

文章编号: 1000-8055(2009)04-0945-06

滚动轴承摩擦力矩的乏信息模糊预报

夏新涛¹, 贾晨辉¹, 王中宇²

(1. 河南科技大学 机电工程学院, 洛阳 471003;

2. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

摘 要: 滚动轴承摩擦力矩的波动具有不确定性, 属于概率分布与趋势规律都未知的乏信息系统。这阻碍了对轴承摩擦力矩的小样本分析与总体把握。为此, 以模糊集合理论为基础, 从小样本入手, 建立了航天轴承摩擦力矩参数的经验概率密度函数及其模糊预报模型, 并对摩擦力矩的均值上界和最大值上界进行预报。对 HKTA 和 HKT B 两种轴承摩擦力矩参数的试验研究表明, 在 99%~100% 置信水平下, 预报结果与试验结果之间的误差很小, 最大绝对误差仅为 0.0811 个设定单位, 最大相对误差仅为 10.165%, 可以满足航天工程的要求。

关 键 词: 摩擦力矩; 航天轴承; 预报; 经验概率密度函数; 非统计理论

中图分类号: TH133.33; TP391.9

文献标识码: A

Fuzzy prediction of rolling bearing friction torque using information poor system theory

XIA Xin-tao¹, JIA Chen-hui¹, WANG Zhong-yu²

(1. School of Mechatronics Engineering,

Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China;

2. School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Friction torque of rolling bearings with uncertain fluctuation belongs to a poor information system, wherein both probability distribution and trend are unknown. This impedes small sample analysis and overall understanding of friction torque of rolling bearings. For this end, empirical probability density function and fuzzy prediction model of rolling bearings for space applications were proposed, and upper boundary of mean friction torque and maximum friction torque were predicted, starting from small samples based on fuzzy-set theory. Experiments on friction torque parameters of two kinds of rolling bearings HKTA and HKT B show that, at the 99%~100% confidence level, errors between results of prediction and experiment are very small, maximum absolute error is only 0.0811 unit, and maximum relative error is only 10.165%, which could satisfy the requirements of space engineering.

Key words: friction torque; rolling bearing for space applications; prediction; empirical probability density function; non-statistical theory

收稿日期: 2008-03-21; **修订日期:** 2008-06-21

作者简介: 国家自然科学基金(50675011); 河南科技大学博士科研启动基金(09001318)

作者简介: 夏新涛(1957-), 男, 湖南衡东人, 教授, 博士, 主要从事滚动轴承设计与制造, 误差理论与信息分析等研究。

E-mail: xiagt1957@163.com

航天轴承运转灵活性直接影响到航天器动力系统信号传递的准确性以及工作的稳定性与可靠性^[1-2]。摩擦力矩是用来评价轴承运转灵活性的重要指标,可以描述轴承在工作中的摩擦与润滑状态。因此,轴承摩擦力矩的预报一直受到相关工程与学术界的重视。研究表明,启动摩擦力矩的理论计算值与试验值有显著差异,特别是动态摩擦力矩的准确计算仍然很困难^[1],主要原因是动态测量有一个时间历程,摩擦力矩具有不确定的强烈波动和趋势变化,属于概率分布与趋势规律都未知的乏信息系统^[3]。特别是一些新型航天轴承组件,品种很多,但每个品种只有十几套或几套的极小批量,能用于台架试验的更少,也几乎没有关于该种轴承摩擦性能的概率分布先验信息^[1-3],难以用经典统计理论研究,只能采用非统计原理,通过极少样本的台架试验来预报总体的摩擦性能参数,并将预报结果作为后续研究的先验知识^[4-5]。这是一个重要问题,它阻碍了对摩擦力矩的个案(小样本)分析与总体(统计学中的无限多个)把握。为此,根据非统计原理的模糊集合理论^[6],本文从小样本台架试验入手建立航天轴承摩擦力矩的经验概率密度函数,并对系统总体摩擦力矩波动参数进行预报。

1 摩擦力矩参数

描述航天轴承总体摩擦力矩波动特征的参数叫摩擦力矩参数,主要有均值 M_M 与最大值(瞬时最大值) M_G 。均值是航天轴承摩擦性能的最重要指标,它是航天器良好运行的重要保证。由于各种因素的干扰,均值是波动的,其波动不能超出均值的规定上界值。最大值是一个瞬时值,它是偶然产生的,数值比较大,直接影响航天器的运行稳定性。由于摩擦力矩越小越好,因此本文重点研究均值 M_M 的上界值 M_{MU} 以及瞬时最大值 M_G 的上界值 M_{GU} 的预报问题。

设有 n 套随机编号的航天轴承被用于台架试验,可获得的 n 个摩擦力矩均值和最大值,分别表示为 M_{Mi} 和 M_{Gi} ,这里下标 i 表示第 i 套轴承, $i = 1, 2, \dots, n$ 。为了叙述与建模的方便,用 X 统一表示 M_{Mi} 和 M_{Gi} 的试验数据

$$X = \{x(i); i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

式中 X 为 n 套轴承的摩擦力矩参数的原始数据序列; $x(i)$ 为第 i 套轴承的摩擦力矩参数数据即 M_{Mi} 和 M_{Gi} 的统一表达。

对于乏信息系统,特别是数据个数很少的乏

信息系统,必须从系统输出的仅有的 n 个数据去挖掘出更多的系统总体信息。为此,将摩擦力矩参数 X 看作具有某种分布的随机变量, n 个数据一般不等于系统总体分布参数的真值,只是总体真值的一个随机实现,但却隐含着总体真值的一些信息。因此可以利用这些信息,预报出总体分布参数的真值及其变化区间。

2 摩擦力矩参数的模糊预报

将序列 X 从小到大排序,以研究其内在特性,新的序列为

$$x_i \leq x_{i+1}; i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2)$$

定义顺序差值

$$d_i = d_i(x_i) = x_{i+1} - x_i \geq 0 \quad (3)$$

顺序差值 d_i 越小,数据的分布越密集;否则越稀疏。因此,可以使用如下线性隶属函数描述系统总体的概率密度函数

$$m_j = 1 - (d_j - d_{\min}) / d_{\max} \quad (4)$$

$$d_{\max} = \max(d_j); d_{\min} = \min(d_j);$$

$$j = 1, 2, \dots, n-1 \quad (5)$$

式中 m_j 为分布因子。

设最大的分布因子为 $m_{\max}$,对应 $m_{\max}$ 的 x_j 为 X_v ,序列号 j 为 v 。如果有多个相等的 $m_{\max}$, X_v 和 v 可以由算术平均值确定。

设

$$f_{1j}(x_j) = m_j; j = 1, 2, \dots, v \quad (6)$$

$$f_{2j}(x_j) = m_j; j = v, v+1, \dots, n \quad (7)$$

用两个多项式

$$f_1 = f_1(x) = 1 + \sum_{l=1}^L a_l (X_0 - x)^l; x \leq X_0 \quad (8)$$

和

$$f_2 = f_2(x) = 1 + \sum_{l=1}^L b_l (x - X_0)^l; x \geq X_0 \quad (9)$$

分别逼近离散值 $f_{1j}(x_j)$ 和 $f_{2j}(x_j)$,就可以得到 f_1 和 f_2 。上述公式中, X_0 是摩擦力矩参数的真值。

设

$$r_{1j} = f_1(x_j) - f_{1j}(x_j); j = 1, 2, \dots, v \quad (10)$$

$$r_{2j} = f_2(x_j) - f_{2j}(x_j); j = v, v+1, \dots, n \quad (11)$$

对于 a_l ,有

$$\min_{a_l} \|r_1\|_{\infty} \quad (12)$$

对于 b_l , 有

$$\min_{b_l} \|r_2\|_{\infty} \quad (13)$$

可以确定系数 a_l 和 b_l , 进而得到 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$.

在式(8)和式(9)中, L 是多项式阶次. 考虑到隶属函数的单调性, 式(12)和式(13)的约束条件分别为

$$\frac{df_1}{dx} \geq 0 \quad (14)$$

和

$$\frac{df_2}{dx} \leq 0 \quad (15)$$

隶属函数 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的几何描述见图 1. 摩擦力矩参数真值 X_0 是未知的, 在经典统计学上, 可以用数学期望表示. 如图 1 所示, 考虑到小样本问题, 这里用最大隶属度表示真值 X_0

$$X_0 \approx x|_{f(x)=1} = X_v \quad (16)$$

式中 $|_{f(x)=1}$ 为在 $f(x) = 1$ 的条件下.

根据模糊集合理论, 一个系统的属性从真到假变化有一个过渡区间, 即

$$G(x) = \begin{cases} 1 & (\text{true}) & q \geq q^* \\ 0 & (\text{false}) & q < q^* \end{cases} \quad (17)$$

式中 $G(x)$ 为系统属性(即摩擦力矩参数的变化)的特征函数; q 为水平, $q \in [0, 1]$; q^* 为最优水平.

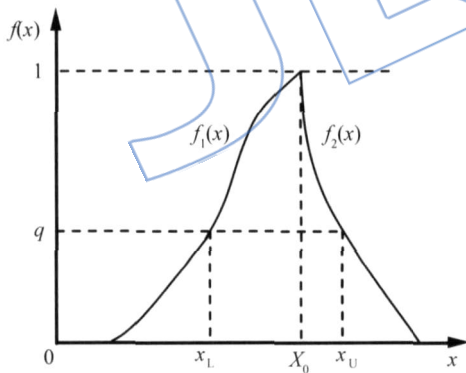


图 1 隶属函数

Fig. 1 Membership function

设摩擦力矩参数的变化区间为 $[x_L, x_U]$, 式(17)表示, 在区间 $[x_L, x_U]$ 内 x 是可用的, 特征值为 1(true); 而在区间 $[x_L, x_U]$ 外 x 是不可用的, 特征值为 0(false). 于是可以选择水平 $q = q^*$, 分别满足

$$\min |f_1(x) - q^*|_{x=x_L} \quad (18)$$

和

$$\min |f_2(x) - q^*|_{x=x_U} \quad (19)$$

就可以求出摩擦力矩参数的变化区间 $[x_L, x_U]$.

因此有

$$x \in [x_L, x_U] \quad (20)$$

式中 x 为系统总体摩擦力矩参数即 M_M 和 M_G ; $[x_L, x_U]$ 为从原始数据序列 X 获取的系统总体摩擦力矩参数 M_M 和 M_G 的预报区间; x_L 为系统总体摩擦力矩参数的预报区间的下界值; x_U 为系统总体摩擦力矩参数的预报区间的上界值即 M_{Mu} 和 M_{Gu} .

3 置信水平与经验概率密度函数

如图 1 所示, 摩擦力矩参数的经验概率密度函数 p 可以用隶属函数 $f(x)$ 表示为

$$p = p(x) = \frac{f(x)}{\int_{q=0}^x (f_1(x) dx)_{q=0} + \int_{q=0}^x (f_2(x) dx)_{q=0}} \quad (21)$$

式中 $(\cdot)_{q=0}$ 为在水平 $q=0$ 下即对应曲线 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 下的总面积.

置信水平 P 为

$$P = \frac{\int [f_1(x) dx]_q + \int [f_2(x) dx]_q}{\int [f_1(x) dx]_{q=0} + \int [f_2(x) dx]_{q=0}} \times 100\% \quad (22)$$

式中 $[\cdot]_q$ 为在水平 q 下.

式(22)必须满足

$$0 \leq P \leq 1 \quad (23)$$

由式(22)可知, P 受 q 和 L 的影响. 如果要求 P 为某一常数如 $P = 95\%$ 或 $P = 99\%$ 或 $P = 100\%$, 则可以调节 q 和 L 来满足这个要求. 此外, 模型建立要求 $n \geq 3$; 考虑到很小的 n 值, L 值一般也是很小的, 如 $L = 1, 2, 3$, 或 5 等. L 值的选择应当使预报误差为最小即要获得最优的预报结果.

4 试验研究与讨论

试验目的是检验上述理论模型的正确性.

试验采用代号为 HKTA 和 HKTb 的两种轴承, 每种有 10 套, 经 M9908A 轴承摩擦力矩仪器(转速 5 r/min, 轴向载荷 15 N)检验合格. 合格值规定为 $M_M = 1$ 和 $M_G = 2.5$ 个设定量纲单位.

每套轴承都在专用试验机上按设定时间间隔和量纲单位采集数据, 经均值滤波后获取 2 048 个数据. 摩擦力矩的均值 M_{Mi} 是 2 048 个数据的算术平均值, 摩擦力矩的最大值 M_{Gi} 是 2 048 个数据

的最大值.

对两种轴承,都用前 $n = 5$ 套轴承的数据建立模型,用剩余的 $10 - n = 5$ 套轴承的数据检验模型的正确性.

试验结果即用于模糊预报的原始数据如表 1 所示. 为便于分析预报误差,在表 1 备注中还列出了 6~10 号轴承的两类试验数据:一是 M_{Mi} 的最大值,该值将作为试验数据的均值上界用于检验均值上界的预报误差;二是 M_{Gi} 的最大值,该值将作为试验数据的最大值上界用于检验最大值上界的预报误差.

用表 1 中前 $n = 5$ 套轴承的试验数据进行计算,得到总体摩擦力矩参数的预报结果,列在表 2 中. 由表 2 可知,在 99 %~100 %的置信水平下,取 $L = 3$ 时,HKTA 和 HKTB 两种轴承摩擦力矩的均值上界很接近,约为 0.6 个设定单位;但最大值上界差异比较大,HKTA 轴承摩擦力矩的最大值上界比 HKTB 的约大了 0.4 个设定单位. 这表明 HKTB 轴承摩擦力矩的分散性好于 HKTA 轴承.

由表 1 和表 2 可以直接获得预报结果和试验结果之间的误差(用绝对值表示)情况,误差分析结果列在表 3 中.

表 1 摩擦力矩参数的试验结果

Table 1 Experiment results of friction torque parameters					
摩擦力矩参数试验数据					
轴承序号 i	H KTA 轴承		H KTB 轴承		备注
	均值 M_{Mi}	最大值 M_{Gi}	均值 M_{Mi}	最大值 M_{Gi}	
1	0.4701	1.0001	0.3305	0.8515	对于序号为 6~10 的 H KTA 轴承, M_{Mi} 的最大值 为 0.6391, M_{Gi} 的 最大值为 1.2964.
2	0.4656	1.0514	0.5411	0.7274	
3	0.5036	1.2190	0.2726	0.6306	
4	0.6049	1.0732	0.2970	0.5058	
5	0.5766	1.0732	0.6628	0.8452	
6	0.5817	1.1012	0.1699	0.3088	对于序号为 6~10 的 H KTB 轴承, M_{Mi} 的最大值 为 0.6863, M_{Gi} 的 最大值为 0.7978.
7	0.6378	1.0992	0.1566	0.2726	
8	0.5934	1.2913	0.2807	0.3734	
9	0.5809	1.2035	0.4830	0.6184	
10	0.6391	1.2964	0.6863	0.7978	

表 2 摩擦力矩参数的预报结果(根据 1~5 号轴承的试验数据)

Table 2 Prediction results of friction torque parameters(based on experiment data of bearings No. 1~5)				
轴承代号	置信水平 $P/ \%$	多项式阶次 L	摩擦力矩参数的预报值	
			均值上界 M_{MU}	最大值上界 M_{GU}
HKTA	100	1	0.6049	1.2921
		2	0.6049	1.2921
		3	0.6049	1.2921
	99	1	0.6016	1.2593
		2	0.6013	1.2849
		3	0.6013	1.2756
HKTB	100	1	0.6628	1.0181
		2	0.6522	1.0180
		3	0.6471	0.8789
		4	0.5886	0.8727
		5	0.5844	0.8606
	99	1	0.6447	1.0180
		2	0.6423	1.0172
		3	0.6354	0.8778

表 3 预报结果和试验结果之间的误差分析

Table 3 Analysis for errors between prediction results and experiment results

轴承代号	置信水平 $P/\%$	多项式阶次 L	预报结果与试验结果之间的误差项目			
			均值上界 M_{MU}		最大值上界 M_{GU}	
			相对误差/ $\%$	绝对误差	相对误差/ $\%$	绝对误差
HKTA	100	3	5.351	0.0342	0.332	0.0043
	99	3	5.915	0.0378	1.604	0.0208
HKTB	100	1	3.424	0.0235	27.613	0.2203
		2	4.969	0.0341	27.600	0.2202
		3	5.712	0.0392	10.165	0.0811
		4	14.236	0.0997	9.388	0.0749
		5	14.848	0.1019	7.872	0.0628
	99	1	6.061	0.0416	27.600	0.2202
		2	6.411	0.0440	27.501	0.2194
		3	7.417	0.0509	10.028	0.0800

从表 2 和表 3 可以发现 L 值的选择对模糊预报算法精度和稳定性的影响情况,下面进行分析。

对 HKTA 轴承而言, L 值的选择对预报结果几乎没有影响,预报误差也很小,这表明模糊预报算法的精度和稳定性都很好。

对 HKTB 轴承而言, L 值的选择对预报结果有很大影响。随着 L 值的增大,参数均值上界 M_{MU} 的预报误差越来越大,而参数最大值上界 M_{GU} 的预报误差越来越小。当 $L=3$ 时,这两个参数的预报误差都比较小。因此,取 $L=3$ 综合效果最好。这表明在模糊预报算法中,合理选择 L 值,可以获得综合最优结果。

取 $L=3$ 时,由表 3 可知,在 99%~100% 的置信水平下,预报结果和试验结果在数值上很接近,二者之间的误差很小,最小绝对误差为 0.0043 个设定单位。HKTB 轴承摩擦力矩均值的相对误差最大,也仅为 10.165%;绝对误差也很小,从量纲上看,最大绝对误差为 0.0811 个设定单位,约为设定单位的 1/80。因此,预测误差可以满足航天工程的要求。这也证实了所提出的方法是合理与可行的,基本上可以真实描述所研究的航天轴承摩擦力矩参数的总体波动特征。

对摩擦力矩要求严格的航天轴承,置信水平可以取 $P=99\%\sim 100\%$;对一般的仪表轴承,置信水平可以取 $P=95\%\sim 99\%$ 。

模糊预报基于很小的数据个数 n ,从计算上看一般仅需要 $n\geq 3$,并对概率分布无任何特殊要求,因而适合于乏信息系统的分析。在建立预报模型时,由于对原始数据进行了排序,因此,模糊预

报方法对原始数据的前后顺序无特殊要求。

模糊预报方法对新轴承和使用中的轴承都适用,也可以用于可靠性分析。用于新轴承时,实际上就是产品质量的抽样评估。用于使用过程时,由于环境和工况条件的不断变化,因此要设定检测周期,根据当前周期开始时的抽样数据,推断出本周期内摩擦力矩的特征信息,及时预报摩擦力矩是否超过允许值。用于可靠性分析时,是根据各套轴承的失效时间,估计出该种轴承摩擦力矩的平均寿命和最大寿命及其对应的可靠度的。无论什么用途,模糊预报方法是根据 n 个随机实现的数据,获取研究对象的个体特征信息,经过合适的处理后,推断出总体的特征信息,进而实现乏信息预报的。

5 结 论

建立了基于隶属函数的航天轴承摩擦力矩参数的经验概率密度函数。该函数为 L 阶多项式。合理选择 L 值,可以获得综合最优结果。一般取 $L=3$ 效果比较好。

建立了基于乏信息的航天轴承摩擦力矩参数的模糊预报模型。该模型允许数据个数很少,且对系统总体的概率分布无特殊要求。在给定的置信水平 P 下,可以预报航天轴承摩擦力矩参数的变化区间。

在置信水平 $P=99\%\sim 100\%$ 条件下,取 $L=3$,对两种航天轴承摩擦力矩均值上界和最大值上界的试验研究表明,预报结果和试验结果在数值上很接近,最大绝对误差仅为 0.0811 个设定单

位,最大相对误差仅为 10.165 %,可以满足航天工程的要求.

参考文献:

[1] Gan K G, Zaitov L M. Investigation into the dependence of the friction moment of high-speed self-lubrication ball bearings on the duration of work, rotational speed and load[J]. Soviet Engineering Research, 1990, 10 (2): 41-46.

[2] 白越, 杨作起, 黎海文, 等. 储能/姿控一体化飞轮能耗试验研究[J]. 光学精密工程, 2007, 15(2): 243-247.
BAI Yue, YANG Zuoqi, LI Haiwen, et al. Experimental study on power loss of integrated energy storage and attitude control flywheel[J]. Optics and Precision Engineering, 2007, 15(2): 243-247. (in Chinese)

[3] Sochting S, Sherrington I, Lewis S D, et al. An evaluation of the effect of simulated launch vibration on the friction performance and lubrication of ball bearings for space applications[J]. Wear, 2006, 260: 1190-1202.

[4] XIA Xintao, CHEN Xiaoyang, ZHANG Yongzhen, et al. Grey bootstrap method of evaluation of uncertainty in dynamic measurement [J]. Measurement, 2008, 41 (6): 687-696. DOI:10.1016/j.measurement.2007.10.008.

[5] 夏新涛, 陈晓阳, 张永振, 等. 滚动轴承振动的灰自启动态评估与诊断[J]. 航空动力学报, 2007, 22 (1): 156-162.
XIA Xintao, CHEN Xiaoyang, ZHANG Yongzhen, et al. Dynamic assessment and diagnosis of vibration of rolling bearings using grey bootstrap [J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(1): 156-162. (in Chinese)

[6] 蔡开龙, 谢寿生, 吴勇. 航空发动机的模糊故障诊断方法研究[J]. 航空动力学报, 2007, 22(5): 833-837.
CAI Kailong, XIE Shousheng, WU Yong. Study on fuzzy fault diagnosis of aero-engine [J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(5): 833-837. (in Chinese)