambda = -i\bar{\gamma}$ 与轴向波数相联, 特征向量包含扰动量 p, v_r, v_s, v_x, ρ 的径向信息. 本文采用基于 Chebyshev-Gauss-Lobatto 点的谱配置方法对方程组 (7) 离散求解.

谱配置点为 N 阶 Chebyshev 多项式的极点

$$r_j = \cos \frac{\pi j}{N}, \quad j = 0, \cdots, N \tag{12}$$

若 f 为任意扰动量, 则非配置点处的函数值由配置点 r_j 处的值插值得到, 即

$$f(r) = \frac{(1-r^2)T'_N(r)}{N^2} \sum_j f(r_j) \frac{(-1)^{j+1}}{c_j(r-r_j)} \tag{13}$$

由于导数算子存在于系数矩阵中, 所以需要求解函数的导数. 令扰动量在配置点处的导数为

$$\frac{df(r_i)}{dr} = \sum_{j=0}^N D_{ij} f(r_j), \quad i = 0, \cdots, N \tag{14}$$

则对差值多项式求导得到导数矩阵为

$$D_{ij} = \begin{cases} \frac{c_i(-1)^{i+j}}{2c_j \sin \frac{\pi}{2N}(i+j) \sin \frac{\pi}{2N}(-i+j)} & \left[i \neq j; i = 0, \cdots, \frac{N}{2}; j = 0, \cdots, N \right] \\ -\cos\left(\frac{\pi i}{N}\right) \frac{1}{2\sin^2\left(\frac{\pi i}{N}\right)} & \left[i = j; i = 1, \cdots, \frac{N}{2}; j = 1, \cdots, N \right] \\ \frac{2N^2+1}{6} & (i = j = 0) \\ -D_{N-i, N-j} & \left[i = \frac{N}{2}+1, \cdots, N; j = 0, \cdots, N \right] \end{cases} \tag{15}$$

2 数值方法验证

2.1 特征模态谱验证

当平均流为有势旋流时特征模态谱由声模态和纯对流模态组成, 此时纯对流模态是连续谱, 范围是

$$\left[\bar{k}/Ma_x(0) - mMa_s(0)/Ma_x(0) \right] \leq \bar{\gamma} \leq \left[\bar{k}/Ma_x(1) - mMa_s(1)/Ma_x(1) \right].$$

有涡旋流情况, 特征模态谱包含近声模态、纯对流模态(连续谱) 和近对流模态, 此种情况声涡波是耦合在一起的, 连续谱的范围与有势旋流公式一致, 连续谱的两侧是近对流模态. 下面以与

Tam 算例^[3]的对比校核程序的正确性, 周向模态数 $m = 2$, 轮毂比 $\sigma = 0.4$, 无量纲频率 $\bar{k} = 10$, 轴向马赫数 $Ma_x = 0.3$, 角速度 $\bar{\Omega} = 0.5$ (图2)。

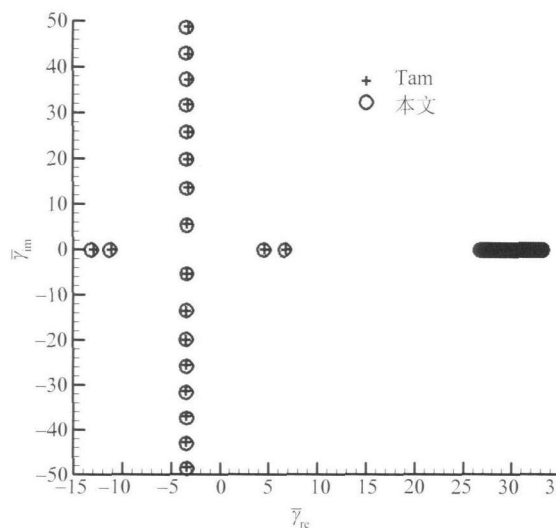


图2 无量纲特征模态谱的对比

Fig. 2 Comparison of nondimensional axial eigenmodes spectrum

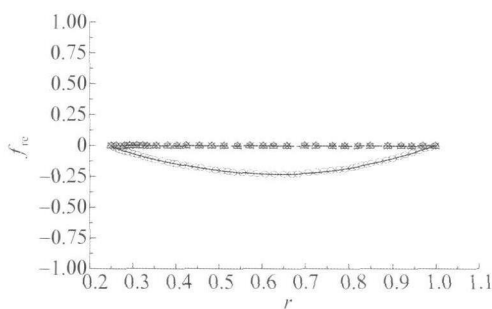
从特征值谱上可以看出, 图2左侧竖线上的模态为截止的近声模态, 截止线左侧和右侧虚部为0的特征值分别为向上游和下游传播的近声模态. 图2右侧虚部为0的模态包括 $\bar{\gamma} = 30.0$ 的纯对流模态和左右两支近对流模态. 在某些参数下还可能会存在不稳定波, 这在后面考虑.

2.2 特征向量的验证

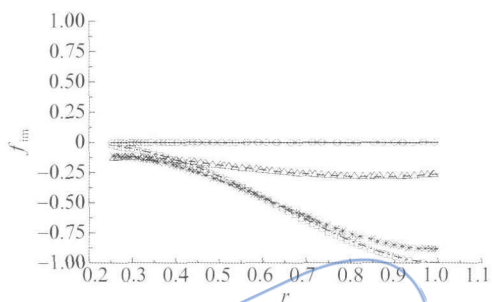
图3和图4分别是自由涡旋流情况第一阶和第三阶径向模态声压和声质点速度径向分布与 Kousen^[1]结果的对比, $m = 2$, $\sigma = 0.25$, $\bar{k} = 10$, $Ma_x = 0.3$, $\Gamma = 0.2$. 其中 $\square(p)$, $\bigcirc(v_r)$, $\triangle(v_s)$, $*$ (v_x) 为 Kousen 文献的结果, $\bullet-(p)$, $-(v_r)$, $---(v_s)$, $\dots(v_x)$ 为本文结果. 可以看出对比结果吻合得很好. 其中径向模态阶数由声压实部穿过实轴次数决定.

2.3 对流模态特征向量分析

在验证了声模态特征向量后, 以非均匀熵旋流但平均流密度为常数情况为例分析对流模态部分的扰动量分布, $m = 2$, $\sigma = 0.5$, $\bar{k} = 10$, $Ma_x = 0.3$, $\Gamma = 0.3$, $\bar{\Omega} = 0.3$. 此后所有扰动量径向分布, 图中实线表示实部, 虚线表示虚部. 如图5~图7所示, 此种情况对流模态纯对流特征值的范围是 $(23.3 \sim 29.3)$, 其两侧分别各有一支近对流模态. 图5~图7分别是某阶纯对流模态、右支



(a) 扰动量实部径向分布

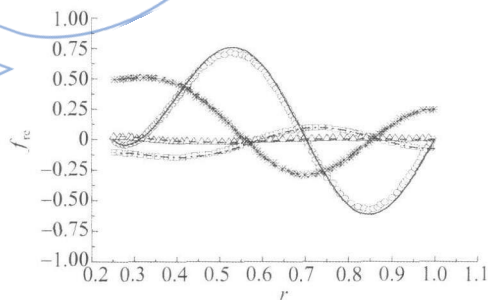


(b) 扰动量虚部径向分布

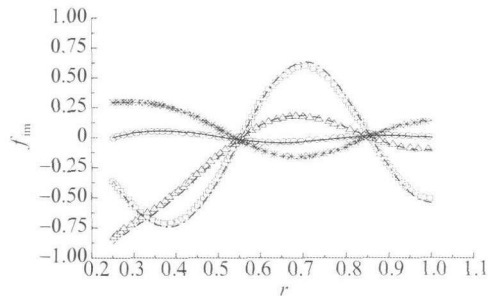
图3 下游第一阶径向模态 ($n = 0$)

扰动量径向分布

Fig. 3 Radial distributions of unsteady disturbances for downstream first-order radial mode ($n = 0$)



(a) 扰动量实部径向分布



(b) 扰动量虚部径向分布

图4 下游第三阶径向模态 ($n = 2$)

扰动量径向分布

Fig. 4 Radial distributions of unsteady disturbances for downstream third-order radial mode ($n = 2$)

第一个近对流模态和右支某阶近对流模态的声压

和声质点速度的径向分布. 可以看出, 纯对流模态声压和径向速度的特征函数为 0, 周向和轴向速度是奇异的, 分布类似 δ 函数. 近对流模态的阶数是以径向速度特征函数实部的零点个数定义的. 右支的近对流模态扰动量在靠近叶尖处振动大, 而左支近对流模态扰动量则在叶根处振动大. 虽然近对流模态的声压非零, 但其声压与声质点速度相比仍很小.

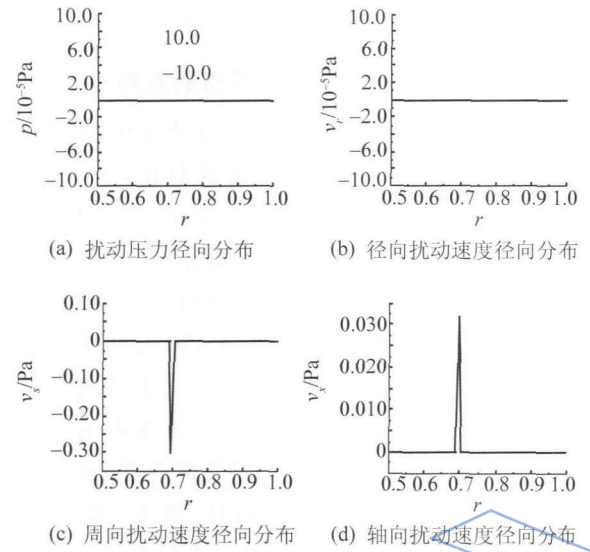


图 5 纯对流模态 ($\bar{\gamma} = 27.198$) 扰动量径向分布
Fig. 5 Radial distributions of unsteady disturbances for purely convected mode ($\bar{\gamma} = 27.198$)

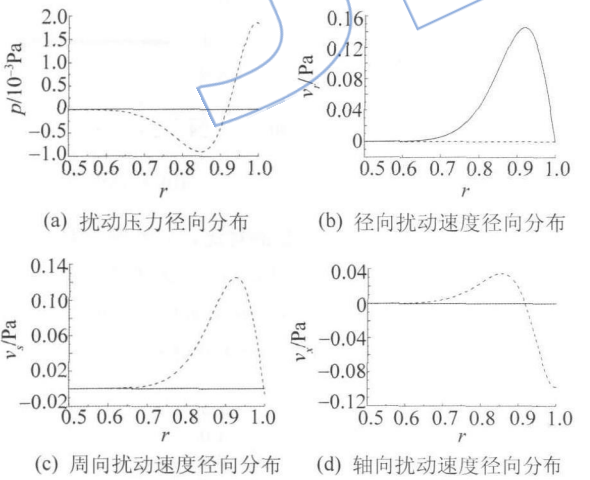


图 6 右支第一个近对流模态 ($\bar{\gamma} = 31.298$) 扰动量径向分布
Fig. 6 Radial distributions of unsteady disturbances for the first nearly convected mode in the right branch ($\bar{\gamma} = 31.298$)

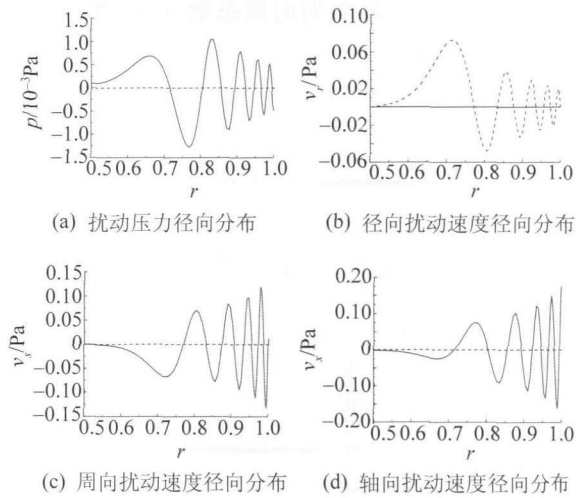


图 7 右支某个近对流模态 ($\bar{\gamma} = 29.604$) 扰动量径向分布

Fig. 7 Radial distributions of unsteady disturbances for one of the nearly convected modes in the right branch ($\bar{\gamma} = 29.604$)

3 结果分析

3.1 不稳定波的分析

在某些情况下, 模态谱除了包含声模态和对流模态外, 还有特征值虚部非零的不稳定模态存在. 图 8 是不同的轴向马赫数情况对流部分特征谱的对比, $m = 2, \sigma = 0.4, \bar{k} = 10, \Gamma = 0.2$. 可见随着轴向马赫数增加, 不稳定波数量减少.

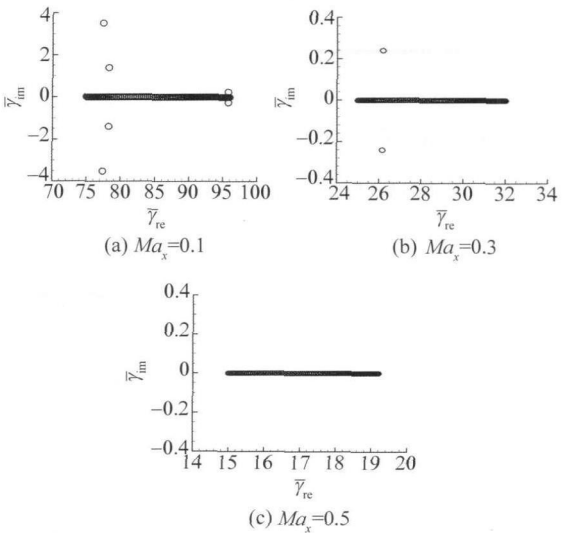


图 8 轴向马赫数对稳定波的影响
Fig. 8 Effect of axial Mach number on instability waves

图 9 是不同的周向模态数情况对流部分特征谱的对比, $\sigma = 0.4, \bar{k} = 10, Ma_x = 0.3, \Gamma =$

0.3, $\Gamma = 0.3$. 随着周向模态数 m 的增大, 不稳定波的数量减少.

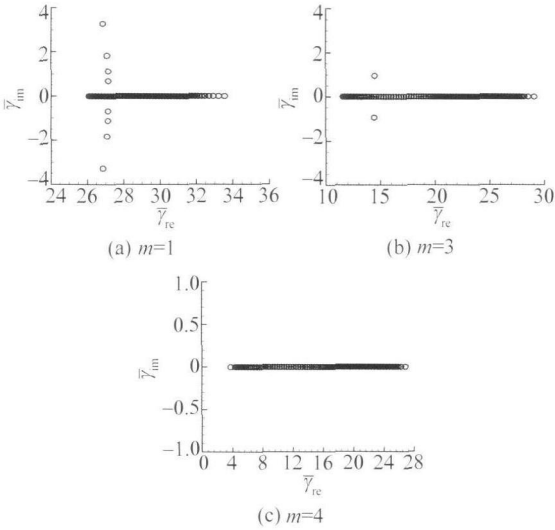


图 9 周向模态数对不稳定波的影响

Fig. 9 Effect of circumferential mode number on instability waves

图 10 是令平均流熵形式为 $-\ln(\bar{r})$ 情况, 不同 β (即不同平均熵梯度) 对流部分特征谱的对比. $\sigma = 0.5$, $\bar{k} = 20$, $Ma_x = 0.3$, $\Gamma = 0.3$, $m = 2$. 对于平均熵梯度对声模态的影响已经在笔者之前的文章^[6]中给出. 而其对对流模态的影响从图 10 可以看出, 当熵参数 β 为负 (熵有正梯度) 时可能比均熵情况有更多不稳定模态, 而当熵参数 β 为正 (熵有负梯度) 时情况相反.

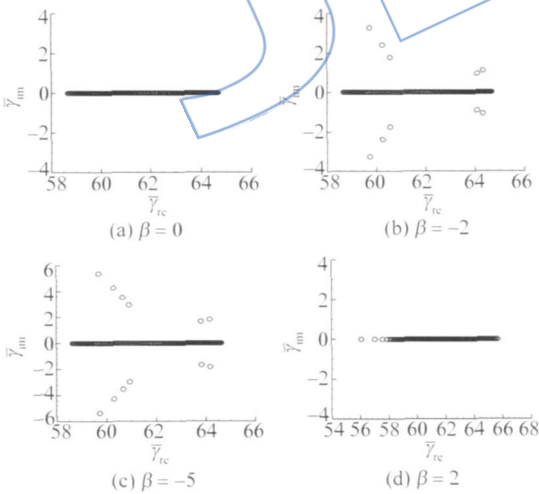


图 10 平均熵对不稳定波的影响

Fig. 10 Effect of mean entropy on instability waves

图 11 是不稳定波压力分布与 Tam^[3] 结果的对比. 不同不稳定波的压力分布均与此类似, 并且不稳定波压力与速度相比仍很小, 可见不稳定波属于近对流模态.

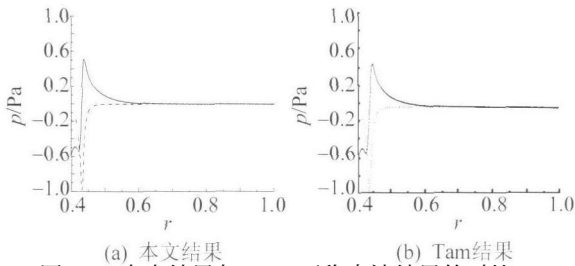


图 11 本文结果与 Tam 不稳定波结果的对比

Fig. 11 Comparison of instability with the results of Tam

3.2 声衬对声模态和对流模态的影响

图 12 是非均熵平均流密度为定值情况不同声衬声模态谱和对流模态谱的对比, $\sigma = 0.5$, $\bar{k} = 10$, $Ma_x = 0.3$, $\Gamma = 0.3$, $m = 2$. 可以看出当声衬存在时没有无衰减声模态存在, 并且显然内外壁均敷设声衬效果最好, 而在外壁敷设声衬吸声效果比在内壁敷射声衬好, 因为外壁面积大于内壁面积, 尤其轮毂比较小时. 并且声衬只对声模态产生影响, 对于包括不稳定波在内的对流模态几乎没有影响. 由于平均轴流的存在, 声衬对上游模态的衰减较下游模态明显. 图 13 和图 14 分别是均熵旋流情况硬壁和敷设声衬时第一阶向上游和下游传播的声模态声压实部的轴向分布, 其它参数同图 12. 对比结果看出声衬对声波的衰减作用, 并且其对向上游传播的声模态衰减更快.

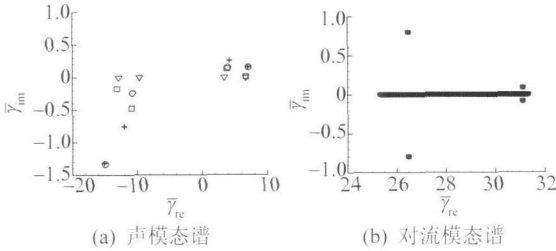


图 12 不同声衬分布的模式谱对比, $\circ$: 外壁声衬(1,3); ∇ : 无声衬; $\square$: 内壁声衬(1,3); $+$: 内外壁声衬(1,3)

Fig. 12 Comparisons of modes spectrum for different impedance distributions

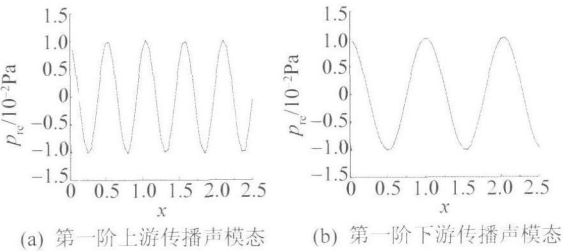


图 13 硬壁情况模式压力分布

Fig. 13 Unsteady pressure distributions without liner

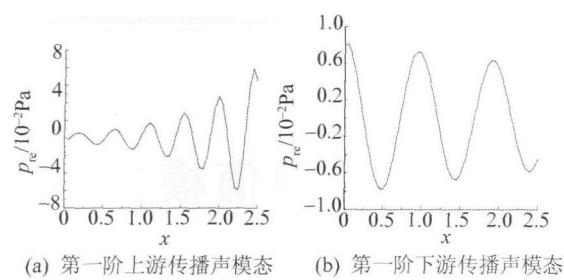


图 14 内外壁敷设声衬(1, 3) 情况的模式压力分布
Fig. 14 Unsteady pressure distributions with liners
(1, 3) on both inner and outer duct walls

4 结 论

本文采用模式分析的方法对包含旋流的敷设声衬圆环管道的声传播特性进行研究. 分析了旋流存在时声和对流模式谱的构成及其特征函数的性质. 轴向马赫数增加, 周向模式数增加和熵的负梯度使不稳定波数目减少. 最后分析了有旋流存在时声衬对声模式及对流模式的影响.

参考文献

[1] Kousen K A. Eigenmodes of ducted flows with radially-dependent axial and swirl velocity components [R]. NASA/CR-1999-208881.

[2] Golubev V V , Atassi H M . Acoustic vorticity waves in swirling flows [J]. J. Sound Vib. , 1998, 209 (2): 203-222.

[3] Tam C K W , Auriault L. The wave modes in ducted swirling flows [R]. AIAA 1998-2280.

[4] Ronald N. Eigenvalues and eigenfunctions of ducted swirling flows [R]. AIAA 2001-2178.

[5] Cooper A J. Effect of mean entropy on unsteady disturbance propagation in a slowly varying duct with mean swirling flow [J]. J. Sound Vib. , 2006, 291: 779-801.

[6] Guan Y , Wang T Q. Effect of mean entropy on eigenmodes in annular duct with swirling flow [R]. AIAA 2007-3536.

[7] Myers M K. On the acoustic boundary condition in the presence of flow [J]. J. Sound Vib. , 1980, 71 (3): 429-434.