

文章编号: 1000-8055(2010)02-0373-06

超声速空气介质自由扩散混合流涡的演化

李 锋¹, 程晓丽², 王 强²

(1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072;

2. 中国航天科技集团公司 中国航天空气动力技术研究院, 北京 100074)

摘 要: 在不同谐波扰动促发方式下, 观察二维超声速空气/空气自由扩散混合流中涡的形成及演化. 考虑含空气组分扩散效应的可压缩 Navier-Stokes 方程, 对流项采用 3 阶迎风紧致格式离散, 输运项采用 6 阶对称紧致格式离散, 非定常时间推进采用 3 阶紧致存储显式 Runge-Kutta 方法. 在无相差情形下, 获得了大尺度基频涡结构的饱和、一次对并、二次对并、三涡对并等现象. 在 $Ma_c = 0.3$ 低对流 Mach 数下, 基频涡较饱满, 但流向尺度较小. 受空气真实气体特性影响, 在 $Ma_c = 0.8$ 高对流 Mach 数下未发现涡/小激波结构.

关 键 词: 可压缩平面混合流; 涡卷对并; 谐波扰动; 紧致格式; 空气

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

Vortex evolution in supersonic air free diffused mixing layers

LI Feng¹, CHENG Xiaoli², WANG Qiang²

(1. School of Aeronautics,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. China Academy of Aerospace Aerodynamics,

China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100074, China)

Abstract: The vortex formation and evolution in a supersonic air/air free diffused plane mixing layer were investigated numerically by forcing four different harmonic disturbances without phase differences. The two-dimensional compressible Navier-Stokes equations including the diffusion effect of air components were solved by using a high accuracy finite difference method. The convective terms and transport terms were discretized by a third order upwind compact scheme and a sixth order symmetric compact scheme, respectively. The unsteady time marching method is a third order compact storage explicit Runge-Kutta algorithm. Some phenomena of large scale primary vortex growing and interacting were revealed, such as saturating, pairing once and twice, and triple vortex pairing. For low convective Mach number of $Ma_c = 0.3$, primary vortices are fatter, but their streamwise lengths are shorter. Under the influence of air real gas characteristics, the vortex-shocklet structure is not discovered in the case of high convective Mach number of $Ma_c = 0.8$.

Key words: compressible plane mixing layer; vortex pairing; harmonic disturbance; compact scheme; air

可压缩平面混合流是由两股高速气流同向平行剪切形成的流动. 它呈 Kelvin-Helmholtz 不稳定, 并可促发发展向涡卷结构. 近 10 多年, 分别以超

燃冲压发动机燃烧室^[1]和高速导弹光学窗口外冷系统^[2]为重要的应用背景, 为了探索流动混合的增强或抑制的机理, 超声速平面混合流一直被广

收稿日期: 2009-02-09; 修订日期: 2009-04-26

作者简介: 李锋(1961-) 男, 北京人, 博士生, 主要从事 CFD 及飞行器设计研究.

泛关注.

展向涡卷的出现和消失往往影响着流动混合的效率. 在二维假设下, 它们可表现为饱和 (saturating)、撕裂 (tearing)、对并 (pairing) 等多种相互作用形式. 类似于低速情形, 超声速平面混合流中涡的形成及演化也与基频扰动及其亚谐波扰动密切相关^[3,4]. 另一方面, 像边界层流一样, 各种扰动进入混合流一般都要经过感受性 (receptivity), 促发不稳定波^[5]. 此外, 按照稳定性理论, 压缩性效应可改变混合流的不稳定波行为, 进而改变涡的形成及演化. 不管怎样, 有关超声速平面混合流的涡动力学数值研究, 大多基于单组分量热完全气体假设, 忽略了实际空气的多组分扩散效应等真实气体特性.

本文针对二维超声速空气/空气自由扩散平面混合流, 以入口流向速度单点叠加基频扰动及其亚谐波扰动的组合谐波扰动促发失稳, 尝试观察空气介质展向涡卷的一些演化形式. 特别地, 以 $Ma_c = 0.3$ 作为低对流 Mach 数情形, 以 $Ma_c = 0.8$ 作为高对流 Mach 数情形, 对比了压缩性效应.

1 数值模型

1.1 基本方程

考虑二维守恒型有量纲多组分可压缩 Navier-Stokes 方程

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial y}$$

其中

守恒变量

$$\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho e)^T$$

对流通量

$$\mathbf{E} = [\rho, \rho u^2 + p, \rho uv, u(\rho e + p)]^T$$
$$\mathbf{F} = [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, v(\rho e + p)]^T$$

输运通量

$$\mathbf{E}_v = \left[D_{im} \frac{\partial \rho_i}{\partial x}, \tau_{ix}, \tau_{iy}, u\tau_{ix} + v\tau_{iy} - q_x \right]^T$$
$$\mathbf{F}_v = \left[D_{im} \frac{\partial \rho_i}{\partial y}, \tau_{yx}, \tau_{yy}, u\tau_{yx} + v\tau_{yy} - q_y \right]^T$$

这里, $\rho_i = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)$, n 为气体组分的个数, 且总密度 $\rho = \sum \rho_i$. 此外, p 为压强, e 为单位质量

总能量, 且 $e = (h - p)/\rho + (u^2 + v^2)/2$. 热流分量分别为

$$q_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} - \sum_{i=1}^n D_{im} h_i \frac{\partial \rho_i}{\partial x}$$
$$q_y = -\kappa \frac{\partial T}{\partial y} - \sum_{i=1}^n D_{im} h_i \frac{\partial \rho_i}{\partial y}$$

状态方程

$$p = \rho RT = \sum_{i=1}^n \rho_i R_i T$$

1.2 组分输运及扩散模型

对于空气, 采用常规的组分输运及扩散模型. 黏性系数 μ 和 μ_i 为

$$\mu = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i x_i}{\varphi_i}, \quad \mu_i = 2.67 \times 10^{-6} \sqrt{\frac{M_i T}{\sigma_i \Omega_i}}$$

传热系数 k 和 k_i 为

$$k = \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{1 + 1.065 \varphi_i / x_i}$$
$$k_i = \frac{R_0 \mu}{M_i} \left(0.45 + 1.32 \frac{c_{pi}}{R_0} \right)$$

其中

$$\varphi_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n x_j \varphi_{ij}$$
$$\varphi_{ij} = \frac{\left[1 + \frac{\mu_i}{\mu_j} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{0.25} \right]^2}{\sqrt{8 \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)}}$$

就第 i 个组分而言, x_i 为摩尔分数, Ω_i 为折算的碰撞积分, c_{pi} 为比定压热容. 组分扩散系数 D_{im} 为

$$D_{im} = (1 + x_i) / \sum_{j \neq i} \frac{x_j}{D_{ij}}$$

其中令 p 以 Pa 为单位, 有

$$D_{ij} = 1.8826 \times 10^{-2} \frac{T^{1.5} \sqrt{\frac{1}{M_i} + \frac{1}{M_j}}}{p \sigma_{ij}^2 \Omega_d}$$

1.3 差分格式

引入高精度迎风/对称紧致混合差分算法^[6]. 对流项经通量 Steger-Warming 正负特征分裂后, 采用 3 阶迎风紧致格式离散. 以一阶导数变量 $\partial g^\pm / \partial x$ 为例, 有

$$\frac{2}{3} \left(\frac{\partial g^\pm}{\partial x} \right)_i + \frac{1}{3} \left(\frac{\partial g^\pm}{\partial x} \right)_{i \mp 1} =$$
$$\frac{1}{6 \Delta x} (\pm g_{i \pm 1}^\pm \pm 4 g_i^\pm \mp 5 g_{i \mp 1}^\pm)$$

输运项采用 6 阶对称紧致格式离散. 以一阶
导数变量 $\partial g/\partial x$ 为例, 有

$$\frac{1}{3}\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_{i-1}+\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_i+\frac{1}{3}\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_{i+1}=\frac{1}{36 \Delta x}\left(g_{i+2}+28 g_{i+1}-28 g_{i-1}-g_{i-2}\right)$$

非定常时间推进采用 3 阶紧致存储显式
Runge-Kutta 方法. 设基本方程的对流项和输运
项经空间紧致差分离散后, 呈半离散形式 $\partial U /$
 $\partial t=\mathbf{R}(\mathbf{U})$. 若记 $\tilde{\mathbf{U}}^n=\mathbf{U}^n+[\Delta t \mathbf{R}(\mathbf{U})] / 4$, 则有

$$\hat{\mathbf{H}}_k^{\pm}=\rho \mathbf{J}^{-1} \cdot$$

$$\left[\begin{array}{l} \lambda^{\pm} C_i+\left(\frac{\beta p C_i}{2 \rho a_i^2}-\frac{C_i}{2}\right)\left(2 \lambda^{\pm}-\lambda_{n+1}^{\pm}-\lambda_{n+2}^{\pm}\right) \\ \frac{\beta p u}{\rho a_i^2} \lambda^{\pm}+\left[\frac{k_x}{2 a}\left(a_i^2-\frac{\beta p}{\rho}\right)+\frac{u}{2}-\frac{\beta p u}{2 \rho a_i^2}\right] \lambda_{n+1}^{\pm}-\left[\frac{k_x}{2 a}\left(a_i^2-\frac{\beta p}{\rho}\right)-\frac{u}{2}-\frac{\beta p u}{2 \rho a_i^2}\right] \lambda_{n+2}^{\pm} \\ \frac{\beta p v}{\rho a_i^2} \lambda^{\pm}+\left[\frac{k_y}{2 a}\left(a_i^2-\frac{\beta p}{\rho}\right)+\frac{v}{2}-\frac{\beta p v}{2 \rho a_i^2}\right] \lambda_{n+1}^{\pm}-\left[\frac{k_y}{2 a}\left(a_i^2-\frac{\beta p}{\rho}\right)-\frac{v}{2}-\frac{\beta p v}{2 \rho a_i^2}\right] \lambda_{n+2}^{\pm} \\ \left[\left(\frac{\beta p H}{\rho a_i^2}-\frac{p}{\rho}\right) \lambda^{\pm}+\left[\frac{\theta_k}{2 a}\left(a_i^2-\frac{\beta p}{\rho}\right)+\frac{H}{2}-\frac{\beta p H}{2 \rho a_i^2}\right] \lambda_{n+1}^{\pm}-\left[\frac{\theta_k}{2 a}\left(a_i^2-\frac{\beta p}{\rho}\right)-\frac{H}{2}-\frac{\beta p H}{2 \rho a_i^2}\right] \lambda_{n+2}^{\pm}\end{array}\right]$$

其中 $\lambda^{\pm}=(\lambda \pm \lambda_l) / 2, i=1, \cdots, n$; 对流通量 Jar
cobi 矩阵的特征值 λ 为

$$\left\{\lambda, \lambda_{n+1}, \lambda_{n+2}\right\}=\left(\frac{\hat{\theta}_k}{\theta_k}, \frac{\hat{\theta}_k}{\theta_k}+\alpha_k a_i, \frac{\hat{\theta}_k}{\theta_k}-\alpha_k a_i\right)$$

这里 a_i 为冻结声速, θ_k 为反变速度, C_i 为质量
分数.

1.4 定解条件

在空间模式下, 数值模拟二维超声速空气/ 空
气自由扩散平面混合流, 空气由氧气和氮气组成,
质量比为 21: 79. 快速流在上层, 慢速流在下层,
等压等温, 压力为 101325Pa, 温度为 1400K. 取定
下层慢速流 Mach 数为 1.1, 以 $Ma_c=0.3$ 代表低
对流 Mach 数情形, 以 $Ma_c=0.8$ 代表高对流
Mach 数情形.

先期预算出定常基本场. 而后, 在入口剖面的
上下层交界点 $y=0$ 上, 对流向速度强迫叠加高
频组合谐波扰动, 包括基频扰动及其无相差
(phase difference) 亚谐波扰动, 形如

$$u'=\mathcal{E} \sin (\omega t)+\sin (a \omega t)+\sin (b \omega t)]$$

计算分析 4 种谐波扰动促发方式. 对涡卷饱
和, 取 $a=b=0$; 对一次对并, 取 $a=1 / 2, b=0$; 对
二次对并, 取 $a=1 / 2, b=1 / 4$; 对三涡对并, 取 $a=$
 $1 / 2, b=1 / 4$. 其中扰动振幅 $\mathcal{E}=0.2 U_{\infty}$, 基频扰动
频率 $\omega=600 \mathrm{kHz}$.

$$\mathbf{U}^*=\tilde{\mathbf{U}}^n+\frac{17}{60} \Delta t \mathbf{R}\left(\mathbf{U}^n\right),$$

$$\mathbf{U}^{**}=\tilde{\mathbf{U}}^n+\frac{5}{12} \Delta t \mathbf{R}\left(\mathbf{U}^*\right)$$

$$\mathbf{U}^{n+1}=\tilde{\mathbf{U}}^n+\frac{3}{4} \Delta t \mathbf{R}\left(\mathbf{U}^{**}\right)$$

记曲线坐标变换 $(x, y) \rightarrow(\xi, \eta)$ 后的基本方
程的对流通量 $(\mathbf{E}, \mathbf{F})=\mathbf{H}_k=k_x \mathbf{E}+k_y \mathbf{F}, k=(\xi, \eta)$, 则其 Steger-Warming 正负特征分裂表达
式为

2 计算结果及讨论

2.1 涡结构分析

观察基频涡卷形成及饱和现象, 仅施加基频
扰动, 无亚谐波扰动. 图 1 是涡卷饱和瞬时展向涡量
等值云图. 在入口交界面, 流动感受扰动而失稳,
呈现大尺度波动, 进而形成基频涡卷. 基频涡卷饱
和后, 形态和尺度近似保持不变, 依次彼此等距地
由两端伸出的涡瓣连成一行. 环绕涡核的涡瓣与

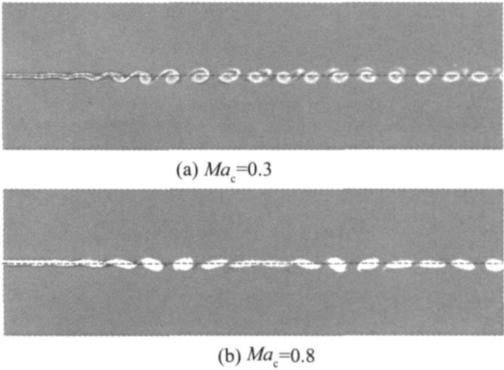


图 1 基频涡卷饱和瞬时展向涡量等值云图
Fig. 1 Flood contours of instantaneous spanwise
vorticity for the case of primary
vortex saturating

上下层自由流中的无旋流体之间的相互作用实现了饱和基频涡卷的卷吸过程, 加大了上下层空气介质的接触面积.

观察基频涡卷形成及一次对并现象, 施加基频扰动及其 1/2 亚谐扰动. Ho 和 Huang^[7] 较早实验分析了亚谐扰动与涡卷对并之间的关系, 认为当亚谐扰动频率是基频扰动频率的整分数时, 多涡对并就可能被促发. 尽管他们进行的是不可压混合流实验, 但其结论在后来的许多可压缩混合流实验及计算中也得到部分验证. 图 2 是一次对并瞬时展向涡量等值云图. 同前, 在入口交界面, 流动感受扰动而失稳, 同时促发基频不稳定波和 1/2 亚谐不稳定波. 基频不稳定波增长较快, 从线性段直至拟线性段, 主导形成基频涡卷而饱和. 1/2 亚谐不稳定波增长较慢, 但在基频不稳定波饱和后将其超过, 主导形成基频涡卷的配对和融合, 尺度近似增大一倍, 即一次对并.

观察基频涡卷形成及二次对并现象, 施加基频扰动及其 1/2 亚谐扰动和 1/4 亚谐扰动. 图 3

是二次对并瞬时展向涡量等值云图. 组合谐波扰动中的 3 个扰动促发的不稳定波依次先后主导流动, 形成基频涡卷、1/2 亚谐涡卷、1/4 亚谐涡卷, 尺度也依次近似加倍.

值得注意的是, 受空气的多组分扩散效应等真实气体特性的影响, 对并形成的亚谐涡卷被拉长, 较难达到饱和. 这与多见的基于单组分热完全气体假设的结果明显不同^[6, 8].

观察基频涡卷形成及三涡对并现象, 施加基频扰动及其 1/3 亚谐扰动. 图 3 是三涡对并瞬时展向涡量等值云图. 虽然在计算区域内, 三涡对并亚谐涡卷远未达到饱和, 但尺度已近似为基频涡卷的 3 倍. Winant 和 Browand^[9] 较早可在不可压混合流实验中获得了三涡对并现象, 给出了激光诱导荧光照片. 2001 年, 王强等^[10] 对 $Ma_c=0.2$ 可压缩混合流, 在单组分热完全气体和时间模式假设下, 也计算获得了三涡对并现象. 考虑 $Ma_c=0.3$ 情形, 将图 4(a) 于下游局部放大, 并在图 5 中与上述两个实验及计算的结果进行对比, 三者在定性上十分相似. 与时间模式计算的显著差异是, 本文的组合谐波扰动无相差, 而后者的相差必须为 $\pi/3$.

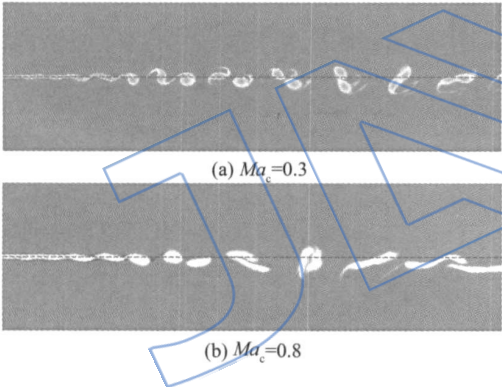


图 2 基频涡卷一次对并瞬时展向涡量等值云图
Fig. 2 Flood contours of instantaneous spanwise vorticity for the case of primary vortex pairing once

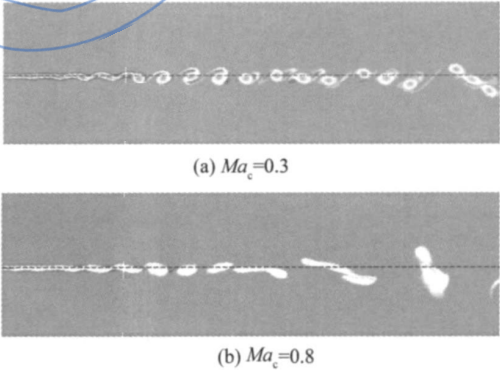


图 4 基频涡卷三涡对并瞬时展向涡量等值云图
Fig. 4 Flood contours of instantaneous spanwise vorticity for the case of triple primary vortex pairing

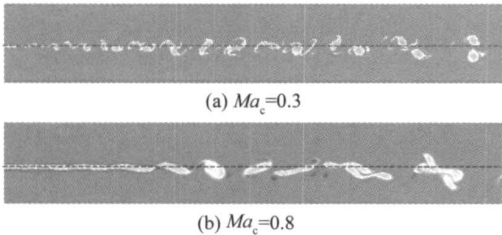


图 3 基频涡卷二次对并瞬时展向涡量等值云图
Fig. 3 Flood contours of instantaneous spanwise vorticity for the case of primary vortex pairing twice

2.2 压缩性效应分析

对流 Mach 数 Ma_c 是一个表征压缩性效应的流动相似性参数, 它将不同速度比、密度比、比热比, 以及 Mach 数的混合流加以统一描述. 由图 1~ 图 4 对比显示, 相同基频扰动频率下, 高对流 Mach 数的基频涡卷及其亚谐涡卷更难完全饱和, 呈明显的不规则撕裂趋势, 抑制了混合流增长率. 按照线性稳定性理论, 随压缩性增强, 不稳定

波增长率减小, 从而混合流趋于稳定. 从细节对比上来看, 低对流 Mach 数的展向涡卷的演化形态较接近文献中类似的单组分情形^[6,8]. 而对于高对流 Mach 数情形, 二次对并 1/4 亚谐波卷的 4 个基频涡卷的涡心均未消失; 三涡对并过程中 3 个基频涡卷之间的配对和融合明显不平衡. 这意味着随压缩性增强, 空气的多组分扩散效应等真实气体特性的影响已不能忽视. 此外, 图 1~ 图 4 中的虚线表示流动中心线. 可以看出, 随流动向下

游发展, 涡结构向慢速流一侧偏移. 压缩性效应强化了这一趋势.

Lele^[8] 最早指出, 对于二维可压缩平面混合流, 当 $Ma_c > 0.7$ 时, 会出现涡/小激波结构. 但在本文的 $Ma_c = 0.8$ 情形中, 仍未发现该结构. 一般认为, 混合流中的涡/小激波结构与其内在的压缩性有关, 这表明空气的多组分扩散效应减弱了流动的内压缩性, 延迟了涡/小激波结构出现的 Ma_c 值.

总之, 空气真实气体特性具有复杂的作用, 甚至可改变人们对一些熟知现象的定性和定量的认识.

3 结 论

引入并实现了高精度 3 阶迎风/6 阶对称紧致混合格式对多组分可压缩 Navier-Stokes 方程的有限差分求解. 在空间模式下, 数值模拟了二维超声速空气/空气自由扩散平面混合流 4 种涡演化及相互作用形态, 分析了压缩性效应以及空气的多组分扩散效应. 结果表明: 空气的多组分扩散效应等真实气体特性可在定性上和定量上, 改变可压缩混合流中涡的形成及演化的形态和尺度; 该效应随压缩性的增强而增强, 其影响逐渐不能忽视, 可以撕裂的方式抑制涡的饱和及对并. 特别地, 它可减弱流动的内压缩性, 延迟涡/小激波结构的出现.

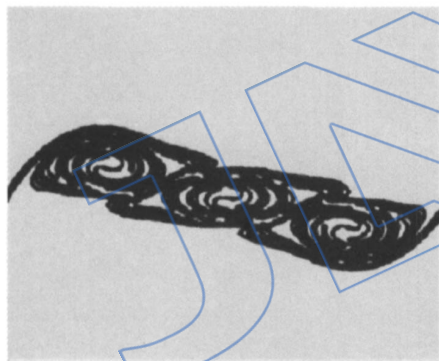
本研究是对可压缩平面混合流中空气真实气体特性影响的初步尝试. 它对稳定性、三维结构、混合转捩、内压缩性、感受性等问题, 乃至超声速对流 Mach 数情形, 均有待深入探讨和重新了解.

参考文献:

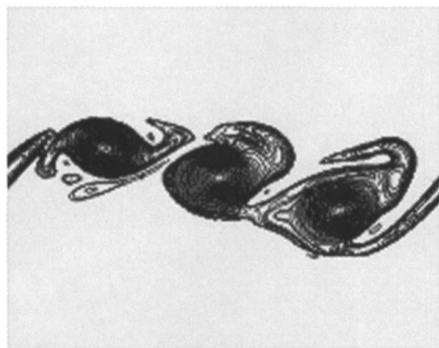
- [1] Cockrell C E, Auslender A H, Guy R W, et al. Technology roadmap for dual mode scramjet propulsion to support space access vision vehicle development [R]. AIAA Paper 2002-5188, 2002
- [2] Rajendran N, Hudson D, Harris T. Numerical flow simulation for endoatmospheric interceptors with actively cooled sensor windows [R]. AIAA Paper 1992-2772, 1992
- [3] Kastengren A L, Dutton J C, Elliott G S. Coherent structure education and convection in supersonic wake shear layers [R]. AIAA Paper 2005-4639, 2005
- [4] Liu C, Lele S K. Direct numerical simulation of spatially developing, compressible, turbulent mixing layers [R]. AIAA Paper 2001-0291, 2001



(a) 不可压实验



(b) 时间模式计算



(c) 本文空间模式计算

图 5 下游局部分放大同相关文献的实验及计算对比

Fig. 5 Comparison of present spatial calculation with relevant experimental image and temporal calculation

- [5] Barone M F, Lele S K. Receptivity of the compressible mixing layer [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2005, 540: 301-335
- [6] FU Dexun, MA Yanwen. A high order accurate difference scheme[J]. Journal of Computational Physics, 1997, 134 (1): 1-15
- [7] Ho C M, Huang L S. Subharmonics and vortex merging in mixing layers [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1982, 119: 443-473
- [8] Lele S K. Direct numerical simulation of compressible free shear flows [R]. AIAA Paper 1989-0374, 1989
- [9] Winant C D, Browand F K. Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing layer growth at moderate Reynolds numbers [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1974, 63 (2): 237-255
- [10] 王强, 傅德薰, 马延文. 平面可压基频涡卷非线性演化行为数值研究 [J]. 力学学报, 2001, 33 (1): 1-10
- WANG Qiang, FU Dexun, MA Yanwen. Numerical investigation of primary vortex nonlinear evolution in a shear layer [J]. Acta Mechanica Sinica, 2001, 33 (1): 1-10 (in Chinese)