

文章编号:1000-8055(2008)11-2147-06

斜齿面齿轮几何传动误差的设计

沈云波, 方宗德, 赵 宁, 郭 辉
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 主要对沿齿高方向修形的斜齿面齿轮副几何传动误差进行了设计. 为了避免边缘接触, 提高面齿轮传动的连续性和稳定性, 采用了一种沿齿高方向曲线修形的面齿轮副齿面结构, 对仅有小轮齿面修形的面齿轮副和大、小轮齿面均修形的面齿轮副的几何传动误差进行了设计比较. 结果表明, 仅小轮沿齿高方向曲线修形的斜齿面齿轮副传动误差为非对称的抛物线, 装配误差影响传动误差幅值; 沿齿高方向两轮均修形的面齿轮副, 恰当的设计齿条刀具抛物线修形因数 a_1 , a_s 和抛物线顶点的位置参数 u_0 , 不论是否对准安装, 几何传动误差均为连续的对称抛物线型.

关 键 词: 面齿轮; 传动误差; 斜齿轮; 齿面修形

中图分类号: TH132

文献标识码: A

Design of geometry transmission errors of helical face-gear drive

SHEN Yun-bo, FANG Zong-de, ZHAO Ning, GUO Hui

(School of Mechatronics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The geometry transmission errors of modified helical face-gear drive was investigated in the paper. A new version of face-gear drive geometry was proposed as envelopes of two parabolic racks of the pinion and shaper in the profile to improve the continuity and stability. The results show the transmission errors of helical face-gear drive with only modified helical pinion is an asymmetric one, and symmetric function parabolic transmission errors, no matter alignment or misalignment, were caused by the new geometry with tooth surfaces modified, while the factors of parabolic a_1 , a_s and parameter u_0 of parabola apex were designed.

Key words: face-gear; transmission errors; helical gear; modification

面齿轮传动已在直升机主传动系统中应用, 并在分流-汇流传动结构方面表现出了潜在的优势^[1]. 传统的渐开线斜齿面齿轮副, 在对准安装或非对准安装条件下, 几何传动误差为零, 但由于接触路径近似垂直于面齿轮的根锥, 即使在轻载的情况下也容易产生边缘接触, 引起振动和噪声, 所以在实际工程中很难得到应用^[2-3]. 对斜齿面齿轮副齿面沿全齿高修形是解决上述问题的主要手段. 齿高方向修形曲线目前主要有直线、圆弧、抛

物线以及高阶曲线等^[4-5]. 由于面齿轮传动大多应用在高速、重载条件下, 为了降低齿轮副对安装误差的敏感性及避免边缘接触, 面齿轮传动的几何传动误差可设计为抛物线形. 同时考虑到齿轮副的修形是通过对刀具修形实现的, 且抛物线齿廓易于修形加工, 因此研究中采用二次抛物线作为加工齿轮副的齿条刀具修形曲线.

论文首先由修形滚刀的齿面通过齐次坐标变换导出了面齿轮的齿面方程, 然后在固定坐标系

收稿日期:2007-10-26; 修订日期:2008-07-02

基金项目:国家自然科学基金(50675176); 航空科技创新基金(07B53004)

作者简介:沈云波(1970-), 男, 山东滨州人, 博士生, 主要从事机械传动、误差测量与补偿等方面的研究.

E-mail shenyunbo@mail.nwpu.edu.cn

下建立了两齿面啮合的条件,确定了影响传动误差的因素,最后给出面齿轮副几何传动误差的设计实例,并通过 TCA 法对实例进行了验证说明.

1 斜齿面齿轮齿面方程推导

在文献[6]中,作者已给出了斜齿面齿轮齿面方程的推导过程,本文是在上述基础上采用不同转换坐标系的进一步完善,其齿面方程的最终形式是完全一致的.

1.1 齿条齿廓方程

斜齿面齿轮传动由斜齿面齿轮和斜齿圆柱齿轮构成.圆柱齿轮作为主动轮由齿条刀范成,斜齿面齿轮是由与圆柱齿轮共轭的齿轮刀具展成.则展成小齿轮和产形齿轮的齿条法向齿廓如图 1 所示.坐标系 S_a, S_b 分别位于齿条的法截面内, $u_i (i = s, 1)$ 分别是切削刀具和小齿轮的齿条沿齿廓方向的参数, $s_0 = \frac{\pi m_n}{2}$ 为法向齿槽宽, α_n 是法面压力角. α 为当顶点在 O_a 处的抛物线修形因数,其值可正可负. u_0 是抛物线顶点的位置参数.齿廓方程在 S_a, S_b 中分别表示为

$$r_a = [u_i \quad a_i u_i^2 \quad 0]^T \tag{1}$$

$$r_b(u_i) = M_{ba} r_a \tag{2}$$

式中 M_{ba} 为坐标系 S_a 到 S_b 的变换矩阵.

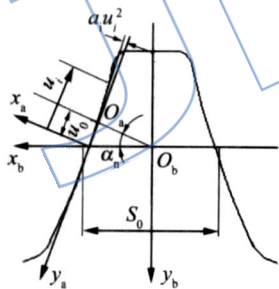


图 1 齿条法向齿廓
Fig. 1 Normal profile of rack

1.2 斜齿条刀齿面方程

如图 2,法向齿廓沿 cc 由坐标系 S_b 平移 l_i 到坐标系 S_{ci} 并旋转 β 角,则斜齿条齿面 Σ_{ci} 在坐标系 S_{ci} 中的方程为

$$r_{ci}(u_i, l_i) = M_{cb}(l_i) r_b(u_i) \tag{3}$$

单位法矢为

$$n_{ci}(u_i) = \frac{\frac{\partial r_{ci}}{\partial u_i} \times \frac{\partial r_{ci}}{\partial l_i}}{\left| \frac{\partial r_{ci}}{\partial u_i} \times \frac{\partial r_{ci}}{\partial l_i} \right|} \tag{4}$$

式中 $M_{cb}(l_i)$ 是坐标系 S_b 到 S_c 的变换矩阵.

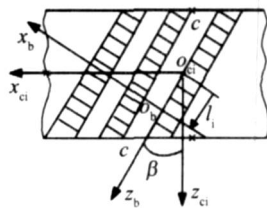


图 2 生成斜齿条坐标系
Fig. 2 Coordinate system for screw rack

1.3 产形齿轮和小齿轮齿面方程

产形齿轮齿面 Σ_s 和小齿轮齿面 Σ_1 分别由齿条齿面 Σ_{ci} 包络而成,如图 3 所示.图中 S_{ci}, S_i 分别是与齿条和齿轮固联的动坐标系, S_m 是与机床相联的固定坐标系, ϕ 是齿轮的转角, $s_{ci} = r_{pi} \phi$ 是齿条沿 x_{ci} 方向的位移. r_{pi} 是齿轮的分度圆半径.齿条与齿轮的啮合方程为

$$f_{ci}(u_i, l_i, \phi) = r_{pi}(\sin \alpha_n - 2 a_i u_i \cos \alpha_n) - (u_i + 2 a_i u_i l_d + 2 a_i^2 u_i^3) \cos \beta - l_i(\sin \alpha_n - 2 a_i u_i \cos \alpha_n) \sin \beta = 0 \tag{5}$$

式中 $l_d = s_0 \cos(\alpha_n)/2$, 则 ϕ 可表示为 u_i, l_i 的函数.齿条齿面 Σ_{ci} 在 S_i 坐标系下表示为

$$r_i(u_i, l_i, \phi) = M_{ici}(\phi) r_{ci}(u_i, l_i) \tag{6}$$

式中 $M_{ici}(\phi)$ 是坐标系 S_{ci} 到 S_i 的坐标变换矩阵.则齿轮齿面 Σ 的方程可由式(5)和式(6)表示.

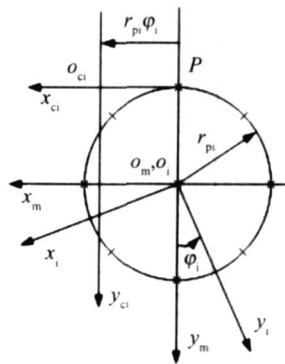


图 3 产形齿轮展成
Fig. 3 Shaper of generation

$$f_{ci}(u_i, l_i, \phi) = 0$$
$$r_i(u_i, l_i, \phi) = M_{ici}(\phi) r_{ci}(u_i, l_i) \tag{7}$$

其法矢为

$$n_i(u_i, l_i) = L_{ici}(\phi(u_i, l_i)) n_{ci}(u_i) \tag{8}$$

式中 $L_{ici}(\phi(u_i, l_i))$ 是 $M_{ici}(\phi)$ 删除最后一行和最后一列后的三阶矩阵.

1.4 斜齿面齿轮齿面方程

利用图 4 坐标变换可导出斜齿面齿轮齿面 Σ_2 的方程.图中 S_a 是固定坐标系, S_s, S_2 是分别

与产形齿轮和面齿轮相固联的移动坐标系, S_p 是辅助坐标系. L_1, L_2 分别是面齿轮最小内半径和最大外半径. γ_m 是面齿轮与产形轮的轴交角. ϕ_s, ϕ_2 分别是产形轮和面齿轮的转角, 并且有 $\frac{\phi_s}{\phi_2} = \frac{N_2}{N_s}$, N_s, N_2 是产形轮与面齿轮的齿数.

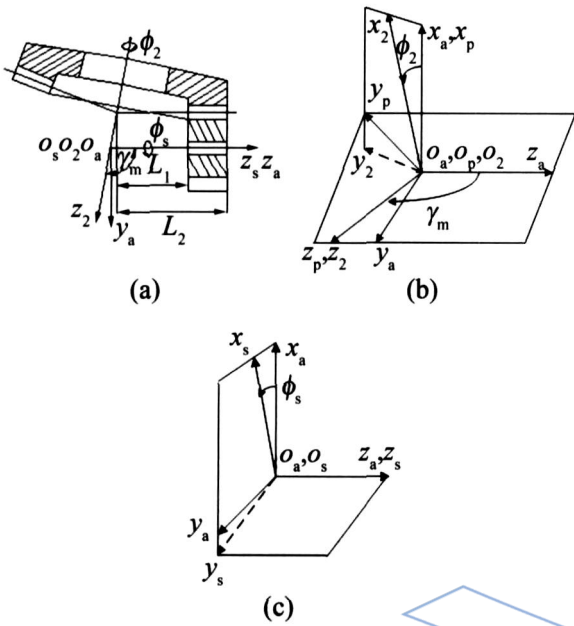


图 4 展成斜齿面齿轮坐标系

Fig. 4 Coordinate system for face gear generation

则面齿轮齿面 Σ_2 可由如下方程表出.

$$r_2(u_s, l_s, \phi_s) = M_{2s}(\phi_s) r_s(u_s, l_s) \quad (9)$$

$$f_{2s}(u_s, l_s, \phi_s) = n_s \cdot v_s^{(s2)} = 0 \quad (10)$$

式中 n_s 是齿面 Σ_s 的法矢在 S_s 中的表示, $v_s^{(s2)}$ 是在 S_s 中表示的两齿面的相对运动速度.

2 相切方程

两齿面 Σ_1 和 Σ_2 在固定坐标系 S_f 中相切, 齿面的位置矢量和法矢量应分别相等^[7-8]. 图 5 所示为转换坐标系. 坐标系 S_1 和 S_2 分别是与圆柱齿轮和斜齿面齿轮固联的动坐标系, S_f 为固定坐标系. 为了研究未对准安装条件下的啮合特性, 建立了辅助坐标系 S_q, S_d 和 S_e . 各坐标系位置的相互关系如图中(b), (c), (d)所示. 图中 ΔE 是轴交错位移误差; Δq 为面齿轮的轴向偏移误差; $\gamma = \gamma_m + \Delta\gamma$, γ_m 是轴交角, $\Delta\gamma$ 为轴交角误差. 在坐标系 S_f 中, 齿面 Σ_1, Σ_2 及其单位法矢可表示为

$$\begin{aligned} r_1^{(1)}(u_1, l_1, \phi_1') &= M_{f1}(\phi_1') r_1(u_1, l_1) \\ n_1^{(1)}(u_1, l_1, \phi_1') &= L_{f1}(\phi_1') n_1(u_1, l_1) \\ r_2^{(2)}(u_s, l_s, \phi_s, \phi_2') &= M_{f2}(\phi_2') r_2(u_s, l_s, \phi_s) \end{aligned} \quad (11)$$

$$n_2^{(2)}(u_s, l_s, \phi_s, \phi_2') = L_{f2}(\phi_2') n_2(u_s, l_s, \phi_s) \quad (12)$$

式中 ϕ_1', ϕ_2' 分别是圆柱齿轮和面齿轮啮合时的转角; M_{f1} 是 S_1 到 S_f 的变换矩阵, L_{f1} 是 M_{f1} 消去最后一行和最后一列后的矩阵; $M_{f2} = M_{f1} M_{qd} M_{de} M_{e2}$ 是 S_2 到 S_f 的变换矩阵, L_{f2} 是 M_{f2} 消去最后一行和最后一列后的矩阵. 在坐标系 S_f 中, 两齿面相切得到以下方程

$$\begin{aligned} r_1^{(1)}(u_1, l_1, \phi_1') - r_2^{(2)}(u_s, l_s, \phi_s, \phi_2') &= 0 \\ n_1^{(1)}(u_1, l_1, \phi_1') - n_2^{(2)}(u_s, l_s, \phi_s, \phi_2') &= 0 \\ f_{2s}(u_s, l_s, \phi_s) = n_s \cdot v_s^{(s2)} &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

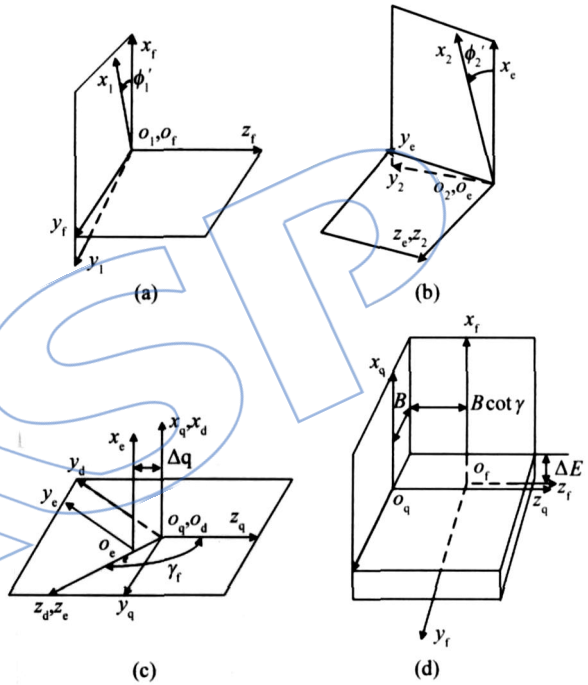


图 5 两齿面啮合所用坐标系

Fig. 5 Coordinate system applied for meshing

由此可得到 7 个标量方程. 但其中只有 6 个是相互独立的, 因为 $|n_1^{(1)}| = |n_2^{(2)}|$. 不妨令 ϕ_1' 做为输入变量, 可解得其余 6 个参变量.

$$\{u_1(\phi_1'), l_1(\phi_1'), u_s(\phi_1'), l_s(\phi_1'), \phi_s(\phi_1'), \phi_2'(\phi_1')\} \in C^1$$

假定两齿面在某一初始点相切, $P^0 = (u_1^0, l_1^0, \phi_1^0, u_s^0, l_s^0, \phi_s^0, \phi_2^0)$ 满足式 (11). 如果雅可比行列不等式成立, 则可得到 P^0 点邻近的解^[5].

$$\Delta_5 = \frac{D(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6)}{D(u_1, l_1, u_s, l_s, \phi_s, \phi_2')} \neq 0 \quad (14)$$

3 传动误差设计

面齿轮副几何传动误差函数定义为^[5]

$$\Delta\phi_2'(\phi_1') = (\phi_2' - \phi_2) - \frac{N_1}{N_2}(\phi_1' - \phi_1) \quad (15)$$

其中 ϕ_2 和 ϕ_1 是小圆柱齿轮和面齿轮的初始转角, ϕ_2' 和 ϕ_1' 为圆柱齿轮和面齿轮的实际转角. $\Delta\phi_2'$ (ϕ_1') 为啮合过程中面齿轮实际滞后主动圆柱齿轮的转角. 齿轮副设计参数如表 1 所示.

表 1 齿轮设计参数表

Table 1 Parameters of helical face-gear drive

设计参数	实例 1	实例 2	实例 3
小轮齿数 N_1	25	25	25
产形轮齿数 N_s	28	28	28
面齿轮齿数 N_2	160	160	160
模数 $m_n / (\text{mm})$	3.175	3.175	3.175
法面压力角 $\alpha_n / (^\circ)$	25.0	25.0	25.0
轴夹角 $\gamma_m / (^\circ)$	90.0	90.0	90.0
螺旋角 $\beta / (^\circ)$	15.0	15.0	15.0
内半径 $L_1 / (\text{mm})$	245.0	247.0	247.0
外半径 $L_2 / (\text{mm})$	295.0	295.0	295.0
修形系数 $a_1 / (\text{mm}^{-1})$	0.002	0.0025	0.002
修形系数 $a_s / (\text{mm}^{-1})$	0.0	- 0.0015	- 0.001
抛物线顶点参数 $u_0 / (\text{mm})$	0.0	0.0	- 0.462

设计实例 1:小齿轮沿齿高方向修形,产形轮齿廓为传统的渐开线,其它设计参数如表 1. 齿轮副对准安装,传动误差曲线如图 6(a),非对准安装,装配误差设为 $\Delta\gamma = 0.02^\circ$, $\Delta q = 0.2 \text{ mm}$, $\Delta E = 0.3 \text{ mm}$,图 6(b).

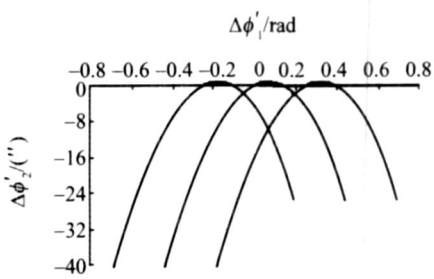
由图 6 看出在仅对小轮齿面曲线修形而大轮齿面没有任何修形的条件下,两齿轮不论是对准安装还是非对准安装,几何传动误差都为非对称的中凸曲线.因而在承受较大载荷的情况下,轮齿的一端可能出现边缘接触.

1) 抛物线修形因数 $a_1 > 0$,也就是常把小圆柱齿轮修成中凸齿形.此时,在一定的范围内,无论如何设计 a_1 和抛物线顶点位置参数 u_0 ,传动误差的形状不发生变化,仅是幅值随着 a_1 和 u_0 而改变.

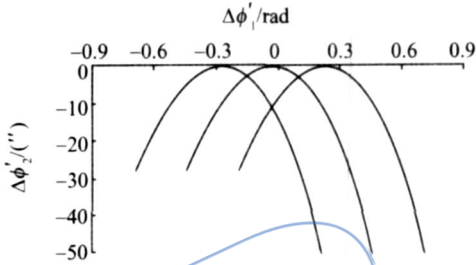
2) 在有安装误差的条件下,误差曲线的形状发生了改变,幅值也变大,如图 6(b).

设计实例 2:小齿轮和产形轮均沿齿高方向曲线修形,修形因数见表 1,齿轮副对准安装,齿面接触路径如图 7(a). 传动误差曲线如图 7(b) (记为 I 类误差曲线).

设计实例 3:小齿轮和产形轮均沿齿高方向



(a) 小齿轮齿廓修形传动误差
($\Delta\gamma=0.0$, $\Delta q=0.0$, $\Delta E=0.0$)



(b) 小齿轮齿廓修形传动误差
($\Delta\gamma=0.02$, $\Delta q=0.2 \text{ mm}$, $\Delta E=0.2 \text{ mm}$)

图 6 小齿轮齿面修形面齿轮副传动误差

Fig. 6 Transmission errors of face-gear drive with modified helical pinion

曲线修形,修形因数如表 1,齿轮副对准安装,设计接触路径如图 7(a),传动误差曲线如图 7(c). 齿轮副非对准安装,图 7(d) 为设计安装误差 $\Delta\gamma = 0.02^\circ$, $\Delta q = 0.2 \text{ mm}$, $\Delta E = 0.3 \text{ mm}$ 时的传动误差曲线,图 7(e) 为设计轴向偏移误差 $\Delta q = 0.2 \text{ mm}$ (或轴交错位移误差 $\Delta E = 0.3 \text{ mm}$) 时传动误差曲线(记为 II 类误差曲线).

由图 7 看出小轮和大轮均沿齿高方向修形的斜齿面齿轮副,两齿轮不论是对准安装还是非对准安装,只要恰当的设计抛物线修形因数 a_s , a_1 和抛物线顶点位置参数 u_0 的大小,几何传动误差可为连续的对称抛物线型.

1) 由图 7(b) 知,在对准安装的条件下,当齿面修形因数设为 $a_1 = 0.0025 \text{ mm}^{-1}$, $a_s = -0.0015 \text{ mm}^{-1}$, $u_0 = 0.0$ 时,传动误差为连续的对称抛物线.

2) 由图 7(c) 知,在对准安装的条件下,当齿面修形因数设为 $a_1 = 0.002 \text{ mm}^{-1}$, $a_s = -0.001 \text{ mm}^{-1}$ 和抛物线顶点参数 $u_0 = -0.462 \text{ mm}$ 时,传动误差为连续的对称抛物线,但其幅值较图 7(b) 变小.从而可以认为,通过设计抛物线修形因数的大小,可在一定范围内改变传动误差的幅值.

3) 由图 7(d) 知,在非对准安装的条件下,轴夹角误差,轴向偏移误差和轴交错位移误差虽然

可引起接触区域向面齿轮齿面的大端或小端偏移,但几何传动误差形状仍为连续的抛物线,相比较图 7(c),仅是导致了传动误差幅值的增加。

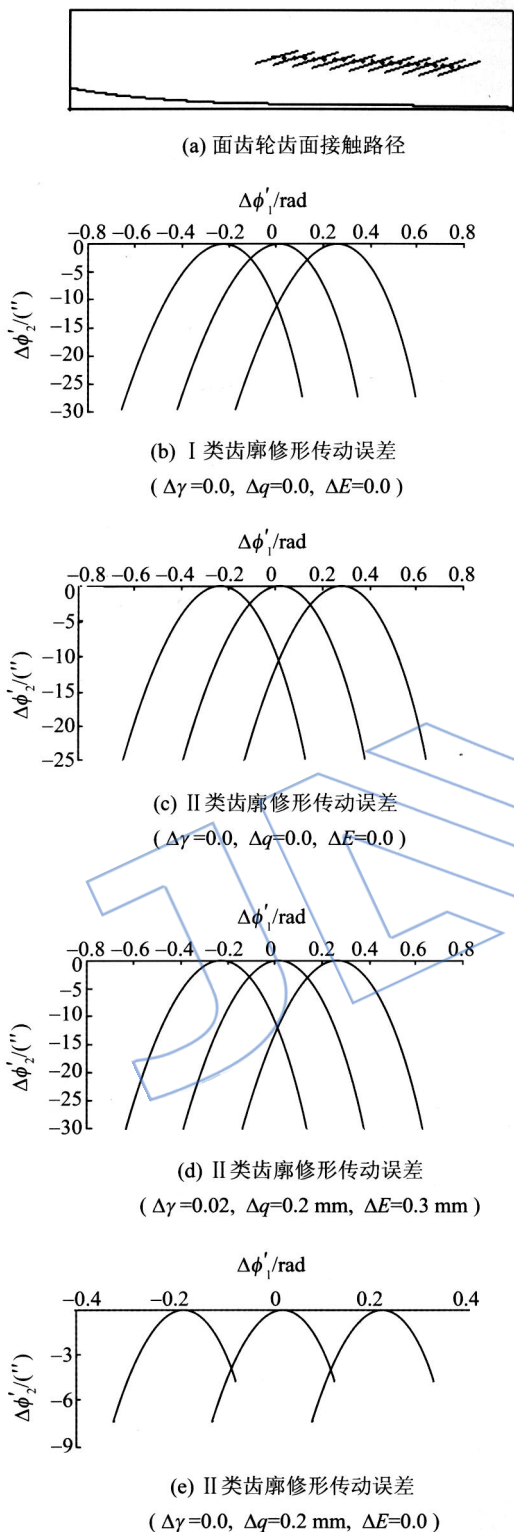


图 7 斜齿面齿轮副几何传动误差 (a,b) 设计实例 2, (a,c,d,e) 设计实例 3

Fig. 7 Transmission errors of alignment or misalignment of involute helical face-gear drive (a,b) example 2, (a,c,d,e) example 3

4) 在轴向偏移误差和轴交错位移误差单独存在的条件下,会造成传动误差的不对称,如图 7(e),在单个误差较大的情况下,传动误差甚至不连续,对传动的稳定性有一定的影响,在设计时应避免。

4 结 论

对斜齿面齿轮副传动误差进行了设计研究,得出以下结论:

- 1) 斜齿面齿轮副抛物线型的几何传动误差可通过齿高方向修形设计得到。
- 2) 当设计仅对小圆柱齿轮齿面沿齿高方向曲线修形时,不论是对准安装还是非对准安装,几何传动误差都为非对称的中凸曲线,因而受载时易产生边缘接触,安装误差影响误差曲线的性质和传动误差的幅值。
- 3) 当两齿面均沿齿高方向修形时,修形因数设计为 $\alpha_1 = 0.002 \text{ mm}^{-1}$, $\alpha_s = -0.001 \text{ mm}^{-1}$,抛物线顶点参数 $u_0 = -0.462 \text{ mm}$ 时,无论是对准安装还是非对准安装,传动误差都可连续抛物线型,安装误差可导致误差幅值的增大。
- 4) 在轴向偏移误差和轴交错位移误差单独存在的条件下,会造成传动误差的不对称,对传动的连续性有一定的影响,可通过设计两种以上装配误差同时存在而给予补偿。
- 5) 文中所设计的抛物线修形因数和抛物顶点位置参数是多组参数优选的结果,关于修形参数的全局优化设计将在后续研究中展开。

参考文献:

- [1] Hendrik K, Emmeloord N. Face gear transmission[D]. United States Patent, No. 4744263, May 17, 1998.
- [2] Paydor L L, Alfonso F, Claudio Z, et al. Design, generation, and stress Analysis of two versions of geometry of face-gear drives[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002 (37) :1179-1211.
- [3] Paydor L L, Alfonso F, Matt H. Design, generation and TCA of new type of asymmetric face-gear drive with modified geometry[J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, 2001, (190) : 5837-5865.
- [4] 塔静宁,邓效忠,张春玲,等. 渐开线斜齿轮全齿高修形的轮齿接触区参数的研究[J]. 矿山机械, 2001, (7) :53-55. TA Jingning, DENG Xiaozhong, ZHANG Chunling, et al. The parameters Investigation on contact area with modification of involute helical gear [J]. Mining and Processing Equipment, 2001, (7) :53-55. (in Chinese)
- [5] 魏冰阳,方宗德,周彦伟,等. 基于变性法的高阶传动误差设计与分析[J]. 西北工业大学学报, 2003, 21 (6) :

757-759.

WEI Bingyang, FANG Zongde, ZHOU Yanwei, et al. On improving design of spiral bevel gear with higher-order transmission error curve [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2003, 21 (6) : 757-759. (in Chinese)

[6] 沈云波,方宗德,赵宁,等. 斜齿面齿轮齿宽的设计[J]. 航空动力学报, 2008, 23(4) : 754-758.

SHEN Yunbo, FANG Zongde, ZHAO Ning, et al. The de-

sign of tooth face width of the face-gear drives with helical pinion[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(4) : 754-758. (in Chinese)

[7] Litvin F L, Ignacio Gonzalez Perez, Alfonso F, et al. Design, generation and stress analysis of face-gear drive with helical pinion[J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, 2005, (194) : 3870-3901.

[8] Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ :1994.

JALSP