

文章编号: 1000 8055(2008) 11- 2055- 07

非平衡流解耦方法及其计算激波诱导燃烧的应用验证

孙明波, 梁剑寒, 王振国
(国防科技大学 航天与材料工程学院, 长沙 410073)

摘 要: 介绍并发展了一种改进的化学非平衡流动解耦方法. 将流动控制方程与化学反应生成源项解耦处理, 组分对流项的矢量通量分裂基于流动方程密度对流项的分裂形式给出. 对流项采用五阶 WENO 格式求解, 化学反应源项的刚性采用简化的隐式方法进行处理. 将该方法应用于预混 H_2/O_2 和 H_2/Air 激波诱导燃烧计算, 得到的定常及非定常燃烧过程与实验观测相符, 振荡频率与实验测量较吻合, 结果表明该方法应用于多组分多步反应流计算是可行的.

关 键 词: 激波诱导燃烧; 非平衡流; 解耦方法; WENO 格式

中图分类号: V435. 12

文献标识码: A

Validation of an uncoupled solver of non-equilibrium flow for shock-induced combustion

SUN Ming-bo, LIANG Jian-han, WANG Zhen-guo

(College of Aerospace and Materials Engineering,
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: An improved uncoupled solver of non-equilibrium flow was introduced and developed in this study. The splitting of convective species flux was uncoupled from the N-S equations and based on the splitting result of the convective density flux. Inviscid flux was calculated with fifth-order weighted essentially non-oscillatory scheme. Simplified implicit formulation was adopted to deal with the stiffness generated by the chemical reacting source term of every separate species equation. Shock-induced combustion phenomena of a blunt body in stoichiometric H_2/O_2 and H_2/Air mixture were calculated to validate the solver. The steady and unsteady shock-induced combustion flowfields agree favorably well with the experimental observation. Oscillating frequencies of unsteady case agree well with the experimental data. The results indicate that the method is sufficiently efficient in the application to multi-species and multi-reaction flow.

Key words: shock-induced combustion; non-equilibrium flow; uncoupled solver; WENO (weighted essentially non-oscillatory) scheme

激波诱导燃烧是弹道靶模型在极高速可燃预混气体中飞行时产生的激波后的自点火燃烧现象

收稿日期: 2007-11-15; 修订日期: 2008-05-15

收稿日期: 国家自然科学基金(90505009)

作者简介: 孙明波(1980-), 男, 河南温县人, 博士生, 主要从事高超声速推进技术方面研究.

象. 这一现象引起人们持续的兴趣是因为该燃烧机制是一类高超声速推进装置(如斜爆轰发动机和亚燃冲压加速器等)的理论基础. 这种流动燃烧的主要表现特征就是高速流动中的激波结构以及激波后的有限速率释热过程. 随着来流条件的改变以及化学成分的改变, 激波燃烧波的相互耦合和相互作用导致出现多样的燃烧结构. 对该现象进行数值模拟, 因为要求捕捉到激波燃烧波及其相互作用, 数值方法需要具有较高的精度、分辨率以及稳定性. 因为要求能够准确计算激波脱体距离、化学反应诱导时间乃至振荡频率, 有限速率的化学反应机理需要足够精细.

非平流方程难于求解主要在于方程的刚性. 刚性可以定义为系统中最大时间尺度与最小时间尺度之比. 有时流场中某些点的化学反应时间尺度与流动时间尺度相比是一个小量, 此时刚性问题十分严重. 求解非平衡流动方程主要有两类方法. 一类是耦合方法, 即不解耦方程, 同时求解化学反应和流动控制方程, 采用隐式处理化学反应源项来解决尺度差异引起的刚性问题. 这类方法的缺点是计算量较大, 当增加组分时, 需要重新求解化学反应源项对独立变量的系数矩阵, 计算量以及对内存需求呈二次方量级增加. Choi J Y 等^[1]采用完全的 Jacobian 分裂(包括无粘项与化学反应源项的完全分裂)对激波诱导振荡燃烧进行计算, 并分析了时间步进精度、子层迭代以及 CFL 数对结果的影响. Kim S L 等人^[2]针对化学反应源项采用了部分分裂的方法减小了计算量, 同时对比计算发现 Eberhardt 等人^[3]提出的简化的对角阵形式的化学反应源项分裂格式计算效果要差. 第二类是解耦方法, 即将化学反应(其主要反映在组分方程中的源项里)和流动控制方程解耦. 每一时间步中, 先冻结化学反应, 求解流场, 然后不考虑流场的影响, 再求解化学反应. 这种方法的优点是易于实现, 并且可以把一个流动时间步分为多个化学反应时间步, 以达到解决时间尺度差异带来的刚性问题. 这种方法的缺点是当化学反应与流动耦合比较紧密时, 解耦方法表现出较差稳定性. 刘君针对解耦方法引入了单方程的简化点隐处理, 可以进一步降低刚性问题^[4]. 刘君采用该方法对马赫数为 6.46 的 H₂/Air 预混气的定常激波诱导燃烧进行了验证计算^[4], 并对马赫数为 4.48 的 H₂/Air 预混气的激波诱导燃烧非定常现象进行数值模拟^[5], 得到了振荡燃烧的流场结构, 但是对其他马赫数的振荡燃烧以

及振荡频率没有对比研究, 缺乏系统验证.

尽管目前针对 Lehr 的经典实验^[6]已经有了大量的计算对照结果, 但是多数的工作主要是基于耦合方法以及巨额的计算量上的. 本文选用刘君的解耦方法^[4]来处理, 并且将无粘通量的计算更新为高精度的 WENO 格式, 对 H₂/Air, H₂/O₂ 预混气的激波诱导燃烧过程进行研究, 以验证本文的解耦方法.

1 控制方程和化学反应机理

1.1 控制方程

激波诱导的振荡燃烧现象主要是激波燃烧波相互作用的结果, 粘性项的作用可以忽略, 考虑化学反应中有 N 中组分, 本文采用轴对称的 Euler 方程

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + H = W \tag{1}$$
$$Q = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \\ \rho Y_k \end{bmatrix}, \quad F = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U + \xi p \\ \rho U + \xi p \\ (\rho e + p)U \\ \rho U Y_k \end{bmatrix},$$
$$G = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta p \\ \rho v V + \eta p \\ (\rho e + p)V \\ \rho V Y_k \end{bmatrix}, \quad H = \frac{1}{yJ} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ (\rho e + p)v \\ \rho v Y_k \end{bmatrix},$$
$$W = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_k \end{bmatrix}, \tag{2}$$

此处 u 和 v 是笛卡尔坐标系 (x, y) 中的速度分量, U 和 V 是计算域坐标中的速度分量, 表达为

$$U = \xi u + \xi v; \quad V = \eta u + \eta v$$

坐标转换变量 ξ, ξ, η, η 以及 Jacobian 矩阵的行列式值从下式得到, $J = 1/(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)$, $\xi_\xi = J y_\eta, \xi_\eta = -J x_\eta, \eta_\xi = -J y_\xi, \eta_\eta = -J x_\xi$, 压力的计算可以类比理想气体给出

$$p = \rho R T$$

其中

$$R = \frac{T_\infty R_0}{U_\infty^2} \sum_{k=1}^N \frac{Y_k}{M_k};$$

内能 $e = \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \sum_{k=1}^N Y_k \int \frac{c_{pk} - R_0}{M_k} dT + h_k^0$

温度利用内能经 Newton Raphson 迭代得到.

组分 k 的无量纲比定压热容 c_{pk}/R_0 随温度变化可以用系数 (R_0 为气体常数) 多项式拟合如下:

$$\frac{c_{pk}}{R_0} = a_{1k} + a_{2k}T + a_{3k}T^2 + a_{4k}T^3 + a_{5k}T^4$$

其中的常数 a_{ik} 可以参见 NASA 提供的物性热力学参数表^[7].

1.2 化学反应机理

化学反应式可统一写为

$$\sum_{k=1}^N \dot{V}_{k,r} X_k \leftrightarrow \sum_{k=1}^N \dot{V}_{k,r} X_k \quad (3)$$

方程中的源项可以写作

$$w_k = M_k \sum_{r=1}^{N_r} \left(\dot{V}_{k,r} - \dot{V}_{k,r}' \right) \rightarrow \left[k_{tr} \prod_{k=1}^N \left(\frac{\rho_k}{M_k} \right)^{\dot{V}_{k,r}'} - k_{br} \prod_{k=1}^N \left(\frac{\rho_k}{M_k} \right)^{\dot{V}_{k,r}} \right]$$

其中的前向反应速率可以写作

$$k_{tr} = A_r T^{B_r} e^{-E_r^*/RT}$$

本文针对 H_2/O_2 燃烧考虑两者化学反应机理, 一种是由 Evans-Schexnayder 提出的 6 组分 8 方程机制 (H , H_2 , O , O_2 , H_2O , OH)^[8-9], 记为 Mechanism # 1; 另一种是由 Jachimowski 提出的 8 组分 19 反应机制 (H , H_2 , O , O_2 , H_2O , OH , H_2O_2 , HO_2)^[1], 记为 Mechanism # 2. 当考虑 H_2/Air 反应时, N_2 认为不参与反应, 因为此时 N_2 的氧化反应对燃烧过程影响很小. Mechanism # 1 中的前向反应速率和后向反应速率文献直接给出^[8-9]. 文献[1]只给出了 Mechanism # 2 的前向反应速率, 逆反应速率根据反应平衡常数得到

$$k_{br} = k_{tr}/K_{eq},$$

$$K_{eq} = \left[\frac{101325}{RT} \right]^{\sum_{k=1}^N (\dot{V}_{k,r}'' - \dot{V}_{k,r}')}. \quad (4)$$

$$\exp \left[\sum_{k=1}^N \left(\dot{V}_{k,r}'' - \dot{V}_{k,r}' \right) \left(\frac{S_k}{R} - \frac{H_k}{RT} \right) \right],$$

$$\text{其中 } \frac{H_k}{RT} = \frac{1}{RT} \left\{ \int^T c_{pk} dT + H_{ik}^0 \right\} \frac{S_k}{R} = \int^T \frac{dH_k}{RT} = \int^T \frac{c_{pk} dT}{RT}.$$

2 非平衡流解耦方法

$$\text{记 } e^* = e - \sum_{k=1}^N \rho_k h_k^0(T_r) = \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) +$$

$\frac{p}{\gamma - 1}$, 从数学形式来看, e^* 和 γ 等价于完全气体 N-S 方程中的内能和比热比. 此时有

$$\gamma = \frac{p}{\sum_{k=1}^N \rho_k e_k} + 1$$

通量 Q 中 e 用 e^* 代替, 对 (1) 式进行变换, 得到的新方程组与 (1) 式比较, 能量方程中的对流项和扩散项有变化外, 源项也变为 $\mathbf{W}^* = \left(0, 0, \dots, -\sum_{k=1}^N w_k h_k^0(T_r), w_1, \dots, w_{n-1} \right)$, 解耦方法是把原方程分解为源项和齐次方程两部分, 采用时间算子分裂, 将控制方程写成如下形式:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F^*}{\partial \xi} + \frac{\partial G^*}{\partial \eta} + \mathbf{H}^* = 0 \quad (4)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \mathbf{W}^* \quad (5)$$

其中 $Q = \left(\rho, \rho u, \rho v, e^*, \rho_1, \dots, \rho_{n-1} \right)$,

$$Q^* = \left(e^*, \rho_1, \dots, \rho_{n-1} \right);$$

Q^* 对应的方程中密度、动量以及能量方程与完全气体 N-S 方程形式一样. 在时间步长 Δt 上, 首先求解流动方程 (4), 用算子以 L_f 表示. 然后将时间步长 Δt 进行 m 等分, 在每个子时间步长 $\Delta t/m$ 上求解化学反应的常微分方程 (5), 用算子 L_r 表示, 以此推进求解. 这样整个时间步长下的求解过程为

$$Q^{n+1} = m L_r \left(\frac{\Delta t}{m} \right) \cdot L_f \left(\frac{\Delta t}{m} \right) \cdot Q^n \quad (6)$$

由于化学反应时间与流动时间尺度差异过大造成的刚性问题, 采用刘君的近似处理方法^[4]. k 组分方程为 $d\rho_k/dt = w_k$, 对 w_k 可以整理成如下形式: $w_k = -a_k \rho_k + b_k$, 从而可以采用隐式的二阶离散 $\rho_k^{n+1} = \left[\rho_k^n \left(1 - a_k \Delta t / 2 \right) + b_k \Delta t \right] / \left(1 + a_k \Delta t \right)$. 系数 a_k, b_k 计算时做冻结处理, 应用时发现, 来流马赫数较高, 初始流场全部取自自由流参数情况下, 如果时间推进步长根据流动特征值取定, 源项算子需要子层迭代. 本文的计算一般开始时迭代步 $m = 10$, 逐步可以减少到 $m = 4$.

3 数值方法及边界条件

文献[10]的研究表明二阶精度的一类格式以及三阶精度的 WENO 格式因高数值耗散而流动大尺度结构受损, 5 阶精度的 WENO 格式的计算结果则改善很多. 基于此本文选用 5 阶精度的 WENO 格式对控制方程的无粘项进行离散. WENO (Weighted essentially nonoscillatory) 格式通过选择性地对 ENO 重构值进行加权处理, 以在光滑区满足更高阶的计算要求, 而在间断区保持原有的 ENO 性质. 本文中组分对流项的矢通

量分裂基于流动方程密度对流项的分裂形式给出,下面简单给出构造的过程.

考虑 ξ 方向上的 N-S 方程

$$\frac{\partial Q_{NS}}{\partial t} + \frac{\partial F_{NS}}{\partial \xi} = 0, \tag{7}$$

此处 $Q_{NS} = \left(\rho, \rho u, \rho v, e^* \right)$.

记 $A = \frac{\partial F_{NS}}{\partial Q_{NS}}$

将 WENO 格式应用到多方程的问题上时, 因为 ENO 重构需要将方程得到的特征矩阵 A 进行特征值分解

$$A^\pm = R \Lambda^\pm R^{-1}$$

此处 $\Lambda^\pm = \frac{\Lambda \pm \lambda_{\max} I}{2}$

$$\Lambda = \text{diag} \left[U, U, U + c \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}, U - c \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \right]$$
$$\lambda_{\max} = \text{maximum} \left(|U|, |U|, \left| U + c \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \right|, \left| U - c \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \right| \right),$$

记 $A^+ = R \Lambda^+ R^{-1} = \{ a_{m,n}^+ \}$, $A^- = R \Lambda^- R^{-1} = \{ a_{m,n}^- \}$, $Q_{NS} = \{ q_{m,n} \}$, 此处 $m, n = 1, \dots, 4$

那么可以得到

$$\left(\rho U \right)^+ = \sum_m a_{m,1}^+ q_m, \left(\rho U \right)^- = \sum_m a_{m,1}^- q_m$$

因为组分密度方程与总密度方程具有严格的相似性, 因此将总密度的对流通量分裂作为一个基准量, 组分密度对流通量分裂根据该基准量并结合组分质量百分数给出

$$\begin{cases} \left(\rho U Y_i \right)^+ = \left(\rho U \right)^+ Y_i \\ \left(\rho U Y_i \right)^- = \left(\rho U \right)^- Y_i \end{cases}$$

并且

显然这种处理方法不需要计算耦合方法中繁琐的矩阵, 加减组分也就变得十分的容易.

在时间推进上采用二阶时间精度的具有 TVD 保持性质的 Runge-Kutta 方法^[11]. CFL 数取为 0.5.

入口边界提超声速入口条件, 固定来流物理参数不变, 出口边界采用零梯度外推, 壁面提速度无滑移和绝热条件, 轴线上法向速度为零. 对应于 5 阶 WENO 格式, 壁面附近的第一、二层网格物理量的计算计算模板补充值采用镜像法处理, 镜像点的速度值与对应点的横向速度值相反, 其他物理量对应相等. 入口、出口的一、二层网格物理量的计算模板补充值均采用一阶外推.

4 非定常燃烧流动的模拟

4.1 利用 Mechanism # 1 计算定常激波诱导燃烧
计算物理模型是文献[6] Lehr 做的弹道靶

实验, 模型为球-柱组合体, 半径 $r = 7.5 \text{ mm}$; 实验环境温度 $T = 293 \text{ K}$, 压力分别为 H_2/O_2 理想配比预混气 186Torr, H_2/Air 理想配比预混气 320Torr. 图 1~ 图 4 给出了不同马赫数下的计算结果, 所有的计算都是在 201×201 的网格上并利用 Mechanism # 1 进行的, 网格在壁面附近进行了加密.

1) 超爆轰流动

对来流马赫数 $Ma = 6.46$ 的 H_2/Air 理想配比预混气流动进行计算. 图 1 是流场的密度以及 OH 组分分布图. 因为化学反应释放的能量与来流动能相比较小, 此时燃烧对流场结构的影响不大, 并且形成了激波燃烧波的耦合波阵面结构. 计算得到的激波位置以及激波偏折的角度和实验相符的较好. 图 2 是计算得到的沿轴线上物理参数分布, 与 Yungster 等人的计算结果^[8] 相符的较好. 但是本文计算得到了更为陡峭的激波结构, 这是因为本文采用了高精度高分辨率的 WENO 格式, 同时采用了细致的网格所致. 同时本文还对该问题采用 101×101 的网格进行计算, 发现在轴线上压力、温度分布几乎没有变化, 激波位置附近的少许变化是由激波分辨率降低导致的. 这说明 201×201 网格是一个足够精细的网格, 可以认为此时结果与网格无关.

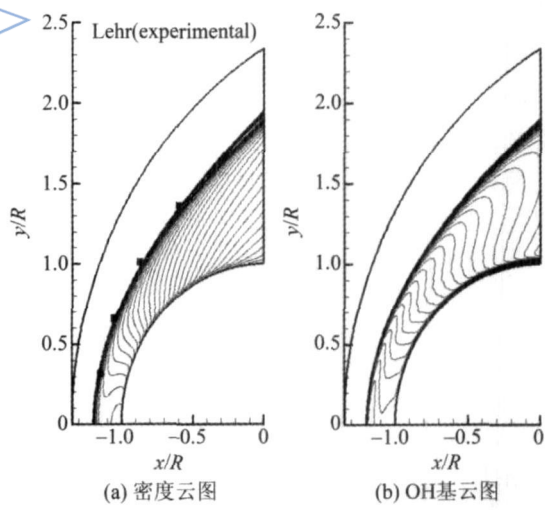


图 1 球头绕流理想当量比 H_2/Air 在 $Ma = 6.46$ 的物理云图

Fig.1 Contours for stoichiometric H_2/Air , $Ma = 6.46$ flow past a sphere

2) 亚爆轰流动

对来流马赫数 $Ma = 3.55$ 的 H_2/O_2 理想配比预混气流动进行计算. 图 3 是流场的密度以及 OH 组分分布图. 计算得到的激波位置以及激波

偏折的角度和实验相符的较好. 因为来流流速小于爆轰波速度, 此时将形成激波燃烧波分离的波阵面结构. 图 4 是计算得到的沿轴线上物理参数分布, 可以看出分离的燃烧波对压力的影响较小, 而温度在燃烧波阵面后又有一个跃升. 本文计算结果与 Soetrisno 等人的计算结果^[9]相符的较好, Yungster 等得到的结果^[8]相对要粗糙一些, 因为其网格量过小.

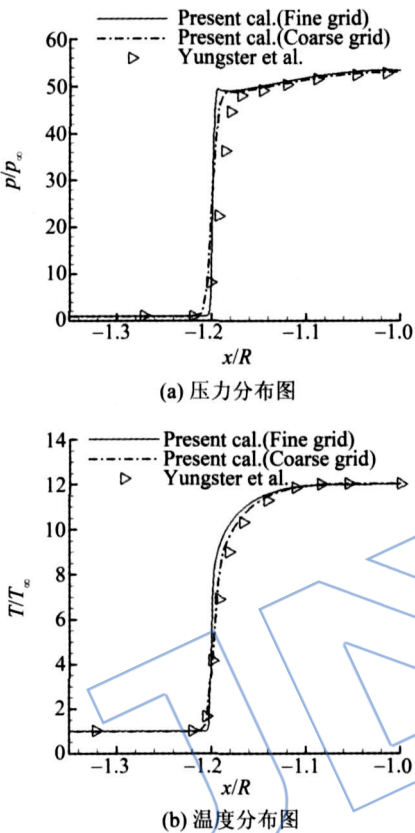


图 2 球头绕流理想当量比 H_2/Air 在 $Ma=6.46$ 时沿中轴线的物理量分布

Fig.2 Distribution of physical quantities along the stagnation streamline for $Ma=6.46$ flow past a sphere in a mixture of H_2/Air

4.2 利用 Mechanism # 2 计算非定常激波诱导燃烧

作为程序的进一步验证, 本文计算了采用 Mechanism # 2 的激波诱导振荡燃烧问题. 对照 Lehr 的球柱组合体实验^[6], 球半径 $r=7.5\text{ mm}$; 温度 $T=293\text{ K}$, H_2/Air 理想配比预混气, 压力 320 Torr . 考虑了两种来流马赫数, 4.48 和 4.79. 实验观察到的这两种来流下的振荡频率分别为 425 kHz 和 712 kHz . 计算仍然采用 201×201 的网格. 图 5 和图 6 分别给出了两种马赫数下得

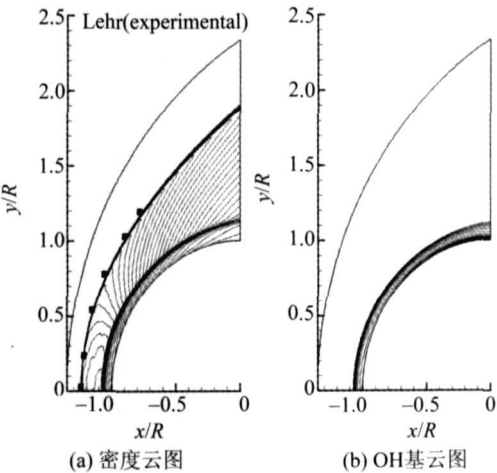


图 3 球头绕流理想当量比 H_2/O_2 在 $Ma=3.55$ 的物理量图

Fig.3 Contours for stoichiometric H_2/O_2 , $Ma=3.55$ flow past a sphere

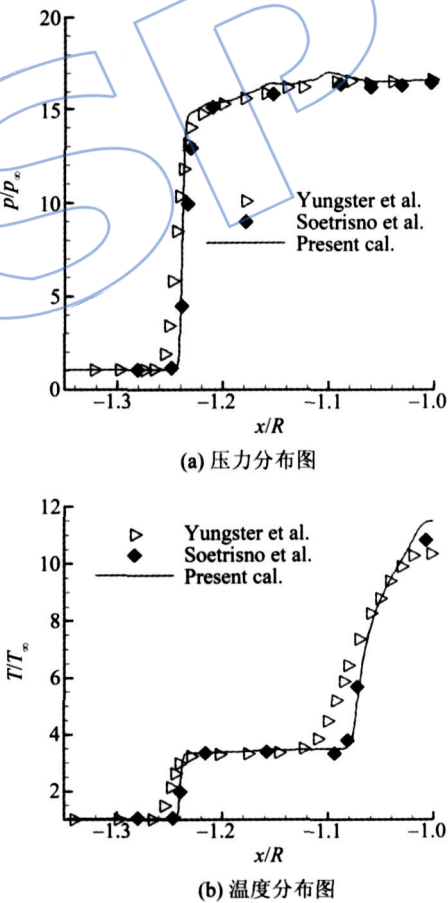


图 4 球头绕流理想当量比 H_2/O_2 在 $Ma=3.55$ 时沿中轴线的物理量分布

Fig.4 Distribution of physical quantities along the stagnation streamline for $Ma=3.55$ flow past a sphere in a mixture of H_2/O_2

到的马赫数以及 H_2O_2 的组分分布图. 计算结果

与文献中的实验观测基本吻合. 振荡燃烧的机制文献[1, 12]已经讨论过, 本文不再分析. 另外图 7 和图 8 分别给出了轴线驻点上的压力振荡历程, 根据该压力振荡历程得到的平均振荡频率在表 1 中给出. 可以看出计算得到的振荡频率与实验结果基本符合, 但是与 Choi J Y 等人全耦合计算结果^[1]相比都要偏大一些. 同时, 将图 7、图 8 得到的压力振荡曲线同 Choi J Y 等人算结果^[1]相比, 发现压力曲线毛刺振荡多一些, 压力振荡的周期性也差一些, 这可能是由解耦方法忽略某些流动燃烧的耦合效应而导致的. 进一步的工作将对解耦方法的误差进行评估, 并且要将解耦方法与全耦合方法进行对照, 对产生这种非物理效应的因素进行探索.

表 1 非定常激波诱导压力振荡频率比较

Table 1 Comparisons of the oscillation frequency of unstable shock induced combustion

振荡频率/ kHz	Ma= 4.48	Ma= 4.79
Experiment	425	712
Choi J Y et al's	426	707
Present Cal	433	730

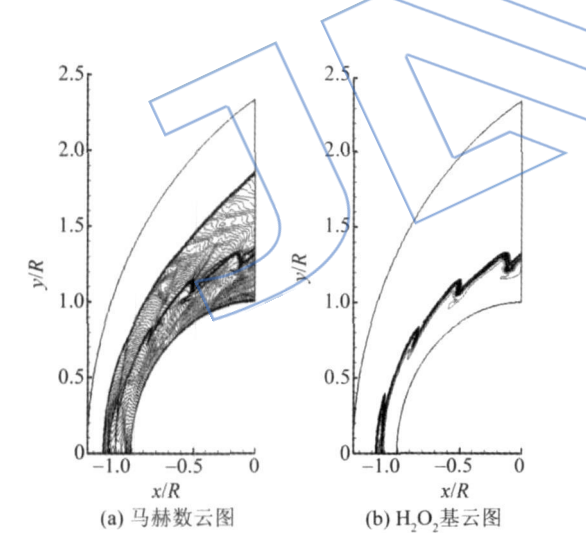


图 5 球头绕流理想当量比 H_2/Air 在 $Ma= 4.48$ 时沿中轴线的物理量分布

Fig.5 Contours for stoichiometric H_2/Air , $Ma= 4.48$ flow past a sphere

5 结 论

本文介绍一种改进的化学非平衡流动解耦方法, 并且采用高精度高分辨率的 WENO 格式对无粘通量的求解格式进行改进. 将流动控制方程与化学反应生成源项解耦处理, 组分对流项的矢

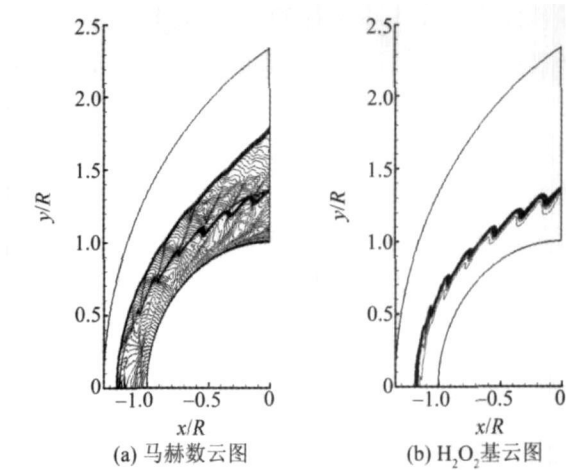


图 6 球头绕流理想当量比 H_2/Air 在 $Ma= 4.79$ 时沿中轴线的物理量分布

Fig.6 Contours for stoichiometric H_2/Air , $Ma= 4.79$ flow past a sphere

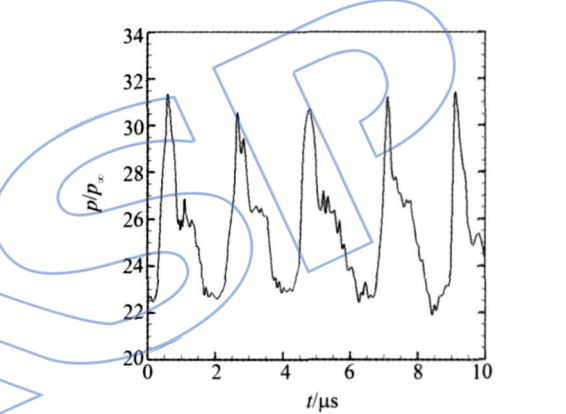


图 7 滞止点的压力振荡历程

Fig.7 Pressure history at stagnation point

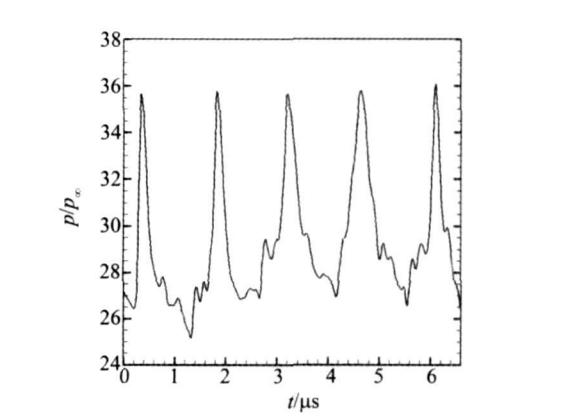


图 8 滞止点的压力振荡历程

Fig.8 Pressure history at stagnation point

通量分裂基于流动方程密度对流项的分裂形式给出. 化学反应源项的刚性采用简化的隐式方法进行处理. 将该方法应用于预混 H_2/O_2 和 H_2/Air 激波诱导燃烧计算, 得到的定常及非定常燃烧过程与实验观测相符, 振荡频率与实验测量较吻合,

结果表明该方法应用于多组分多步反应流计算是基本可行的, 但需要进一步误差分析和比较.

致谢: 国防科技大学航天与材料工程学院侯中喜副教授提供了本研究所用的 5 阶 WENO 格式, 在此表示感谢. 本文还得到了文献[12]作者刘君教授的无私指导, 在此表示感谢!

参考文献:

- [1] Choi J Y, Jeung I S, Yoon Y. Computational fluid dynamics algorithms for unsteady shock induced combustion [J]. AIAA Journal, 2000, 38(7): 1451-1462.
- [2] Kim S L, Choi J Y, Jeung I S, et al. Application of approximate chemical Jacobians for constant volume reaction and shock-induced combustion [J]. Applied Numerical Mathematics, 2001, 39: 87-104.
- [3] Eberhardt S, Imay S. Diagonal implicit scheme for computing flows with finite rate chemistry [J]. J. Thermophys. and Heat Transfer, 1992, 6(2): 208-216.
- [4] 刘君, 张涵信, 高树椿. 一种新型的计算化学非平衡流动的解耦方法 [J]. 国防科技大学学报, 2000, 22 (5): 19-23.
LIU Jun, ZHANG Hanxin, GAO Shuchun. A new uncoupled method for numerical simulation of nonequilibrium flow [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2000, 22 (5): 19-23. (in chinese)
- [5] 刘君. 非平衡流计算方法及其模拟激波诱导振荡燃烧 [J]. 空气动力学学报, 2003, 21 (1): 53-58.
LIU Jun. A new nonequilibrium numerical method and simulation of oscillating shock-induced combustion [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2003, 21(1): 53-58. (in chinese)
- [6] Lehr H F. Experiments on shock induced combustion [J]. Astronautica Acta, 1972, 17 (4): 589-597.
- [7] Gardiner W C. Combustion chemistry [M]. New York: Springer-Verlag, 1984.
- [8] Yungster S, Eberhardt S, Bruckner A P. Numerical simulation of hypervelocity projectiles in detonable gases [J]. AIAA Journal, 1991, 29(2): 187-200.
- [9] Soetrisno M, Imay S T. Simulation of the flow field of a ram accelerator [R]. AIAA 91-1915, 1991.
- [10] Blin L, Hadjadj A, Vervisch L. Large eddy simulations of compressible turbulent flows [R]. AIAA 99-0787, 1999.
- [11] Shu C W. High order ENO and WENO schemes for computational fluid dynamics [M] // Barth T J, Deconinck H. High order methods for computational physics. New York: Springer Verlag, 1999: 439-582.
- [12] Matsuo A, Fujii K, Fujiwara T. Flow features of shock-induced combustion around projectile travelling at hypervelocities [J]. AIAA Journal, 1995, 33(6): 1056-1063.