

文章编号: 1000-8055(2009)06-1204-07

涡轮叶栅流动和传热耦合计算

曾 军, 卿雄杰

(中国燃气涡轮研究院, 成都 610500)

摘 要: 通过求解三维雷诺平均 N-S (Navier-Stokes) 方程和带转捩模型的二方程 SST (Shear stress transport) 湍流模型, 完成了带简单冷却的 MARK II 涡轮导向叶栅流动和传热耦合计算. 计算结果与试验数据的对比表明, 发展的带转捩模型的数值方法明显地提高了叶栅温度和外换热系数的计算精度. 同时研究发现, 湍流模型对叶栅表面压力分布影响很小, 而对叶栅表面温度和外换热系数影响很大; 在其它边界条件相同的情况下进口湍流度对壁面压力几乎无影响, 但对叶栅温度和外换热系数影响较大.

关 键 词: 计算流体动力学(CFD); 涡轮叶栅; 湍流模型; 转捩; 流动和传热

中图分类号: V231.1

文献标识码: A

Conjugate flow and heat transfer investigation of a turbine cascade

ZEN G Jun, QIN G Xiong-jie

(China Gas Turbine Establishment, Chengdu 610500, China)

Abstract: A numerical method with three-dimensional Reynolds averaged Navier-Stokes equations and the two-equation turbulence model shear stress transport (SST) model including the transition model was used to investigate the conjugate heat transfer problems of a turbine cascade called MARK II, which was cooled with internal convection method. Under the conditions of various inlet turbulence intensities, the conjugate calculations were executed and the results were compared with the experimental data. The results show that the numerical method with the transition model has higher accuracy to predict the cascade surface temperature and external heat transfer coefficient (EHTC) distributions. The inlet turbulence intensity especially low inlet turbulence intensity has great effects on cascade surface temperature and heat transfer distributions, but has little effect on cascade surface pressure distributions.

Key words: CFD (computational fluid dynamics); turbine cascade; turbulence model; transition; conjugate flow and heat transfer

涡轮的传热设计是高压涡轮设计中的一个极具挑战性的工作, 设计高压涡轮时经常采用大量的冷却空气以保证部件的强度、寿命和可靠性, 但过多的冷气会影响到发动机的热效率和耗油率^[1], 而冷气量的多少取决于叶片温度场的计算精度. 涡轮叶片温度场的计算精度极大地受制于转捩区的温度场计算精度. 转捩这一现象特别体现在现代涡轮中. 在涡轮的吸力面上, 极大的顺压

力梯度使流动再层流化, 该层流流动在较大反压的影响下发生转捩. 在转捩区域, 流动和传热现象十分复杂, 对该区域的模拟存在很大的困难.

国外对涡轮叶片流动传热耦合计算进行了大量研究. Bohn 等人^[2]最早对涡轮叶栅^[3]进行了二维流动和传热耦合计算, 湍流模型采用了标准的 Baldwin-Lomax 模型, 获得了 MARK II 涡轮叶栅跨声速条件(叶栅出口等熵马赫数

收稿日期: 2008-06-16; 修订日期: 2009-04-07

作者简介: 曾军(1967 -), 男, 四川仁寿人, 研究员, 主要从事涡轮设计和 CFD 技术研究. E-mail: gtezj @163.com

1. 04) 下的计算结果,得到的叶栅表面温度与试验值的最大偏差不超过 15 K. York 等人^[4]对 C3X 涡轮叶栅进行了三维流动传热耦合计算,但因未使用转捩模型,对前缘滞止点和层流区叶栅表面外换热系数的模拟精度较低. Sheng 等人^[5]对三维涡轮叶栅的流动传热耦合进行了研究. 文献[2]和文献[4-5]的计算中都未考虑转捩对流动和传热的影响.

由于在涡轮叶栅吸力面存在转捩现象,转捩对叶栅流动和换热必然产生影响. 为提高叶栅流动和换热的计算精度,必须发展符合流动本质的高精度转捩模型.

求解流动传热耦合问题的最好办法是大涡模拟法(LES)和直接数值模拟法(DNS),这两种方法对模拟转捩区具有较高的精度,然而由于方法对计算机的要求过高,计算周期太长,因而不适用于工程应用. 现阶段最佳的方法仍是采用带转捩模型的双方程湍流模型进行计算.

本文采用带转捩模型的数值方法,对带简单冷却的 MARK II 涡轮导向叶栅进行了二维流动和传热耦合计算,在验证方法精度的基础上,对三种湍流模型、进口湍流度对流动和传热的影响进行了计算和分析.

1 数值方法

数值方法采用三维非定常 Navier-Stokes (N-S) 方程和带转捩的 SST (Shear stress transport) 湍流模型求解流体问题、利用导热方程求解固体导热问题.

1.1 控制方程

三维非定常 N-S 方程如下:

连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0$$

动量方程

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i U_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu_{\text{eff}} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)$$

能量方程

$$\frac{\partial \rho h^*}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i h^*}{\partial x_i} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{\text{eff}} U_i \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu_{\text{eff}} U_i \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)$$

对于固体导热,由于固体内部没有热源,故固体内部的换热方程为

$$\frac{\partial \rho c T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)$$

式中 $\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t$; ρ 为密度; U 为速度; p 为压力; h^* 为滞止焓; λ 为导热系数; T 为温度; c 为固体的比热容; μ 为动力黏性系数; μ_t 为湍流黏性系数; t 为时间.

在固体和流体的交界面上,热流量相等.

采用有限体积法进行离散,为加速收敛,运用了全隐式代数多重网格耦合求解技术,通过同时求解动量方程和连续方程来解决压力与速度的失耦问题,对流项采用二阶精度格式.

1.2 湍流模型

为了获得准确的流场解,必须使用能准确描述湍流机理的先进湍流模型,这对工程问题尤为重要. 为了提高流动和传热的计算精度, Menter 提出了 SST 模型^[6]. 该模型综合了 $k-\varepsilon$ 模型和 $k-\omega$ 模型的优点:在近壁区域使用 $k-\omega$ 模型,而在远离壁面区域采用 $k-\varepsilon$ 模型. 这样 SST 模型不仅具有 $k-\omega$ 模型在近壁区域计算精度高的特点,而且又克服了 $k-\omega$ 模型在远离壁面区域对来流 ω 敏感的问题. 通过对大量算例的计算,证明该模型对流动和传热问题的计算具有很好的计算精度,尤其对于具有逆压梯度的流动情况^[7].

1.3 转捩模型

转捩对传热具有强烈的影响. 为准确计算涡轮叶栅的流动和传热耦合计算,湍流模型中应包含转捩模型. 经验修正转捩模型包括零方程模型、单方程模型和双方程模型. 零方程模型需要指定间歇湍流;单方程模型仅根据用户自定义的转捩发生雷诺数来求解间歇湍流,从而避免了求解另一个输送方程,节约了计算时间,但是却未能考虑进口湍流度和压力梯度等对转捩的影响;双方程模型将转捩处的自由流湍流度与动量厚度雷诺数联系起来,并求解两个输送方程:其中一个用于计算间歇湍流,另一个以动量厚度雷诺数的函数形式作为转捩的判断准则,这两个方程与 SST 湍流模型中的生成项相耦合. 双方程转捩模型可计算由激波、分离等引起的转捩. 为准确模拟复杂的叶栅流场,提高叶栅表面温度和外换热系数计算精度,本文采用经过 Menter 等人^[8]修正过的双方程转捩模型. 其主要计算公式为

间歇湍流 γ 的输运方程

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j \gamma)}{\partial x_j} = P_1 - E_{\gamma 1} + P_2 - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right]$$

转捩源

$$P_1 = 2 F_{\text{length}} \rho S (\gamma F_{\text{onset}})^{0.5}; E_{\gamma 1} = P_1 \gamma$$

再层流化源

$$P_2 = 0.06 \rho \Omega \gamma F_{\text{turb}}; E_{\gamma 2} = 50 P_2 \gamma$$

其中

$$\begin{aligned} F_{\text{onset}} &= \max(F_{\text{onset}2} - F_{\text{onset}3}, 0); \\ F_{\text{turb}} &= e^{-(0.25 R_T)^4}; F_{\text{onset}1} = \frac{Re_v}{2.193 Re_{\theta}}; \\ F_{\text{onset}2} &= \min[\max(F_{\text{onset}1}, F_{\text{onset}1}^4), 2.0]; \\ F_{\text{onset}3} &= \max\left[1 - \left(\frac{R_T}{2.5}\right)^3, 0\right]; \\ Re_v &= \frac{\rho v^2 S}{\mu}; R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega} \end{aligned}$$

对于分离引起的转捩,修正如下:

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{eff}} &= \max(\gamma, \gamma_{\text{sep}}) \\ \gamma_{\text{sep}} &= \min\left[2 \cdot \max\left[\left(\frac{Re_v}{3.235 Re_{\theta}}\right) - 1, 0\right] F_{\text{reattach}}, 2\right] F_{\theta}; \\ F_{\text{reattach}} &= e^{-\left(\frac{R_T}{20}\right)^4} \end{aligned}$$

式中 Re_{θ} 为间歇湍流在边界层中第一次开始变大的临界雷诺数; S 为应变率强度, F_{length} 为控制转捩区长度的经验关系式, Ω 为漩涡强度. F_{length} 和 Re_{θ} 都是转捩动量厚度雷诺数 Re_{θ} 的函数.

转捩动量厚度雷诺数 Re_{θ} 的输运方程如下:

$$\frac{\partial(\rho Re_{\theta})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_j Re_{\theta})}{\partial x_j} = P_{\theta} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[2 \cdot (\mu + \mu_t) \frac{\partial Re_{\theta}}{\partial x_j} \right]$$

其中,源项

$$\begin{aligned} P_{\theta} &= 0.03 \frac{\rho}{t_1} (Re_{\theta} - Re_{\theta}^*) \left(1 - F_{\theta}\right); t_1 = \frac{500 \mu}{\rho U^2}; \\ F_{\theta} &= \min\left\{\max\left[F_{\text{wake}} \cdot e^{-\left(\frac{\delta}{\delta_{\text{BL}}}\right)^4}, 1 - \left(\frac{\gamma - 0.02}{1 - 0.02}\right)^2\right], 1\right\} \end{aligned}$$

上式中

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{50 \Omega}{U} \cdot \delta_{\text{BL}}, \delta_{\text{BL}} = 7.5 \theta_{\text{BL}}, \theta_{\text{BL}} = \frac{Re_{\theta} \mu}{\rho U}; \\ F_{\text{wake}} &= e^{-\left(\frac{Re_{\theta}}{1 \times 10^5}\right)^2}; Re_{\omega} = \frac{\rho \omega \gamma^2}{\mu} \end{aligned}$$

其中 Re_{θ} 为转捩动量厚度雷诺数的试验值.

2 MARK II叶栅

高压涡轮导叶 MARK II叶栅采用了简单对流冷却方式,叶型内部有 10 个径向冷气孔,冷却介质为空气,叶型和基本几何参数及冷气孔编号如图 1 所示,具体的叶型数据和冷气孔数据见文献[3].叶栅材料采用低导热系数的 ASTM 310 不锈钢,密度为 $7900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,比热容 $586.5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$,导热系数随温度变化,其表达式为

$$\lambda = 6.811 + 0.020176 \cdot T$$

Hylton L. D 等人[3]对其进行了大量的试验研究,获得了详细的气动和传热试验数据.因而 MARK II成为叶栅流动和传热耦合计算的典型算例之一,被广泛应用于校核计算程序和验证计算方法精度.

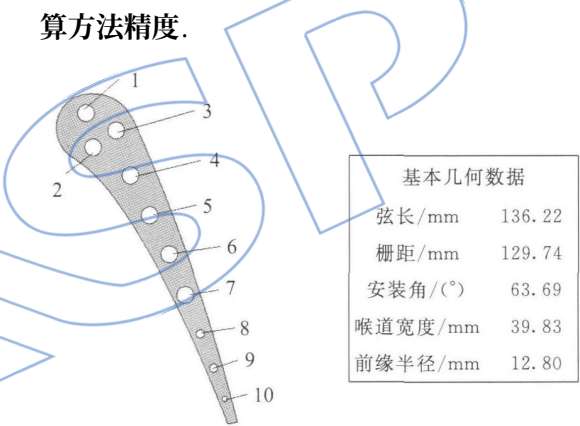


图 1 叶型示意图、主要几何参数和孔编号
Fig. 1 Sketch and geometric data of MARK II cascade

计算采用非结构网格(图 2),并对壁面附近的流体域和固体域网格进行了加密.网格单元数 35 279 个,节点数 58 618 个.其中主流场单元数 23 143 个,节点数 38 158 个;叶栅(固体域)单元数 12 136 个,节点数 20 460 个.

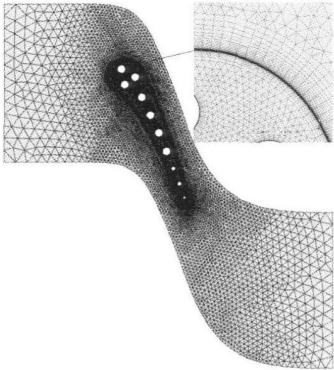


图 2 网格划分
Fig. 2 Computational grid of MARK II cascade

3 边界条件

本文发展的方法虽为全三维, 但为验证方法精度, 对带简单对流冷却的 MARK II 涡轮叶栅进行了二维流动和传热耦合计算和分析. 二维涡轮叶栅流动和传热耦合计算包含以下边界条件: 进口边界、出口边界、周期性边界、壁面边界、冷气孔壁面边界.

进口边界给定来流总压、总温、气流方向角及湍流强度和湍流尺度; 出口边界给定静压; 周期性边界上强迫所有物理参数相等; 叶栅壁面满足无滑移条件, 且热流量平衡; 冷气孔壁面边界给定冷气温度和换热系数.

对 MARK II 叶栅两种工况下的流动和传热进行了计算, 两种工况下主流场的边界条件见表 1, 各冷气孔换热系数和冷气温度见文献[3].

表 1 MARK II 叶栅计算边界条件

Table 1 Boundary conditions of MARK II cascade

工 况	进口 总压/ 10^5 Pa	进口 总温/ K	进口 湍流度/ %	出口 静压/ 10^5 Pa	出口 马赫数	出口 雷诺数/ 10^6
1	3.44	784	6.5	2.08	0.89	1.98
2	3.39	788	6.5	1.73	1.04	2.01

4 结果与分析

所有计算均在 Dell Precision 470 (至强处理器, 单 CPU, 主频 2.8 GHz) 工作站上进行, 收敛条件为全场密度、速度分量、压力、温度的最大残差皆小于 1.0×10^{-4} . 叶栅壁面外换热系数根据叶栅壁面温度和叶栅进口总温计算.

4.1 亚声速、跨声速计算结果

图 3 给出了亚声速(工况 1)、跨声速(工况 2)工况下, 利用转捩模型得到的叶栅表面压力分布 (p_t 是主流场进口滞止压力). 在整个叶栅表面上, 计算得到的叶栅表面压力分布与试验值吻合很好. 在压力面的大部分区域, 两个工况下的压力分布重合, 不受出口反压的影响. 在吸力面上, 从滞止点到第一道激波产生的位置之间, 很大的顺压力梯度使流动再层流化, 之后由于气流过度膨胀, 在吸力面上产生了激波, 导致了转捩, 流动最终变为完全湍流. 亚声速工况下计算的激波起始位置比跨声速工况下稍微提前, 但激波强度更高, 激波与附面层的相互作用, 导致流动出现了分离.

在吸力面上第一道激波发生之前的层流区, 叶栅表面压力不受出口反压的影响. 而在激波之后, 二者表面压力分布出现了明显区别: 在亚声速工况下, 气流通过激波后, 缓慢加速后再减速到出口; 在跨声速工况下, 由于具有较低的反压, 激波之后气流持续加速到出口.

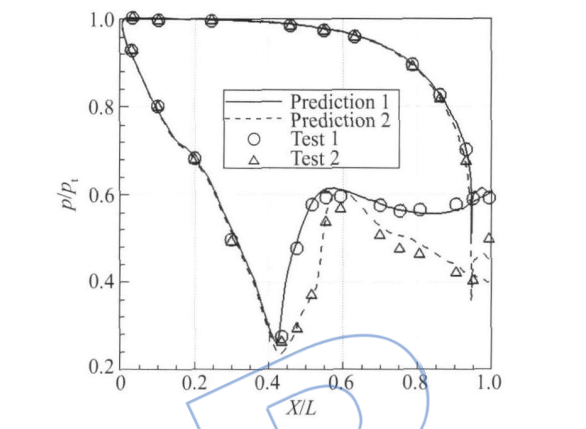


图 3 叶栅表面压力分布(工况 1 和工况 2)
Fig. 3 Pressure distribution (Condition 1 and 2)

图 4 给出了亚声速、跨声速工况下叶栅流场马赫数云图、叶栅固体域和流体域温度场云图. 亚声速工况下, 相对轴向弦长 0.43 处, 由于激波附面层干扰, 吸力面气流发生了分离, 而在跨声速工况下, 未见分离出现, 在吸力面尾缘出现了激波. 压力面边界层外的大部分地方都具有很高的温度, 在压力面尾缘附近, 由于气流快速加速, 温度迅速降低. 在叶栅内部, 由于冷却孔冷气的冷却作用, 叶栅温度一直处于较低的水平, 叶栅内最低温度出现在冷却孔 2、3 之间, 最高温度出现在尾缘.

图 5 给出了亚声速、跨声速工况下叶栅表面温度分布. 计算得到的表面温度变化趋势与试验值一致, 并在叶栅表面的大部分区域与试验值吻合. 在滞止点和吸力面层流区, 两个工况下的表面温度的计算结果都具有很高的精度. 在吸力面上出现了激波, 引起气流发生转捩, 强烈的换热使表面温度突增, 在转捩区末端达到了一个极大值, 数值方法对该极大值的计算过高, 特别是亚声速状态, 偏差约为 30 K. 在完全湍流区, 计算值和试验值之间的偏差逐渐减小. 而在整个压力面上, 计算值与试验值吻合良好. 在压力面和吸力面, 温度分布出现了波动, 在多处达到局部极大、极小值, 极小值位于冷气孔附近, 极大值位于两冷却孔之间. 叶栅表面的最大温度出现在尾缘, 这是由于尾缘外换热系数高, 而冷气孔 10 离尾缘又较远, 对尾

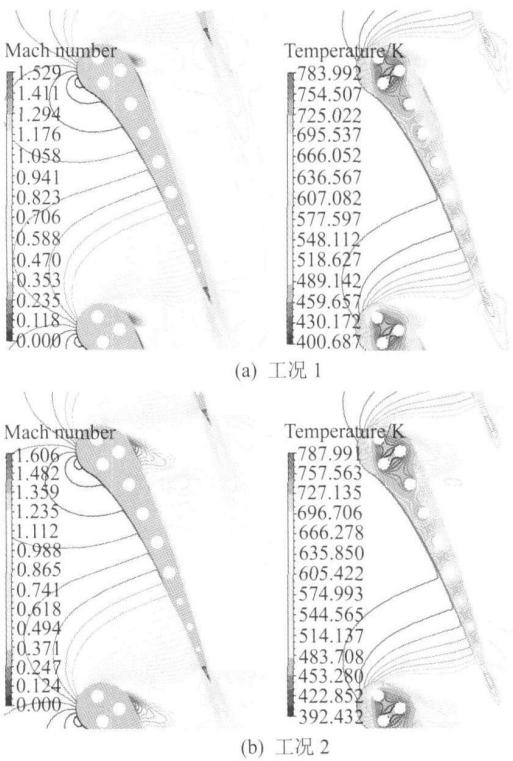


图 4 马赫数和温度场云图

Fig. 4 Contours of Mach number and temperature (Condition 1 and 2)

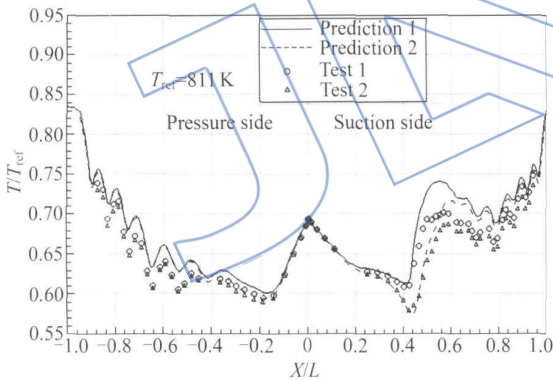


图 5 叶栅表面温度分布(工况 1 和工况 2)

Fig. 5 Temperature distribution (Condition 1 and 2)

缘未能很好地冷却所致。

图 6 是亚声速、跨声速工况下的叶栅表面外换热系数分布. 与叶栅表面温度分布相似, 在吸力面的层流区和压力面上, 外换热系数的计算值与试验值十分吻合, 并较好地计算了转捩发生的位置. 气流转捩后, 导致外换热系数突增, 并在转捩区末端达到最大值, 数值方法过高地预估了外换热系数. 在转捩区之后的完全湍流区, 外换热系数的计算值与试验值的偏差逐渐减小.

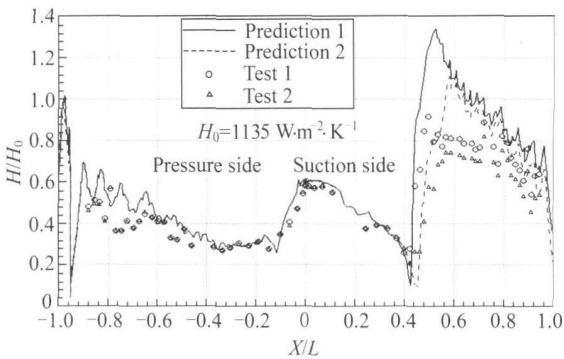


图 6 叶栅表面外换热系数分布(工况 1 和工况 2)

Fig. 6 EHTC distribution (Condition 1 and 2)

4.2 湍流模型的影响

图 7 给出了亚声速、跨声速工况下利用 $k-\omega$ 模型、SST 完全湍流模型和带转捩的 SST 模型得到的叶栅表面压力分布. 除在激波前后外, 三种模型计算得到的压力分布都完全相同. 在亚声速工况下, SST 完全湍流模型和带转捩的 SST 模型得到的激波区域的压力分布与试验值非常吻合, $k-\omega$ 模型计算的激波更强; 而对于跨声速工况, 在激波后 SST 完全湍流模型计算的压力分布与试验值最接近. 但总体上, 三种湍流模型对叶栅表面压力预估都具有很高的计算精度.

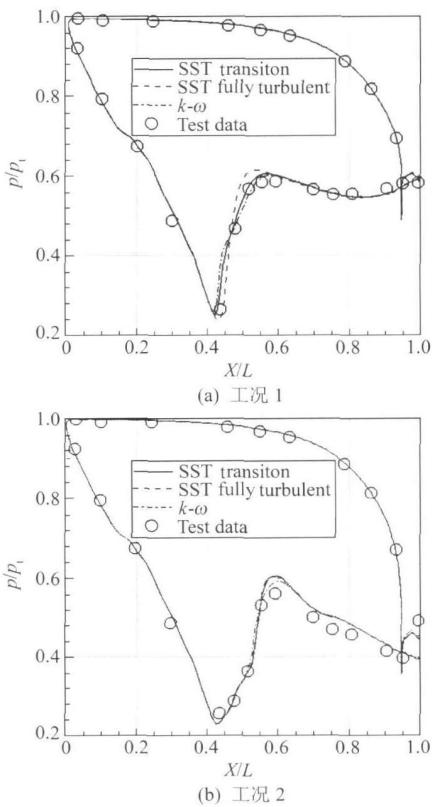


图 7 三种模型得到的表面压力分布

Fig. 7 Pressure distribution of different turbulence models

图 8 给出了亚声速、跨声速工况下叶栅表面换热系数的分布. 无论是亚声速的工况或跨声速的工况, $k-\omega$ 模型和 SST 完全湍流模型对驻点及吸力面层流区换热系数的计算都与试验值相差较大, 而带转捩的 SST 模型计算结果与试验值吻合很好. 在压力面和吸力面上的完全湍流区, 三种模型对外换热系数的计算精度相近, 都与试验值接近.

4.3 进口湍流度的影响

采用带转捩的 SST 模型研究了进口湍流度对叶栅壁面压力和温度的影响. 图 9(a) 和图 9(b) 分别给出了亚声速、跨声速工况下在不同进口湍流度时的表面压力分布. 无论亚声速状态或跨声速状态, 在进口湍流度 1 %~20 % 的宽广范围内, 叶栅表面的压力和激波的位置都不受进口湍流度

的影响.

图 10(a) 和图 10(b) 分别给出了亚声速、跨声速工况下在不同进口湍流度时的叶栅表面温度分布. 在不同的进口湍流度下, 温度分布的变化趋势都一致, 但温度值却有差别. 随着进口湍流度的增加, 从叶栅前缘滞止点到吸力面相对轴向弦长 0.43、从叶栅前缘滞止点到压力面相对轴向弦长 0.56 的范围内, 叶栅表面温度增加, 而对吸力面、压力面后部的温度分布影响较小. 在两种工况下, 进口低湍流度 (1 %) 计算得到的表面温度分布与中等湍流度 (6.5 %) 的结果相差较大. 在湍流度 3 %~20 % 的情况下, 湍流度 6.5 % 计算的叶栅表面温度相差最大不超过 18 K. 湍流度在 6.5 %~20 % 的范围内, 湍流度 15 % 计算的叶栅表面温度相差最大不超过 12 K.

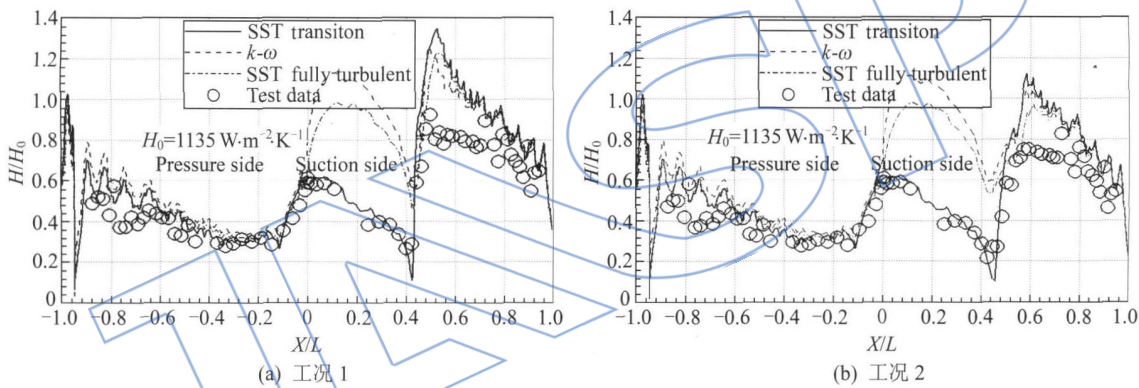


图 8 三种模型得到的表面外换热系数分布
Fig. 8 EHTC distributions of different turbulence models

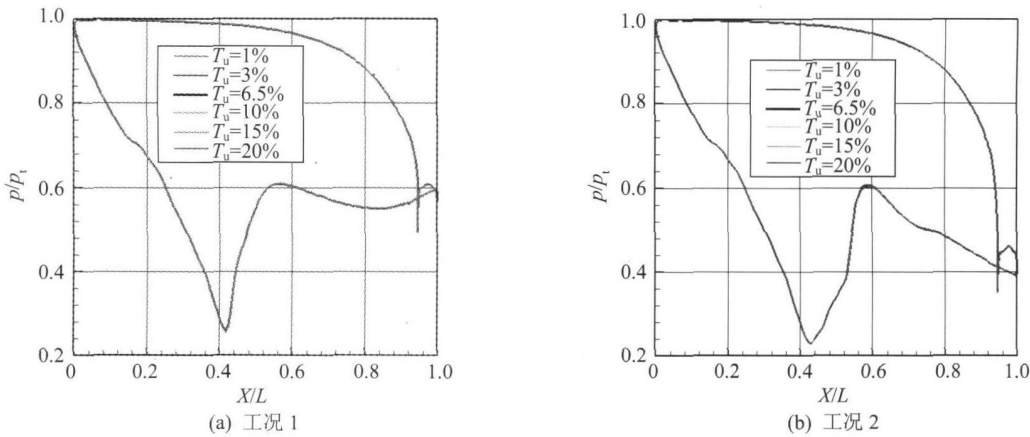


图 9 不同湍流度下叶栅表面压力分布
Fig. 9 Pressure distribution under different inlet turbulence intensities

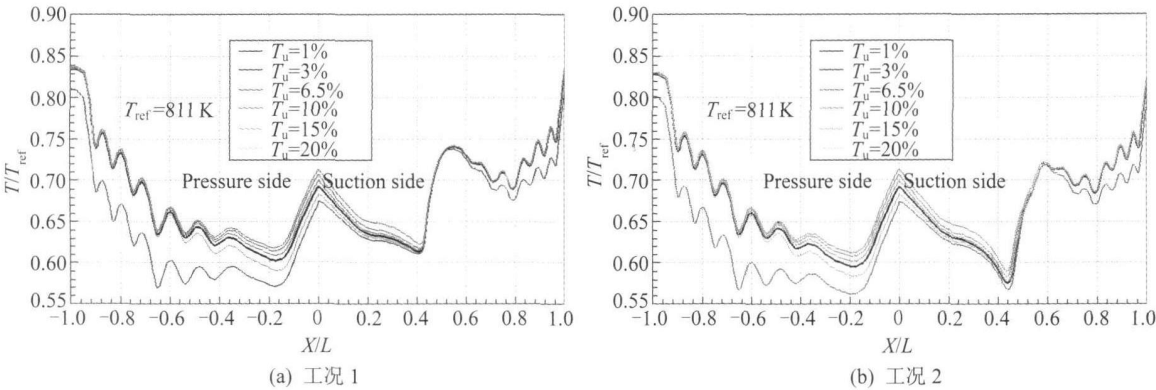


图 10 不同湍流度下叶栅表面温度分布

Fig. 10 Temperature distribution under different inlet turbulence intensities

5 结 论

本文利用带转捩模型的 SST 湍流模型对带简单冷却的 MARK II 涡轮叶栅在两个工况下进行了二维流动和传热的耦合计算,通过计算结果与试验结果的对比,得到了以下结论:

- 1) 带转捩模型的 SST 湍流模型对亚声速和跨声速状态下涡轮叶栅表面压力分布、转捩位置、温度和外换热系数的模拟都具有较高的精度.
- 2) $k-\omega$ SST 完全湍流模型对叶栅驻点附近及吸力面层流区换热模拟存在较大的误差,而在完全湍流区的模拟精度与 SST 转捩模型相近.
- 3) 进口湍流度对叶栅表面温度分布有明显的影响,随着进口湍流度的增加,叶栅前缘滞止点、吸力面、压力面前部叶栅表面温度增加,而对吸力面、压力面后部的温度分布影响较小.
- 4) $k-\omega$ 模型, SST 完全湍流模型、带转捩的 SST 湍流模型对叶栅表面压力都具有非常高的计算精度.进口湍流度对叶栅表面压力分布没有影响.
- 5) 相对于试验数据,转捩模型计算得到的转捩过程更剧烈,且转捩区末端附近的外换热系数、温度被过高地预估,需要对转捩模型进行深入研究和改进,发展更符合流动本质的转捩模型,进一步提高涡轮叶栅流动和传热耦合计算的精度.

参考文献:

[1] Mansour M L , Hosseini K M , Liu J S . Assessment of the impact of laminar-turbulent transition on the accuracy of heat transfer coefficient prediction in high pressure turbines[R]. ASME GT2006-90273.

[2] Bohn D , Bonhoff B , Schonenborn H . Combined aerodynamic and thermal analysis of a high-pressure turbine nozzle guide vane[R]. 5- YOKOHAMA-IGTC-108.

[3] Hylton L D , Mihelc M S , Turner E R , et al . Analytical and experimental evaluation of the heat distribution over the surfaces of turbine vanes[R]. NASA CR168015 , 1983.

[4] York W D , Leylek J H . Three-dimensional conjugate heat transfer simulation of an internally-cooled gas turbine vane [R]. ASME GT2003-38551.

[5] SHENG Chunhua , XUE Qingluan . Aerothermal analysis of turbine blades using an unstructured flow solver-U²NCLE [R]. AIAA 2005-4683.

[6] Menter F R . Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications[J]. AIAA Journal , 1994 , 32(8) : 269-289.

[7] Menter F R , Kuntz M , Langtry R . Ten years of industrial experience with SST turbulence model [M]// Hanjalic K , Nagano Y , Tummers M . Turbulence Heat and Mass Transfer 4 . [S.l.] : Begell House Inc . , 2003.

[8] Menter F R , Langtry R B , Likki S R , et al . A correlation based transition model using local variables: Part 1 - Model formulation[R]. ASME GT2004-53452.