

文章编号:1000-8055(2009)03-0677-06

用球形滚刀滚切面齿轮的理论误差

赵 宁, 郭 辉, 方宗德, 沈云波
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 提出了利用现有球形滚刀与改造滚齿机加工面齿轮的方案. 推导了球形滚刀基本蜗杆螺旋面方程, 建立了滚切面齿轮的坐标系统. 通过对成形误差曲面的研究发现用现有球形滚刀加工面齿轮的理论造形误差很小, 且远小于插齿成形误差. 轮齿接触分析表明滚切得到的面齿轮与标准圆柱齿轮啮合轨迹的位置及方向与理论啮合轨迹基本一致, 而滚切得到的面齿轮副传动误差为有利的抛物线形. 该文的研究为面齿轮的加工找到了新方法, 并为球形滚刀开辟了新用途.

关 键 词: 面齿轮; 球形滚刀; 理论误差

中图分类号: TH132.41

文献标识码: A

Theory error of cutting face gears with sphericity hob

ZHAO Ning, GUO Hui, FANG Zong-de, SHEN Yun-bo

(School of Mechantronic,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A scheme for cutting face gears with a sphericity hob and reconstructive hobbing machine was proposed. The basic worm helicoid surface of sphericity hob was deduced, and the coordinate systems for cutting face gears were established. The error difference surface research indicates that theory surface error of the face gear using sphericity hob is very small. The forming error of hobbing is much less than that of slotting cutter. Tooth contact analysis (TCA) indicates that the contact path position and direction are consistent with the theory results, and the transmission errors curve with the new method is favorably parabolic. This research finds a new method for machining face gears, and expands the application scope for the sphericity hob.

Key words: face gear; sphericity hob; theory error

面齿轮传动与一般锥齿轮传动相比, 具有高的传动比与重合度、安装调试简易等优点, 有望应用于航空及车辆减速器中^[1]. 但由于其制造较困难, 目前仅有少数国家具备面齿轮的加工能力. 上世纪中期美国的 E. Miller 最早提出了用滚刀加工面齿轮的方法^[2], 但由于其滚刀螺旋面形状与修正等问题没有得到很好解决, 加工得到的最小齿面误差超过 $50\mu\text{m}$ 而达不到使用要求. 90 年代之后, 荷兰的 Crown Gear 公司采用数控滚齿和磨

齿, 提高了加工精度. 最近美国 Boeing 公司与加拿大的 North Star 公司协作研制的面齿轮 5 轴磨床可加工出精度达 AGMA12 级的面齿轮, 并已成功用于直升机主减速器中. 美国 NASA 及一些直升机公司多采用先插齿后磨齿的制造工艺. 国内方面, 据报道^[3] 已研发出面齿轮插齿机, 而尚无面齿轮滚齿及磨齿的专用刀具与设备. 研制面齿轮滚刀与机床设备对提高面齿轮的加工效率与质量等具有重要意义.

收稿日期: 2008-03-12; **修订日期:** 2008-05-12

基金项目: 国家自然科学基金 (50675176)

作者简介: 赵宁 (1958 -), 男, 陕西西安人, 教授, 博士, 主要从事机械动力学、优化设计、可靠性分析及 CAD/CAE 研究.

由于面齿轮是由圆柱齿轮范成得到,其轮齿分布在一个圆锥面(或平面)上而齿向指向轴心,所以采用普通蜗杆滚刀将会发生干涉而无法加工,必须采用特殊形状的滚刀。用于加工内齿轮的球形滚刀^[4-6]是基于对圆柱齿轮插齿刀的模拟设计而成,很有希望应用于面齿轮的滚切,且可以在普通滚齿机上进行。据报道^[6]用这种球形滚刀加工的内齿轮可达到7级精度,但由于其本身存在理论误差^[6],加之面齿轮传动与圆柱齿轮传动的啮合原理不同,因此有必要从理论上分析滚切面齿轮时产生的误差。文中从面齿轮造形误差的角度考察所提方案的可行性。

1 球形滚刀的制造原理

如图1所示,球形滚刀是球体的一部分,是滚刀毛坯在围绕通过其球心 O 的轴线回转过程中,使具有特定齿廓形状的切削刀具(车刀或砂轮)以球心 O 为中心,在包含滚刀毛坯回转轴线的平面内回转,在毛坯螺旋面上加工出切削刃而制成的滚刀。因此此滚刀回转时,刀齿代表了回转的圆柱齿轮,所以在滚齿机上令工件与滚刀按定比转动,就能滚切出圆柱齿轮或面齿轮。应当指出的是这种滚刀上不同位置处的螺旋升角不相等,因而会产生齿形及齿距误差,滚刀取为单头以降低误差。另外由于面齿轮传动中两齿轮轴线垂直或斜交,因而需对滚齿机传动链方向进行改造使滚刀能够沿面齿轮齿宽方向上进给。球形滚刀的铲磨方法较普通滚刀复杂,需在特殊的铲磨机床上进行,可参考文献^[5-6]。

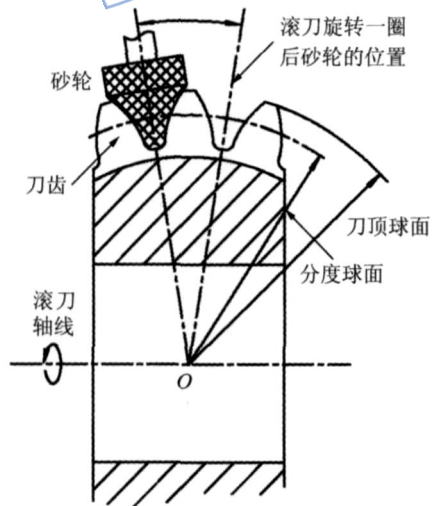


图1 球形滚刀的制造方法

Fig.1 Manufacture method of the sphericity hob

2 滚切面齿轮

2.1 球形滚刀基本蜗杆螺旋面

球形滚刀基本蜗杆螺旋面的法截廓应和圆柱齿轮齿廓相同,其轴截廓方程可以通过轴平面方程与渐开线曲面方程联立解出,但其表达式较复杂。而经过优化计算^[6]发现用特定参数的渐开线代替这个轴截廓所切得的圆柱齿轮误差非常小,且计算非常方便。

轴截面假想渐开线齿轮参数的计算方法为

$$\begin{aligned} N_0 &= N_n \cos \lambda_0 & m_0 &= m_n / \cos \lambda_0 \\ s_0 &= \pi m_n / \cos \lambda_0 & \alpha &= \tan^{-1} (\tan \alpha_n / \cos \lambda_0) \\ \lambda_0 &= \arcsin (1 / N_n) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 N_0, m_0, s_0 与 α 分别为滚刀轴截面假想齿轮齿数、模数、齿距及压力角; N_n, m_n 与 α_n 为滚刀法截面假想齿轮齿数、模数及压力角; λ_0 为球形滚刀的名义螺旋升角。

当按照图1所示的方法用车刀车制球形滚刀时(或用直径较小的砂轮磨齿时),滚刀基本蜗杆的螺旋面可以认为是由车刀刃曲线 $r_0(\theta)$ (或砂轮截廓)在与滚刀固连的坐标系中创成的螺旋曲面,其方程可表示为

$$r_w(\theta, \phi_0) = M_{w0}(\phi_0) r_0(\theta) \quad (2)$$

其中 $M_{w0}(\phi_0)$ 为从 S_0 向 S_w 的坐标转换矩阵; θ 为滚刀轴截面齿轮的渐开线展角参数; ϕ_0 为轴截面假想齿轮的转角,与 θ 两者构成了球形滚刀的齿面参数。生成球形滚刀的坐标系如图2所示,

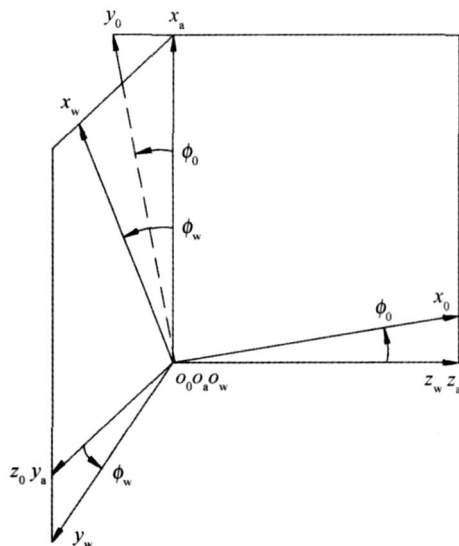


图2 车制磨削球形滚刀的坐标系

Fig.2 Coordinate systems used for turning the sphericity hob

球形滚刀与轴向假想齿轮的转速比为 $i_{w0} = N_0/N_w$, 即 $\phi_w = \phi_0 N_0/N_w$, N_w 是滚刀的头数, 这里取 $N_w = 1$.

2.2 面齿轮的滚切加工模拟

建立如图 3 所示的坐标系, 动坐标系 S_w , S_s 及 S_2 分别与滚刀、虚拟插齿刀及面齿轮固连; S_c 为移动辅助坐标系, S_a 与 S_m 为固定辅助坐标系. 滚刀模拟的插齿刀产形齿轮轴线为 z_s , 滚刀轴线 z_w 与 z_s 间的夹角为 $\gamma_{ws} = 90^\circ + \beta + \lambda_0$, 式中 β 为与面齿轮配对小齿轮的螺旋角, 也等于插齿刀产形齿轮 (齿数 N_s) 的螺旋角, 规定产形齿轮 (或滚刀) 为右旋时 β (或 λ_0) 为正, 左旋为负. ϕ_w 与 ϕ_2 分别是滚刀和面齿轮的转角, 且有 $\phi_2 = \phi_w N_w/N_2$, N_2 是面齿轮的齿数. γ_m 为面齿轮与小轮的轴交角; L_0 为方便计算的辅助参数, 其数值可取为面齿轮内径.

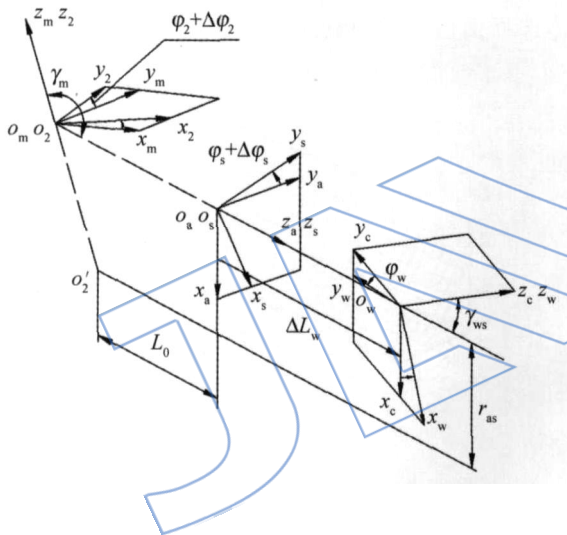


图 3 用于滚切面齿轮的坐标系

由于滚刀与面齿轮之间是瞬时点啮合, 因此为了切出面齿轮整个齿宽, 需令滚刀沿 z_s 轴线做进给运动. 与此同时为了适应产形齿轮的螺旋角, 需给工件 (面齿轮) 一个附加转动 $\Delta\phi_2$. 由于滚刀的法截面齿形位置要与产形齿轮的法截面齿形保持一致, 所以滚刀平移 Δl_w 时, 相当于产形齿轮旋转了 $\Delta\phi_s$, 且 $\Delta\phi_s = \Delta l_w/p_s$, p_s 为产形齿轮的螺旋参数. 因而当滚刀的运动参数为 ϕ_w 与 Δl_w 时, 面齿轮的实际总转角应为 $\phi_2 + \Delta\phi_2 = \phi_w N_w/N_2 + \Delta l_w N_s/(N_2 \cdot p_s)$. 面齿轮的附加运动 $\Delta\phi_2$ 在普通滚齿机上可直接实现.

则面齿轮的齿面方程可以表示如下:

$$r_2(\theta, \phi_0, \phi_w, \Delta l_w) = M_{2w}(\phi_w, \Delta l_w) r_w(\theta, \phi_0)$$

$$\begin{aligned} n_w \cdot v_w^{(w2, \phi_w)} &= f_{w2}^{(1)}(\theta, \phi_0, \phi_w, \Delta l_w) = 0 \\ n_w \cdot v_w^{(w2, \Delta l_w)} &= f_{w2}^{(2)}(\theta, \phi_0, \phi_w, \Delta l_w) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

这里 $r_2(\theta, \phi_0, \phi_w, \Delta l_w)$ 表示在坐标系 S_2 中滚刀基本蜗杆螺旋面族; (3) 式中的后两项为滚刀与面齿轮间的两个啮合方程; n_w 是球形滚刀基本蜗杆螺旋面的法向量; $v_w^{(w2, \phi_w)}$ 是当球形滚刀 (蜗杆) 的平移运动 Δl_w 被约束而只发生转动 ϕ_w 时滚刀与面齿轮间的相对速度; $v_w^{(w2, \Delta l_w)}$ 是当滚刀的转动 ϕ_w 被约束而只发生平移运动 Δl_w 时滚刀与面齿轮间的相对速度. $M_{2w}(\phi_w, \Delta l_w)$ 为从滚刀固连坐标系 S_w 向面齿轮固连坐标系 S_2 的坐标转换矩阵.

3 齿面造形误差分析

3.1 滚切产生的齿面误差

为了不失分析的一般性, 分别设计一对直齿面齿轮与一对斜齿面齿轮, 具体参数见表 1. 表 1 中取 $N_s > N_1$ 的目的是通过对面齿轮齿宽方向修形使传动获得点接触^[7]. 按照渐开线斜齿轮当量齿轮的概念, 实例 2 中的插齿产形斜齿轮的当量齿轮齿数为 $N_v = 28/\cos^3 10^\circ \approx 29.316$, 为使滚刀标准化应取滚刀法向齿数为整数, 故取为 $N_n = 30 \geq N_v$. 表 1 中的滚刀假想齿数 N_n 与 N_0 均为直齿轮齿数.

表 1 面齿轮副设计参数
Table 1 Design parameters for cases 1 and 2

设计参数	实例 1	实例 2
小齿轮齿数 N_1	25	25
插齿刀产形齿轮齿数 N_s	28	28
面齿轮齿数 N_2	160	160
名义压力角 $\alpha_n/(\circ)$	27.5	27.5
小轮螺旋角 $\beta/(\circ)$	0.0	10.0
模数 m_n/mm	3.175	3.175
轴交角 $\gamma_m/(\circ)$	90.0	90.0
面齿轮内径 L_1/mm	245.0	245.0
面齿轮外径 L_2/mm	275.0	275.0
滚刀法向假想齿数 N_n	28	30
滚刀轴向假想齿数 N_0	27.982	29.983
滚刀前角 $\gamma/(\circ)$	0	0
滚刀顶刃后角 $\alpha/(\circ)$	12	12

把用齿数为 N_s 的渐开线齿轮范成的面齿

轮^[7]齿面作为理论齿面.把用球形滚刀切制的面齿轮齿面与理论齿面之间的法向距离之差定义为差曲面,由于球形滚刀前角设计为零,因此亦可称之为理论造形误差.差曲面是沿理论齿面各点的内法向测量的,因而它等同于沿齿面法向的材料去除量.将面齿轮齿面沿齿宽和齿高方向划分为矩形网格,相同网格点对应齿面点的法向距离可表示为两点径矢之差与内法矢的点积

$$d = n_{2s} \cdot (r_{2w} - r_{2s}) \quad (4)$$

上式中 n_{2s} 为理论齿面一点的內法矢, r_{2w} 与 r_{2s} 分别为相同网格点处的滚齿切制齿面和理论齿面的径矢.

由图4可见,当滚切直齿面齿轮时,整个齿面的最大误差小于 $0.3\mu\text{m}$,且仅出现在齿廓方向,整个齿宽方向上齿高中部误差小于 $0.013\mu\text{m}$.此差曲面使得面齿轮齿面在齿廓方向上变得微凸,这对传动是有利的.

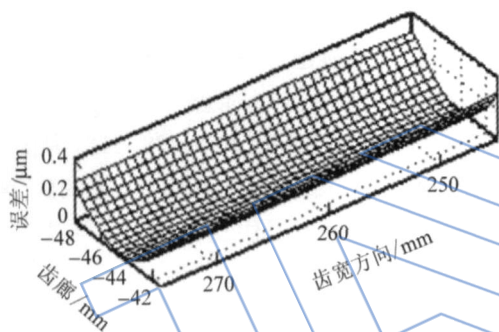


图4 实例1滚切产生的误差曲面

Fig. 4 Difference surface of case 1

图5所示为实例2的误差曲面,在面齿轮分度圆半径 257.9mm 处,齿高中部的差曲面值最小,为 $0.001\mu\text{m}$,齿根和齿顶处分别为 $0.1\mu\text{m}$ 和 $0.09\mu\text{m}$.差曲面在齿宽方向上变化较大,内径处

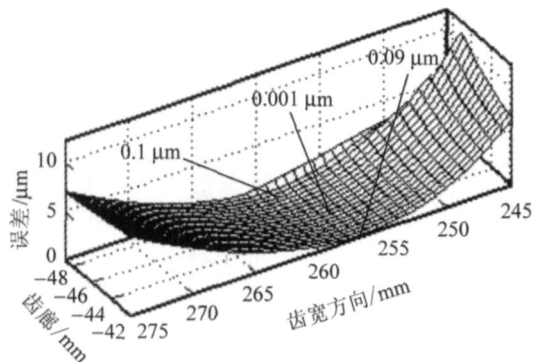


图5 实例2滚切产生的误差曲面

Fig. 5 Difference surface of case 2

达到 $11\mu\text{m}$,外径处达到 $7\mu\text{m}$.此误差是由滚刀法向齿数与原产形齿轮法向齿数不同而导致的,这增加了面齿轮齿宽方向鼓形修形量.由于对于不同的修形要求,可通过调整 N_n 实现,因此此误差不会产生不利影响.

3.2 滚齿加工与插齿加工的成形误差比较

由于插齿刀需具有足够大的前角^[8],这将引入一定的齿形误差.以实例1为例,若选用插齿刀的参数为:齿数28,模数 3.175mm ,压力角 27.5° ,前角为 5° ,顶刃后角为 6° ,齿形修正^[8]后的压力角为 27.717° .则插齿得到的面齿轮齿面误差如图6所示.比较插齿加工(图6)和滚切加工(图4)产生的误差曲面可看出,对于给定算例,插齿成形误差比滚齿成形误差要大8倍以上,误差主要出现在齿顶和齿根处,但其最大值 $2.5\mu\text{m}$ 仍在允许范围之内.这种成形误差的差别主要是由刀具的前后角引起的,因此应根据所需的精度等级来具体选择面齿轮的刀具.

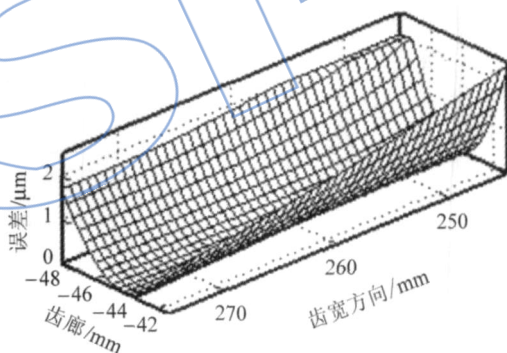


图6 实例1插齿加工产生的误差曲面

Fig. 6 Difference surface of case 1 using slotting machine

4 轮齿接触分析

4.1 齿面接触方程

采用 TCA (Tooth contact analysis) 分析技术从理论上检验用球形滚刀切制面齿轮的啮合质量.暂不考虑安装误差问题,设小齿轮和面齿轮在全局固定坐标系 S_t 中相切,齿面的径矢和法矢分别相等^[9],则有

$$\begin{cases} r_t^{(1)}(u_1, l_1, \phi_1') - r_t^{(2)}(\theta_0, \phi_0, \phi_w, \Delta l_w, \phi_2') = 0 \\ n_t^{(1)}(u_1, l_1, \phi_1') - n_t^{(2)}(\theta_0, \phi_0, \phi_w, \Delta l_w, \phi_2') = 0 \\ n_w \cdot \sqrt{w_2} \cdot \phi_w^{(2)} = f_{w2}^{(1)}(\theta_0, \phi_0, \phi_w, \Delta l_w) = 0 \\ n_w \cdot \sqrt{w_2} \cdot \Delta l_w^{(2)} = f_{w2}^{(2)}(\theta_0, \phi_0, \phi_w, \Delta l_w) = 0 \end{cases}$$

(5)

(5) 式表示为含有 7 个未知变量 (θ , ϕ_0 , ϕ_w , Δl_w , u_1 , l_1 , ϕ_2') 的非线性方程组. 以一定的步长将 ϕ_1' 作为已知输入量顺序解此方程组, 得到啮合路径及传递误差.

4.2 啮合分析

当用球形滚刀滚切加工得到的面齿轮与标准渐开线小齿轮啮合时其传动误差如图 7 所示. 根据文献[7]的研究结果知未修形面齿轮传动在标准安装条件下传动误差为零, 而由图 7 可见采用本文提出的方法加工得到的面齿轮传动误差曲线为负的抛物线形, 这对应了第 3 节中所述的齿廓微凸的结论. 负的抛物线形传动误差能在一定程度上减轻振动和噪音, 因而是有利的, 只是此传动误差的最大幅值仅约为 0.2 s. 同时还可以看出对于滚切螺旋角不同而其它参数相同的面齿轮, 传动误差曲线差别不大.

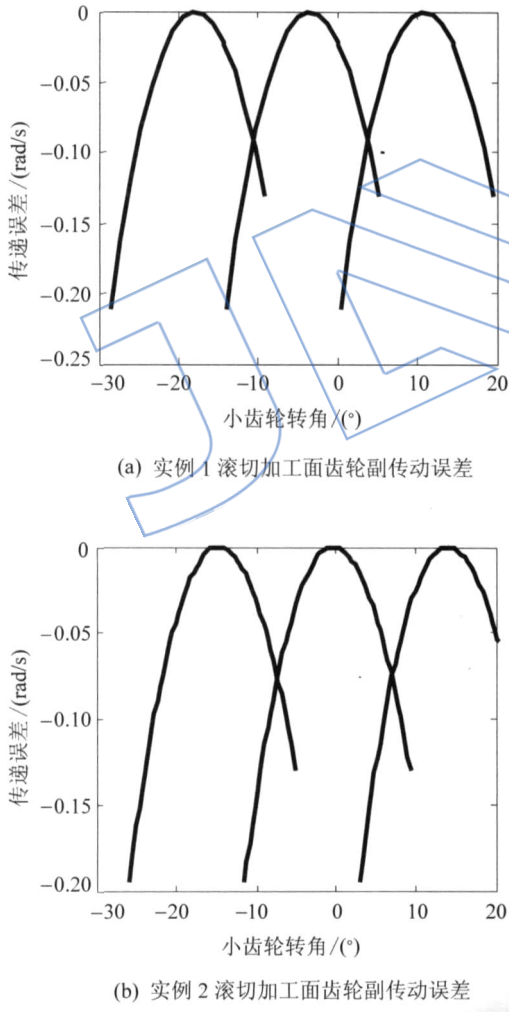


图 7 滚切面齿轮副的传动误差

Fig. 7 Transmission errors of the face gear drives

图 8 显示了滚切加工得到的面齿轮传动的接

触轨迹与其对应理论齿面的接触轨迹, 可见接触轨迹都近似成直线. 图中轨迹略显不光滑, 是由于计算机计算误差导致, 但求解中方程 (5) 的各等式均已收敛于 1×10^{-6} , 因此精度可以保证. 将接触轨迹与根锥间的夹角定义为倾斜角, 计算可得图 8 (a)~(d) 中 4 个倾斜角分别为: 85.3° , 89.4° , 72.2° 和 71.6° . 可看出对于实例 1 直齿面齿轮副, 滚切齿面接触迹图 8 (a) 倾斜角比理论齿面图 8 (b) 倾斜角小 4.1° , 而对于实例 2 斜齿面齿轮副, 滚切齿面接触迹图 8 (c) 倾斜角比理论齿面图 8 (d) 仅大 0.6° . 倾斜角会影响接触轨迹的长度及重合度等性能. 综合观察可知, 本文提出的滚切加工方法引起的齿面误差对接触轨迹的位置和方向影响并不大.

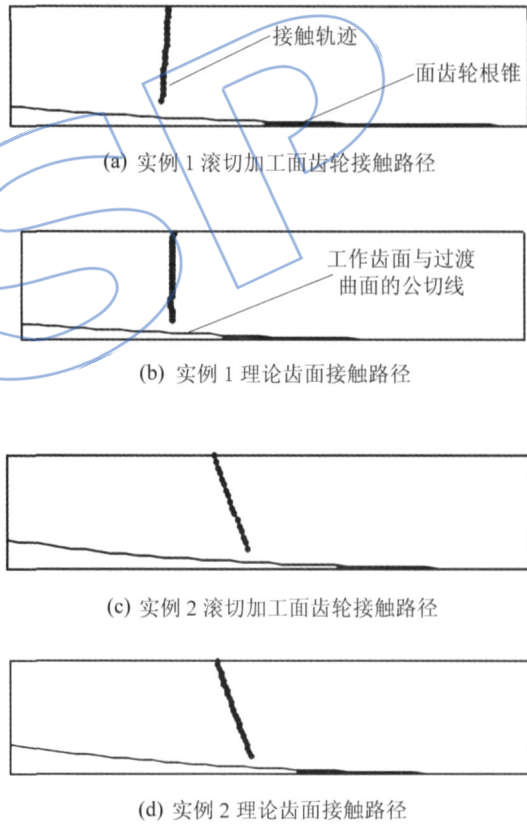


图 8 接触轨迹比较

Fig. 8 Comparison of contact paths

5 结 论

介绍了球形滚刀的制造方法, 推导了球形滚刀基本蜗杆螺旋面方程. 建立了用球形滚刀滚切面齿轮的坐标系. 通过滚切仿真及啮合分析获得以下结论:

- 1) 用球形滚刀滚切直齿面齿轮时整个齿面成形误差极小; 滚切斜齿面齿轮时由于滚刀是按

照法向齿形而近似选取的,造成了齿宽方向成形误差较大,但此误差可起到纵向修形作用.两种情况啮合轨迹的位置和方向都和理论齿面接触轨迹非常接近,传动误差幅值较小.

2) 球形滚刀加工面齿轮的成形误差比用一般插齿刀的成形误差小很多,因此更适合于面齿轮的精加工.

3) 利用现有球形滚刀加工面齿轮的方案是可行的,仅需对普通滚齿机稍加改造便可应用.

参考文献:

- [1] Robert D, Bill C. Summary highlights of the advanced rotorcraft transmission (ART) program [R]. AIAA Paper 92-3362, July 1992.
- [2] Miller E W. Hob for generating crown gears: USA, Patent 2,304,586 [P]. 1942.
- [3] 李政民卿,朱如鹏. 面齿轮插齿加工中过程包络面和理论齿廓的干涉[J]. 重庆大学学报, 2007, 30(7):55-59.
LI Zhengminqing, ZHU Rupeng. Process method of face gear drive with spur involute pinion with the shaping machine [J]. Journal of Chongqing University, 2007, 30(7): 55-59. (in Chinese)
- [4] 王跃进. 球形滚刀的螺旋面原理[J]. 机械工程学报, 1991, 27(4):16-21.
WANG Yuejin. A theory of the helicoidal surface of the spherical hob [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1991, 27(4):16-21. (in Chinese)
- [5] 崔云起,胡占起,李宇鹏,等. 球形滚刀的理论研究[J]. 机械工程学报, 1996, 32(2):54-61.
CUI Yunqi, HU Zhanqi, LI Yupeng, et al. Theory of helicoid of spherical hob[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering. 1996, 32(2):54-61. (in Chinese)
- [6] 崔云起,胡占起,王尊策,等. 球形滚刀的制造与理论误差[J]. 机械传动, 1994, 18(2):55-58.
CUI Yunqi, HU Zhanqi, WANG Zunce, et al. Making and theoretical working error of spherical hob [J]. Mechanical Transmission, 1994, 18(2):55-58. (in Chinese)
- [7] Litvin F L, Fuentes A, Zanzi C, et al. Design, generation, and stress analysis of two versions of geometry of face-gear drives [J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37: 1179-1211.
- [8] 袁哲俊,刘华明,唐宜胜. 齿轮刀具设计(上册)[M]. 北京: 新时代出版社, 1983.
- [9] Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. Englewood Cliffs, NJ:Prentice Hall, Inc., 1994.