

文章编号: 1000-8055(2009)03-0690-09

周期间歇卷吸条件下弹流油膜的实验

姜培刚¹, 陈建军¹, 耿美香², 郭峰²

(1. 西安电子科技大学 机电工程学院, 西安 710071;

2. 青岛理工大学 机械工程学院, 青岛 266033)

摘 要: 应用光干涉方法对周期间歇卷吸条件下的弹流油膜进行了测量, 结果显示了三种不同的局部油膜凹陷. 第一种油膜凹陷产生于固体表面周期性的运动和停止, 纯滚动的凹陷封油量大于纯滑动的封油量. 第二种凹陷产生于启动过程的速度振荡瞬时峰值, 该类局部凹陷以卷吸速度通过赫兹接触区. 纯滑动条件下, 界面滑移作用产生第三种凹陷, 该凹陷位于入口附近, 与表面速度和运动时间有关. 实验中观察到的现象可由油膜的挤压效应, 卷吸效应和界面滑移效应进行解释.

关 键 词: 弹性流体动力润滑; 动态润滑膜; 间歇卷吸; 光干涉; 凹陷油膜

中图分类号: TH 117. 2

文献标识码: A

Experimental study of elastohydrodynamic lubrication films under cyclic intermittent entrainment

JIANG Pei-gang¹, CHEN Jian-jun¹, GENG Mei-xiang², GUO Feng²

(1. School of Mechano-Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China;

2. School of Mechanical Engineering,

Qingdao Technological University, Qingdao 266033, China)

Abstract: Elastohydrodynamic lubrication (EHL) films were measured by interferometry under conditions of cyclic intermittent lubricant entrainment, and three types of local film dimples were indentified. The first dimple is generated from intermittent stops of the bounding surfaces, and the pure rolling produces larger oil entrapment than pure sliding. The second film dimple is generated by the velocity oscillation in the start-up process, and the resultant crescent-shaped dimple moves through the Hertzian contact region at the entrainment speed. When pure disc sliding is employed, the boundary slippage may lead to the third dimple, which is near the inlet region and related to the speeds and the time interval between two stops. The observed phenomena can be explained by the squeeze effect, the entrainment effect and the wall slippage.

Key words: elastohydrodynamic lubrication; transient lubricating film; intermittent entrainment; interferometry; dimple film

弹性流体动力润滑(简称弹流润滑或 EHL)为点线接触机械零部件的主要润滑形式, 其中油膜的厚度与形状是决定润滑效率的主要因素之

一^[1]. 在经典的弹流润滑理论中弹流油膜具有典型的马蹄形特征, 平坦的接触区和出口区颈缩为弹流油膜的基本形状特征, 这些结论已由大量的

收稿日期: 2008-07-03; 修订日期: 2009-01-04

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划(2006AA04Z402)

作者简介: 姜培刚(1965-), 男, 山东乳山人, 博士生, 主要从事机电控制与摩擦学测量方面的研究.

数值分析和实验室结果证实. 在实际工程中, 苛刻条件下弹流润滑并不少见, 如重载和高滑动. 基于摩擦力的测量 Smith^[2] 推测极端工况下弹流接触区内润滑油极限剪应力/界面滑移的存在. Shieh 和 Hamrock^[3], Zhang 和 Wen^[4] 以及 Stahl 和 Jacobson^[5] 等人在弹流计算中考虑了润滑油极限剪应力/界面滑移特性, 提出了一种带有入口凹陷的理论弹流油膜, 这与经典的弹流理论相矛盾. 常规光弹流实验很难实现工程中的高压和高滑动等极端条件, 从未显示出此类油膜形状的存在. 最近, Guo 和 Wong 使用一类高粘度聚异丁烯润滑油在实验室实现了弹流润滑副中的界面滑移, 使带有入口凹陷的理论弹流油膜形状得到了初步的实验证实^[6].

由于各种因素的影响, 常见的弹流润滑是一动态过程, 其表现形式多样化. 其中的一类是润滑表面的非稳态运动引起的润滑油膜形状和厚度的变化, 如机器的启动与停止过程和周期运动等都会产生油膜厚度和形状的改变. 研究人员借助高效的数值分析工具完成了许多理论分析, 如 Zhao 和 Sadeghi^[7] 的关于卷吸运动启停时油膜变化的数值仿真和 Wang 等人对往复运动条件下油膜厚度的计算^[8]. 随图像记录处理技术的提高, 非稳态弹流润滑的实验研究也得以展开. 如近年 Sugimura 等人对几种周期卷吸运动条件下的中心油膜厚度进行了测量^[9], Glovnea 等人^[10] 对弹流接触表面运动启动的瞬态过程进行了实验观察, 报导了加速过程中心油膜厚度的振荡现象, 并认为该现象起因于油膜压力建立的滞后. Sugimura 等^[9] 和 Holmes 等^[11] 则认为是传动系统的动态响应引起, 而 Glovnea 等人实验中并没能对玻璃盘或钢球表面进行直接的速度测量, 对这一现象的解释并无定论. 另外以上的非稳态弹流油膜的实验研究并未涉及弹流中界面滑移这一重要效应.

可以看到, 非稳态卷吸条件下的弹流油膜实验研究尚未充分开展, 已有的实验数据十分有限. 有些问题尚待进一步探讨. 本文以间歇卷吸动态条件下弹流油膜为研究对象, 利用光干涉方法对周期变化的弹流油膜进行了测量, 通过润滑油与实验条件的选取, 揭示三种局部油膜凹陷的形成和相互作用.

1 实验装置及实验条件

实验在光干涉弹流油膜测量系统上进行, 结

构如图 1 所示. 玻璃盘直径为 150 mm, 材料为冕牌 K9 玻璃. 与球接触的玻璃盘表面镀一层反射率约 20% 的析光铬膜. 玻璃盘工作平面精加工的光圈数为 $N = 1$, $\Delta N = 0.2$, 表面粗糙度 $Ra = 5$ nm. 钢球直径为 25.4 mm, G5 精度, 表面粗糙度 $Ra = 8$ nm. 实验中, 钢球由支撑辊单元支撑, 支撑辊单元固连于加载杠杆, 通过加载弹簧和杠杆将力施加于球盘接触点. 润滑油均匀涂抹在玻璃盘和钢球表面, 玻璃盘由交流伺服电机经同步带轮驱动. 钢球可静止固定或随玻璃盘滚动, 卷吸润滑油进入接触区形成一层极薄的弹性流体动力润滑薄膜. 光源为卤素冷光源, 所发出的光经窄带滤波片(中心波长 $\lambda = 600$ nm) 后变为单色光, 经显微镜同轴照明器射向弹流接触区油膜形成干涉条纹. 干涉条纹经过显微镜放大后由电荷耦合器件 (CCD) 捕获, 再传送给图像采集卡, 采集过程中使用帧率为 60~200 FPS. 由于钢与铬的金属吸光性和钢-油膜界面的高反射率, 传统的双光束理论会引起测量误差, 因此实验采用多光束干涉原理进行数据处理^[12].

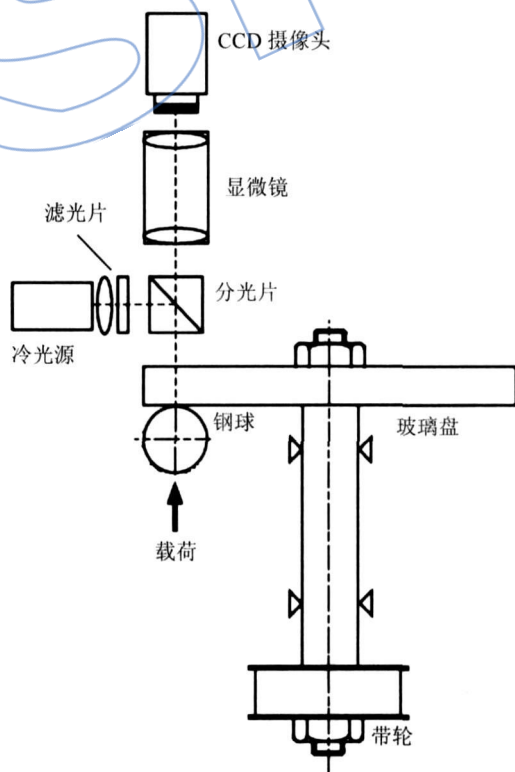


图1 实验装置

Fig. 1 Schematic illustration of the test rig

伺服电机的运动控制采用位置控制模块 (FX2N-10GM) 实现. 通过软件编程对电机进行精确位置和速度控制. 控制参数设置: 脉冲率为

3 972 pls/ rev, 进给率(电机每转玻璃盘前进的角度)为 24. 889 deg/ rev, 最低脉冲频率为 1 Hz, 最高为 200 kHz. 伺服电机的最低速度为 0. 015 r/ min, 经减速器后, 玻璃盘的最低转速可达 0. 001 r/ min. 在位置控制模式下, 电机可实现精确的周期变速运动.

实验中, 伺服电机的周期变速运动通过齿轮/同步带轮系统传递给玻璃圆盘, 电机与玻璃盘之间为一非线性传动系统. 所以, 实验中玻璃盘的运动不能由伺服电机的设定运动通过减速比简单推算. 玻璃盘上弹流接触区内一点的真实运动可通过光学系统跟踪玻璃盘上某一点(如划痕)的运动得到, 图 2 即为一个实测的接触区玻璃盘表面的位移曲线, 其速度由该曲线的微分得到. 按电机控制程序设计, AB 段为一线性位移, 对应恒速运动. 实际上由于系统的非线性响应, AB 段运动在 A 和 B 两点附近并不为恒速. 对图 2 中位移曲线的某时间点计算微分时, 先对该点的位移-时间关系做抛物线拟和, 然后再对时间求导数. 图 3 为图 2 中对应曲线的速度曲线. 可以看到 AB 段各时间点的速度并不为定值, 而是围绕设定值波动. 更重要的是在 A 点附近对应加速过程有一比设定速度高的瞬时速度峰值. 在图 2 的一个周期内, AB 段 T_0 时间内玻璃盘公称转动速度为 u_0 , 而在 BC 段, 玻璃盘急停. 通过电机 T , T_0 和 u_0 的设定, 可以得到不同的周期间歇运动. 值得注意的是, 文献[9-10]均不是直接测量玻璃盘(或钢球)的表面速度, 而是对中间传动轴的速度进行测量从而推算接触区固体表面的速度. 实验相关参数及所用符号: 卷吸速度 u_e (m/s), 为接触点盘和球表面的线速度和的一半; 钢球-玻璃盘综合弹性膜

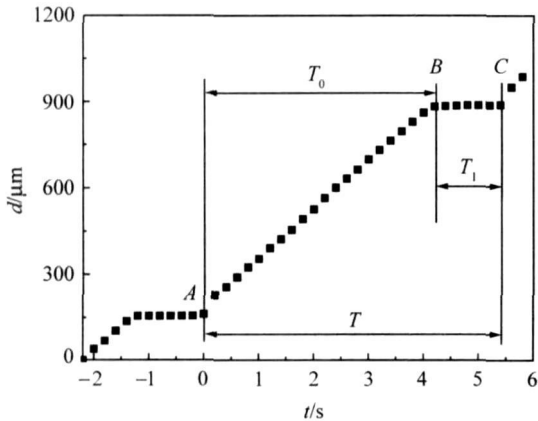


图 2 实测接触区玻璃盘表面位移-时间曲线
Fig. 2 Measured displacement versus time on the disc surface

量, $E_0=117\text{ GPa}$; 载荷 $w=16\text{ N}$; 时间坐标 $t(\text{ s})$; 油膜厚度 $h(\text{ m})$; 中央卷吸方向坐标 $x(\text{ m})$.

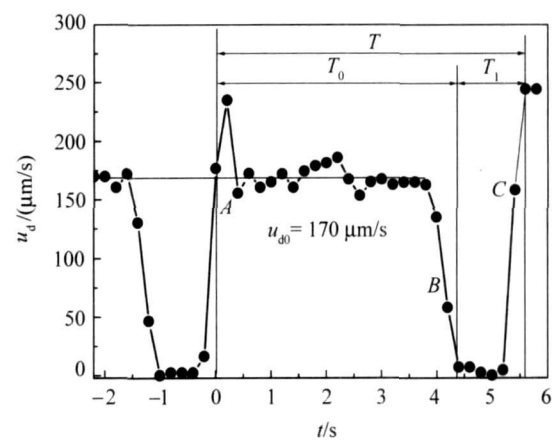


图 3 曲线拟和微分得到的玻璃盘速度-时间曲线
Fig. 3 Disc's velocity versus time by differentiating the fitted displacement time curve

实验中使用的润滑油为聚异丁烯 PB1300, 其特性见表 1. PB1300 为高分子量聚合物熔体, 在滑动弹流接触中容易产生界面滑移. PB1300 的粘度极高, 在非常低的速度下 ($10^{-2} \sim 10^{-1} \text{ mm/s}$) 即可获得弹流润滑状态. 实验温度控制在 $(20 \pm 1)^\circ\text{C}$.

表 1 实验所用润滑油的特性
Table 1 Properties of the lubricant employed

参 数	数 值
润滑油	PB1300
密度(20°C) / ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	896.0
动力粘度(20°C) / ($\text{Pa} \cdot \text{s}$)	117.0
动力粘度(100°C) / ($\text{Pa} \cdot \text{s}$)	0.577
折射率	1.497

2 实验结果及讨论

首先在纯滚动条件下, 测量了周期间歇运动条件为 $T=5.5\text{ s}$, $T_0=1.1\text{ s}$ 的油膜形状的变化, 载荷 $w=16\text{ N}$, T_0 时间内公称卷吸速度为 $u_e=85\text{ μm/s}$. 图 4 为测量结果. 可以看到 T_0 时间内表面运动时, 润滑油被卷吸进入接触区; 在 T_1 时间内固体表面静止时由于挤压效应产生了弯月形封油. 图 4(b) 给出了不同时刻油膜厚度的变化, 显示出了新的弯月形封油的形成和旧的弯月封油的排出. 载荷 $w=16\text{ N}$ 时, Hertz 接触直径为 276 μm , 每周期内卷吸进入的润滑油行程为 94 μm , 所

以接触区内约为三个弯月形封油。

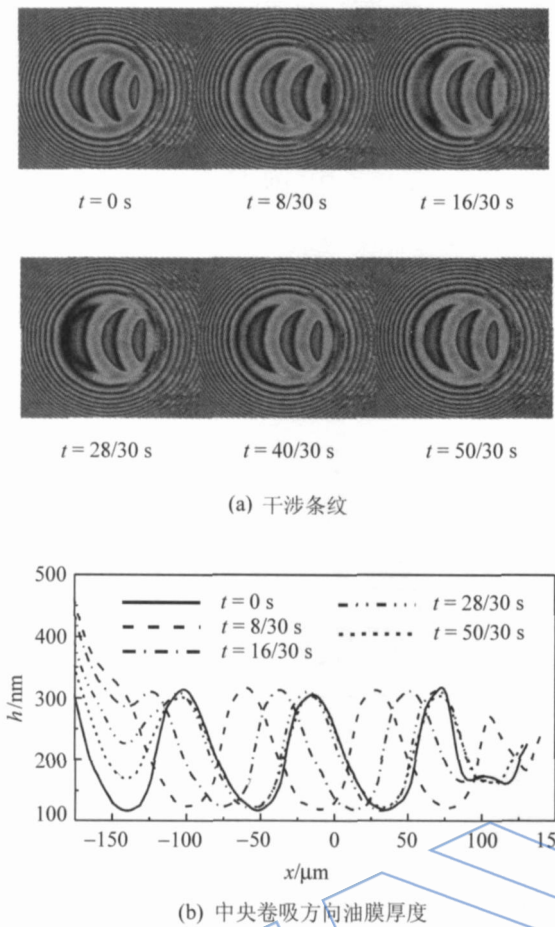


图 4 周期间歇卷吸条件下不同瞬时的干涉条纹及油膜形状, $T = 5.5\text{ s}$, $T_0 = 1.1\text{ s}$, $w = 16\text{ N}$, $u_e = 85\mu\text{m/s}$, PB1300, 纯滚动

Fig. 4 Interference fringes and the film profiles at different instants under cyclic intermittent entrainment, $T = 5.5\text{ s}$, $T_0 = 1.1\text{ s}$, $w = 16\text{ N}$, $u_e = 85\mu\text{m/s}$, PB1300, pure rolling

弯月形封油的个数与运动时间 T_0 有关. 运动时间 T_0 越短, 弯月形封油的个数越多, 如图 5 所示. 由图 5 还看到, 运动时间 T_0 越短, 封油深度越小. 当 T_0 较小时, 卷吸进入接触区的润滑油集中在接触区边缘, 当运动停止时, 相对挤压流出的油较多, 因此形成的封油深度较低. 当 T_0 增加, 卷吸进入接触区的润滑油较多, 而相对挤压流出的油较少, 因此封油深度较高.

进一步增加运动时间 T_0 , 表面运动时卷吸进入的润滑油的行程大于接触区宽度, 实验条件与 Sugimura 等人的实验类似^[9]. 挤压效应在接触区范围内形成一个封油区, 此时图 4 所示的弯月形的封油序列消失. 另外可明显观察到启动过程的速度扰动效应, 即加速启动过程中诱发的油膜局

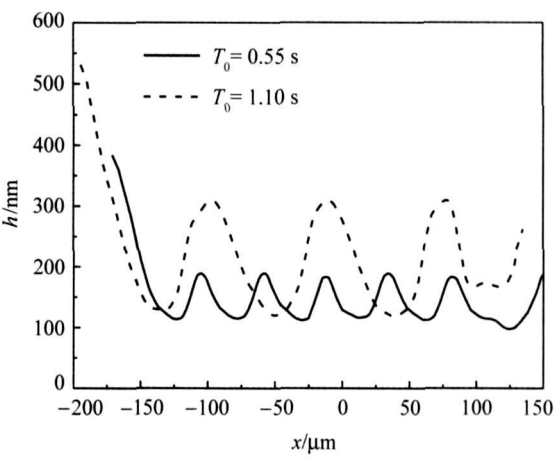


图 5 不同的 T_0 对应的 $t = 0\text{ s}$ 时刻的油膜形状, $T = 5.5\text{ s}$, $w = 16\text{ N}$, $u_e = 85\mu\text{m/s}$, PB1300, 纯滚动

Fig. 5 Film profiles at $t = 0\text{ s}$ for different T_0 , $T = 5.5\text{ s}$, $w = 16\text{ N}$, $u_e = 85\mu\text{m/s}$, PB1300, pure rolling

部增厚现象. 如图 6 所示在运动的启动过程, 入口有较厚的油膜厚度产生, 干涉图上表现为细小的弯月形条纹, 即局部油膜凹陷. 当此弯月形局部凹陷以卷吸速度移向出口, 其后生成了一系列更小的凹陷. 系列局部凹陷在接触区移动, 通过接触中心时表现为中心油膜厚度的振荡变化, 即本文实验进一步验证了 Sugimura 等人^[9-10]和 Glovnea 等人观察到的启动过程中心膜厚的振荡. 更重要的是, 图 6 的实验表明启动过程中中心油膜厚度的变化并不是直接来自速度扰动对接触中心的作用, 而是速度扰动影响入口膜厚, 表面入口局部的厚油膜经过接触中心时造成中心膜厚振荡. 由图 3 看到, 由于传动系统的动态相应, 玻璃盘的速度不是在加速过程中单调地增加到设定值, 而是经过峰值振荡下降到设定值. 测量表明, 对于设定的电机加速度, 速度峰值及波动受 T , T_0 及 u_e 的影响, 具体关系的确定依赖于整个系统的动力学特性分析, 但这不是本文的研究内容. 根据弹流理论, 油膜厚度对卷吸速度有较强的依赖性

$$h \propto u_e^{0.6 \sim 0.8} \quad (1)$$

所以, 图 6 中形成的速度扰动效应正是以上关系的反映.

另外, 挤压效应的封油效应依然存在, 由图 6 可以看到, 当固体表面运动停止, 入口处油膜厚度下降, 封油发生在整个接触区中, 而不是如图 4 和图 5 所示产生几个间断的封油.

已有研究显示^[6], PB1300 在纯滑动稳态条件

下可产生明显的界面滑移效应,对应的弹流油膜在入口处产生局部凹陷(增厚).为观察动态条件下界面滑移效应,对纯盘周期间歇滑动的油膜形状进行了测量.图 7 为一组结果,其他测量参数与图 4 相同.可以看到,纯滑动条件下形成的弯月形封油的个数也是 3 个,与纯滚动条件下的相同.对比图 6 和图 4,可以看到,纯滚条件下封油的深度大于纯滑条件下的封油深度(约 2.5 倍).而且,在纯滑条件下沿卷吸方向的封油序列相似程度减小.这些不同归因于润滑油与盘面的滑移,由于界面滑移,随卷吸进入接触区的润滑油数量减少,而

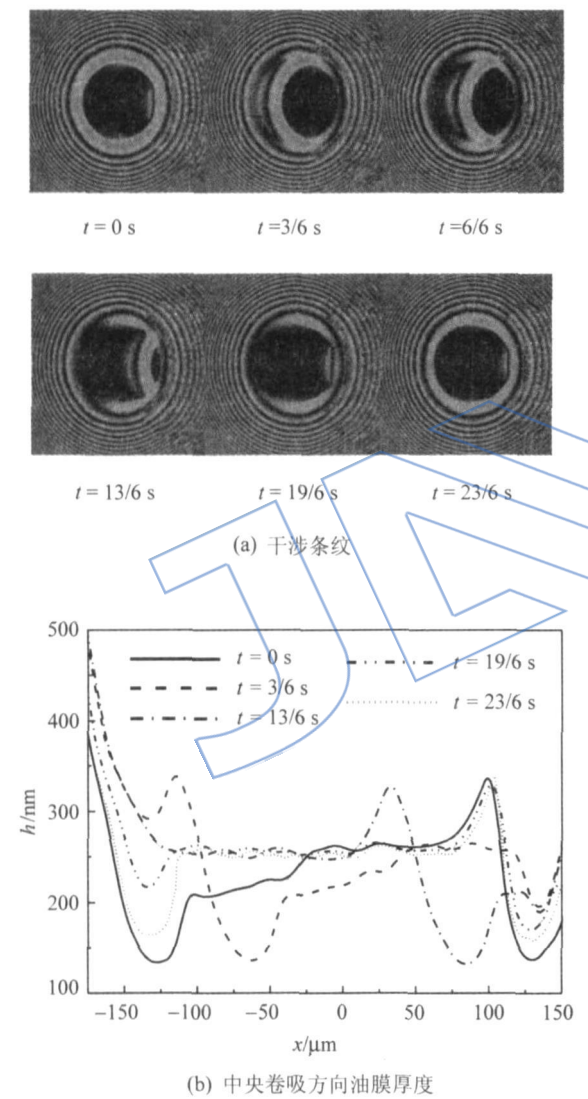


图 6 周期卷吸条件下的油膜变化,
 $T = 5.5\text{ s}$, $T_0 = 3.3\text{ s}$,
 $w = 16\text{ N}$, $u_e = 86\mu\text{m/s}$, PB1300, 纯滚动
Fig. 6 Variation of the films under cyclic entrainment,
 $T = 5.5\text{ s}$, $T_0 = 3.3\text{ s}$, $w = 16\text{ N}$,
 $u_e = 86\mu\text{m/s}$, PB1300, pure rolling

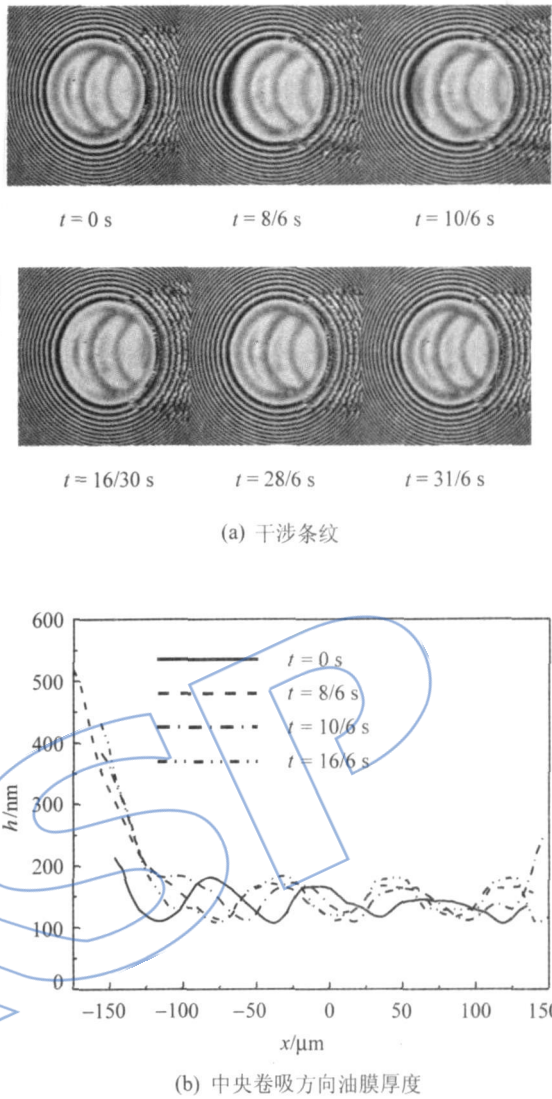


图 7 周期卷吸条件下不同瞬时的干涉条纹及油膜形状, $T = 5.5\text{ s}$, $T_0 = 1.1\text{ s}$, $w = 16\text{ N}$,
 $u_e = 85\mu\text{m/s}$, PB1300, 纯盘滑动
Fig. 7 Interference fringes and the film profiles at different instants under cyclic intermittent entrainment,
 $T = 5.5\text{ s}$, $T_0 = 1.1\text{ s}$, $w = 16\text{ N}$,
 $u_e = 85\mu\text{m/s}$, PB1300, pure disc sliding

运动停止时挤压排出的润滑油数量增加.

在图 7 中,虽然有界面滑移存在,但并未出现稳态条件下界面滑移产生的凹陷^[6].实验表明,当增加周期间歇运动中的卷吸速度 u_e ,稳态条件下出现的滑移凹陷也在周期运动中出现,如图 8 所示.可以看到,当 $t = 6/20\text{ s}$ 时,在接触区入口开始出现了新的弯月形的凹陷,随运动时间增加,凹陷变大,如 $t = 9/20\text{ s}$ 对应的干涉图.在运动停止期间,形成的滑移凹陷与挤压效应形成的凹陷逐渐

合并,如 $t=16/20\text{ s}$ 与 $t=0\text{ s}$ 对应的图像。
测量结果还显示,增加 1 个周期中的运动时间 T_0 ,同样会有滑移凹陷出现,如图 9 中的 $t=13/6\text{ s}$ 与 $t=19/6\text{ s}$ 结果所示. 与图 8 相比,图 9 中出现的滑移凹陷较小.

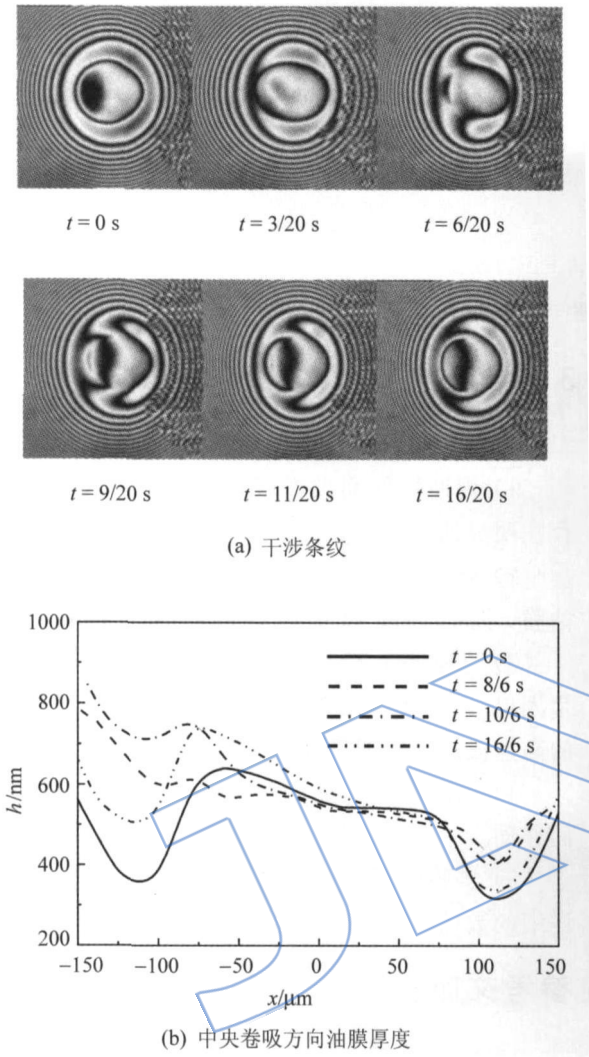


图 8 周期卷吸条件下的界面滑移动效应,纯盘滑动,
 $T=1.1\text{ s}$, $T_0=0.55\text{ s}$, $w=16\text{ N}$, $u_c=451\mu\text{m/s}$, PB1300
Fig.8 Effect of wall slippage on the films under cyclic
entrainment, pure disc sliding, $T=1.1\text{ s}$,
 $T_0=0.55\text{ s}$, $w=16\text{ N}$, $u_c=451\mu\text{m/s}$, PB1300

与图 6 纯滚动条件下的测量结果不同,图 8 和图 9 中在接触区入口侧附近油膜局部增厚形成凹陷后,该凹陷并不能被卷吸运动传输到出口. 此类凹陷由接触区的局部界面效应决定,只在入口区附近产生. 当局部凹陷处润滑油向接触区入口方向移动,形成凹陷的界面条件改变,油膜厚度减小,凹陷消失,同时进入入口区的油膜由于界面作用产生流速变化从而局部厚度增加,表现为干涉

条纹停留在入口地区,由图 8 (a) 和图 9 (a) 可明显看到.

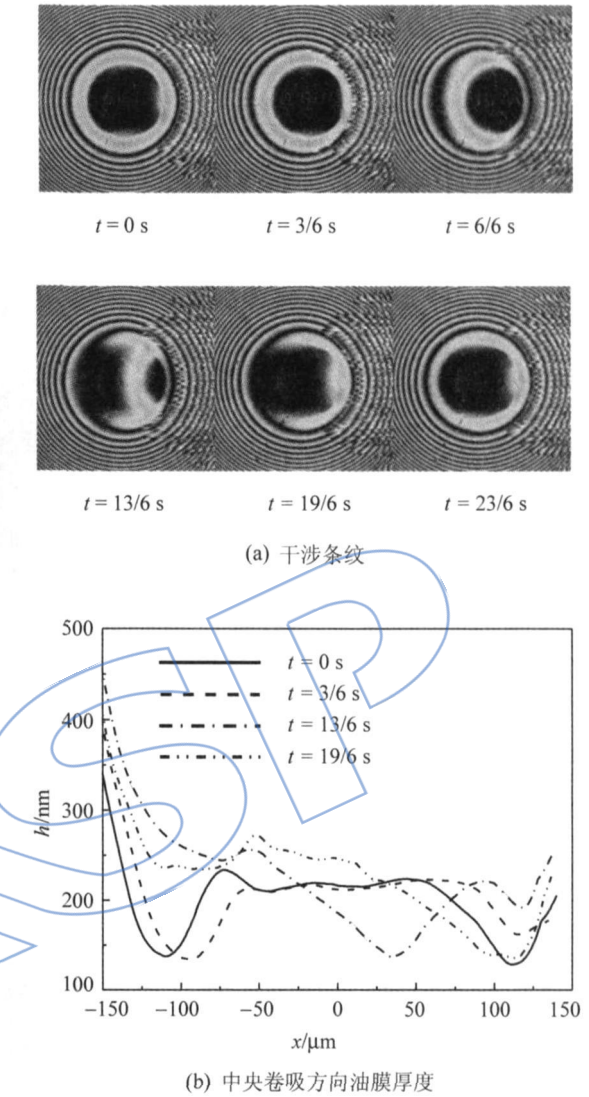


图 9 周期卷吸条件下的界面滑移动效应,纯盘滑动,
 $T=5.5\text{ s}$, $T_0=3.3\text{ s}$, $w=16\text{ N}$, $u_c=86\mu\text{m/s}$, PB1300
Fig.9 Effect of wall slippage on the films under
cyclic entrainment, pure disc sliding,
 $T=5.5\text{ s}$, $T_0=3.3\text{ s}$, $w=16\text{ N}$,
 $u_c=86\mu\text{m/s}$, PB1300

以上实验中出现了三种类型的油膜凹陷,来自不同的机理. 一类是表面卷吸进入接触区的润滑油,当固体表面停止运动而互相趋近时,由挤压效应产生. 第二类是卷吸启动时由于传动系统的动态响应产生的速度振荡而产生. 这两类油膜凹陷均可以被卷吸运动运输接触区出口. 而观察到的第三类凹陷由界面滑移产生. 图 10 给出了一个弹流接触副的界面滑移简化模型. 长度为 l 的 AB 段代表接触区入口侧的一界面滑移区域. 无滑移

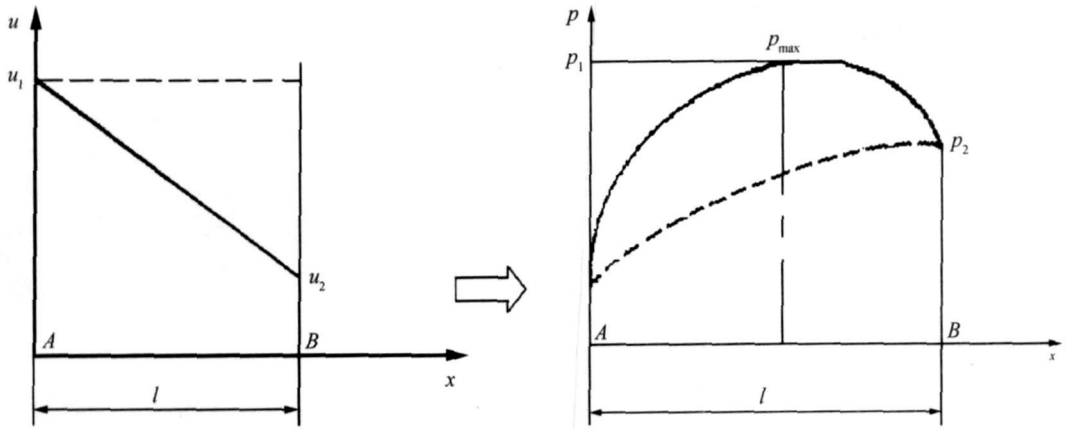


图 10 界面滑移诱发压力改变

Fig. 10 Pressure change by wall slippage

时的卷吸速度与压力分布如虚线所示, 卷吸速度恒为 u_1 , 压力分布对于经典弹流接触产生平行油膜间隙 h . 当 AB 区域玻璃盘/润滑剂界面发生滑移, 假设卷吸速度从 u_1 线性降低到 u_2 , 实际卷吸速度如实线所示.

$$u_e = \frac{u_2 - u_1}{l}x + u_1 \quad (2)$$

只考虑一维情况, 在玻璃盘纯滑动条件下的 Reynolds 方程

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12 \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_e h) \quad (3)$$

设密度 $\rho = 1$, 忽略密度 ρ 、粘度 η 随压力 p 的变化, 则

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{12\eta}{h^2} \cdot \frac{\partial u_e}{\partial x} \quad (4)$$

将式(2)代入(4)式, 可得

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{12\eta}{h^2} \cdot \frac{u_2 - u_1}{l} \quad (5)$$

为讨论简便起见以 A, B 两点压力恒定为零作为边界条件, 则不难求得压力分布

$$p = -\frac{1}{2}kx^2 + \frac{kl}{2}x \quad (6)$$

其中 k 为常数, $k = \frac{12\eta}{h^2} \cdot \frac{u_1 - u_2}{l}$, η 为润滑油的粘度. 可以看到当发生界面滑移时, 所诱发的流体的压力使得压力分布的凸度增加, 将平行油膜间隙变为凹陷油膜间隙. 而类似分析可以得到在接触区出口处, 界面滑移时使得流体的压力分布的凸度减小. 所以凹陷油膜仅出现在入口侧. 以上分析说明实验观察到的第三类凹陷依赖于界面条件, 因此不会被卷吸运动输运到接触区出口一侧.

3 结 论

通过本文的实验观察, 可得到以下结论:

- 1) 周期性的间歇卷吸运动导致弹流接触区存在明显的封油现象.
- 2) 启动过程的速度干扰效应可产生局部厚油膜, 该局部油膜以卷吸速度通过赫兹接触区.
- 3) 在动态间歇卷吸条件下界面滑移仍可产生入口凹陷. 入口凹陷的出现与速度和一个周期的高速段的持续时间有关.
- 4) 间歇卷吸运动中滑移产生的凹陷不随表面移动.
- 5) 实验中所观察的现象的合理解释依赖于详细的数值分析.

参考文献:

- [1] 温诗铸, 杨沛然. 弹性流体动力润滑[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.
WEN Shizhu, YANG Peiran. Elastohydrodynamic Lubrication[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1992 (in Chinese).
- [2] Smith F W. Lubricant behavior in concentrated contact systems: The castor oil steel system[J]. Wear, 1959, 2 (4): 260-263.
- [3] Shieh J, Hamrock B J. Film collapse in EHL and micro EHL[J]. Trans. ASME, Journal of Tribology, 1991, 113: 372-377.
- [4] Zhang Y B, Wen S. An analysis of elastohydrodynamic lubrication with limiting shear stress: Part I - Theory and solutions[J]. STLE, Tribology Transactions, 2002, 45: 135-144.
- [5] Stahl J, Jacobson B O. A lubricant model considering wall slip in EHL line contacts[J]. Trans. ASME, Journal of Tribology, 2003, 125: 523-532.

- [6] Guo F, Wong P L. An anomalous elastohydrodynamic lubrication film inlet dimple[J]. ASME Journal of Tribology, 2005, 127: 425-434.
- [7] Zhao J, Sadeghi F. Analysis of EHL circular contact shut down [J]. ASME Journal of Tribology, 2003, 125: 76-90.
- [8] Wang J, Hashimoto T, Nishikawa H, et al. Pure rolling elastohydrodynamic lubrication of short stroke reciprocating motion[J]. Tribology International, 2005, 38(11): 1013-1021.
- [9] Sugimura J, Jones W R, Spikes H A. EHD film thickness in non-steady state contacts[J]. Journal of Tribology, 1998, 120: 442-452.
- [10] Glovnea R P, Spikes H A. Elastohydrodynamic film formation at the start-up of the motion[J]. Journal of Engineering Tribology, 2001, 215: 125-138.
- [11] Holmes M J A, Evans H P, Snidle R W. Comparison of transient EHL calculations with start-up experiments [C]//Proceedings of the 29th Leeds-Lyon Symposium on Tribology. Amsterdam: Elsevier, 2003: 79-89.
- [12] Guo F, Wong P L. A multiple beam intensity based approach for thin lubricant film measurement in non-conformal contacts[J]. Journal of Engineering Tribology, 2002, 216: 281-291.