

文章编号: 1002-8055(2009)11-2252-05

# 系统可靠性增长评估模型研究

韩庆田<sup>1</sup>, 卢洪义<sup>2</sup>, 张 毅<sup>2</sup>

(1. 海军航空工程学院 控制工程系, 烟台 264001;

2. 海军航空工程学院 飞行器工程系, 烟台 264001)

**摘 要:** 根据系统在研制期间故障强度变化规律, 考虑故障间隔时间影响的情况下, 提出了广义可靠性增长评估模型, 分析了其参数特性, 并给出了拟合优度检验方法; 然后, 给出了定时截尾和定数截尾情况下, 模型参数的极大似然估计公式, 采用 Simpson 方法将积分函数化为求和函数, 使得参数估计计算方便, 给出了趋势检验方法给出了可靠性增长评估公式; 最后, 结合发动机故障数据进行了实例分析, 结果表明, 模型对试验数据拟合较好, 评估结果符合工程实际, 模型具有实际应用价值。

**关 键 词:** 可靠性增长; 可修系统; 可靠性评估; 发动机

中图分类号: TB114.3; V231.91

文献标识码: A

## Research on system reliability growth assessment model

HAN Qingtian<sup>1</sup>, LU Hongyi<sup>2</sup>, ZHANG Yi<sup>2</sup>

(1. Control Engineering Department,

Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;

2. Aircraft Engineering Department,

Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

**Abstract:** According to the variation rule of failure intensity of repairable systems, and with a view of the influence of inter-failure time, a generalized reliability growth (GRG) model was developed, and the property was analyzed from different parameter values. Additionally, the trend test was also presented. Secondly, maximum likelihood estimation of the parameters was given under time censored and failure censored test. The Simpson rule was used to change the integral formula into the function of sum. The goodness-of-fit test and reliability growth assessment method were presented. Finally, a group of test data of some turbofan engines were analyzed. The result shows that the data is good fitted by the GRG model, and the assessment of the reliability growth is suitable to the engineering applications.

**Key words:** reliability growth; repairable system; reliability assessment; engine

在航空航天领域, 受试验经费等因素的限制, 许多系统在研制阶段, 试验时间较少, 整机或系统的试验样本量小. 因此, 如何利用有限数据准确评估系统的可靠性是非常重要的. 为了描述系统的可靠性增长过程, 提出了很多可靠性增长模型, 如经典可靠性增长模型和 Bayes 可靠性增长模

型<sup>[1]</sup>. 经典可靠性增长模型中有代表性的是 Duane 模型<sup>[2]</sup>和 AMSAA (army material systems analysis activity) 模型<sup>[3]</sup>, 对于弹用涡喷、涡扇发动机可靠性增长, 一般采用 AMSAA 模型<sup>[4]</sup>. 本文分析了 AMSAA 模型的某些不足, 并提出了新的可靠性增长评估模型.

收稿日期: 2008-12-14; 修订日期: 2008-12-19

基金项目: 国家自然科学基金(50406007)

作者简介: 韩庆田(1976-), 男, 山东夏津人, 讲师, 博士生, 从事航空宇航推进系统可靠性评估. E-mail: hbluesky@163.com

1 AMSAA 模型

AMSAA 模型在可靠性增长试验中得到了广泛的应用. 该模型假设, 可修产品在开发期  $(0, t]$  之内的失效次数  $N(t)$  是具有均值函数  $E_{N(t)} = v(t) = at^b$  及瞬时强度  $K(t) = \frac{dE_{N(t)}}{dt} = abt^{b-1}$  的非齐次 Poisson 过程.

$$P\{N(t) = n\} = \frac{[v(t)]^n}{n!} e^{-v(t)}, (n = 0, 1, 2, \dots)$$
 (1)

强度函数为  $K(t) = abt^{b-1}$  的非齐次 Poisson 过程  $\{N(t); t \geq 0\}$  也称为幂律过程.

它仅仅适用于最小维修的情况, 即维修活动使得系统恢复到原来的工作状况, 故障率与修复前是相同的. 本文考虑故障间隔时间变化的情况下, 提出一种可修系统可靠性增长模型, 给出趋势检验和拟合优度检验方法、参数的极大似然估计和可靠性增长评估方法.

2 广义可靠性增长模型

2.1 故障强度模型

假定在系统研制期间, 进行一系列的试验, 系统发生故障后, 进行维修, 然后继续试验. 在不考虑维修时间的情况下, 系统故障过程可以看作是一个随机点过程, 故障过程如图 1 所示.

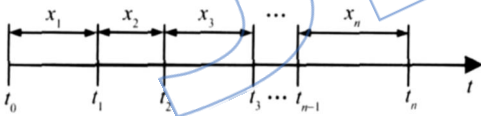


图 1 可修系统故障过程

Fig. 1 Failure process of repairable system

图 1 中  $t_1, t_2, \dots, t_n$  是系统顺序故障时刻,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是顺序故障间隔工作时间. 为了方便, 假定  $t_0 = 0$ . 显然有,  $x_1 = t_1, x_i = t_i - t_{i-1}, (i = 2, \dots, n)$ . 若为故障截尾试验, 则系统故障观测值为  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , 若为时间截尾试验, 则系统故障观测值为  $t_1, t_2, \dots, t_n, T$ ,  $T$  为试验结束时间, 不妨记  $T = t_{n+1}$ .

本文建立系统的故障强度函数为

$$I(t) = A^B(t - t_{i-1})^C, (t_{i-1} < t \leq t_i, i = 1, \dots, n+1)$$
 (2)

此模型同时考虑了累计故障时间和最近一次

故障后工作时间对故障强度的影响.

当在  $B = 0$  时, 故障强度变为

$$I(t) = A(t - t_{i-1})^C, (t_{i-1} < t \leq t_i, i = 1, \dots, n+1)$$

可以看出, 故障强度与累计工作时间无关, 只与最近一次故障后的工作时间有关, 产品修复如新, 是更新过程.

当在  $C = 0$  时, 故障强度变为

$$I(t) = A^B, (t_{i-1} < t \leq t_i, i = 1, \dots, n+1)$$

此时模型, 简化为 AMSAA 模型.

因此 AMSAA 模型和更新模型是本模型的特例, 本模型两者的推广形式, 称其为 GRG (generalized reliability growth, 广义可靠性增长) 模型.

2.2 趋势检验

可靠性增长趋势检验是统计假设检验, 对系统在试验中的可靠性有没有显著变化作概率判定. 检验的零假设  $H_0$  是  $B = C = 0$ .

本文采用 Laplace 检验法 (或称 U 检验法).

检验的步骤:

1) 计算检验统计量  $L$

对于故障截尾试验, 检验统计量

$$L = \left[ \frac{\sum_{i=1}^{n-1} t_i}{(n-1)t_n} - \frac{1}{2} \right] \sqrt{12(n-1)} \quad (3)$$

对于时间截尾试验, 检验统计量

$$L = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{nT} - \frac{1}{2} \right] \sqrt{12n} \quad (4)$$

2) 根据给定的显著性水平  $A$ , 查相关临界值

$L_{A/2}$ .

3) 将检验统计量与临界值  $L_{A/2}$  进行比较

当  $|L| > L_{A/2}$  时, 以显著性水平  $A/2$  表明有明显的可靠性变化趋势;

当  $|L| < L_{A/2}$  时, 以显著性水平  $A/2$  表明没有明显的可靠性变化趋势.

3 模型参数估计与可靠性增长评估

3.1 模型参数估计

3.1.1 故障截尾试验

设可修系统的可靠性增长试验在第  $n$  个失效时刻  $t_n$  截尾, 系统的故障时刻依次为  $t_1, t_2, \dots, t_n$ ,

满足  $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$ . 可以得到观测数据  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  的似然函数为

$$L(t_1, t_2, \dots, t_n; A, B, C) = \prod_{i=1}^n I(t_i) \# \exp \left[ - \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} I(t) dt \right] = \prod_{i=1}^n A^B (t - t_{i-1})^C \# \exp \left[ - \sum_{i=1}^n A^B (t - t_{i-1})^C dt \right] \quad (5)$$

两边取自然对数, 得到对数似然函数.

$$\ln L(t_1, t_2, \dots, t_n; A, B, C) = n \ln A + B \sum_{i=1}^n \ln(t_i) + C \sum_{i=1}^n \ln(t_i - t_{i-1}) - \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} A^B (t - t_{i-1})^C dt \quad (6)$$

对  $A$  求偏导数并令其为 0, 得到

$$\hat{A} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^B (t - t_{i-1})^C dt} \quad (7)$$

将式(6)代入式(5), 对数似然函数变为

$$\ln L(t_1, t_2, \dots, t_n; B, C) = n \left[ \ln n - \ln \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} A^B (t - t_{i-1})^C dt \right] + B \sum_{i=1}^n \ln(t_i) + C \sum_{i=1}^n \ln(t_i - t_{i-1}) - n \quad (8)$$

为了便于计算, 对于其中的积分部分, 本文采用 Simpson 算法<sup>[5]</sup>, 选择正整数  $k_i$ , 定义

$$\begin{aligned} \delta_i &= \frac{t_i - t_{i-1}}{2k_i}, \\ a_{ij} &= t_{i-1} + (j-1)\delta_i, \quad j = 1, 3, \dots, 2k_i+1, \\ w_{i1} &= w_{i, 2k_i+1} = \frac{1}{3}, \quad w_{i2} = \dots = w_{i, 2k_i} = \frac{4}{3}, \\ w_{i3} &= \dots = w_{i, 2k_i-1} = \frac{2}{3}, \end{aligned}$$

得到

$$\begin{aligned} \int_{t_{i-1}}^{t_i} A^B (t - t_{i-1})^C dt &= \delta_i \sum_{j=1}^{2k_i+1} w_{ij} A^B (a_{ij} - t_{i-1})^C, \\ \ln L(t_1, t_2, \dots, t_n; B, C) &= n \left[ \ln n - \ln \sum_{i=1}^n \delta_i \sum_{j=1}^{2k_i+1} w_{ij} A^B (a_{ij} - t_{i-1})^C \right] + B \sum_{i=1}^n \ln(t_i) + C \sum_{i=1}^n \ln(t_i - t_{i-1}) - n \quad (9) \end{aligned}$$

方便求得相应的参数估计. 也可以应用 Mat2lab 等数学工具, 用数值方法得到使得对数似然函数取得最大值时,  $B$  与  $C$  的估计值  $\hat{B}$  与  $\hat{C}$ .

时刻  $t_n$  后的故障强度函数为

$$\hat{I}(t) = \hat{A} \hat{t}^{\hat{B}} (t - t_n)^{\hat{C}}, \quad (t > t_n) \quad (10)$$

### 3.1.2 时间截尾试验

设可修系统的可靠性增长试验在时刻  $T$  截尾, 系统的顺序故障时刻为  $t_1, t_2, \dots, t_n$ . 令  $t_{n+1} = T$ , 满足  $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n < t_{n+1} = T$ . 可以得到观测数据  $(t_1, t_2, \dots, t_n, t_{n+1})$  的似然函数为

$$\begin{aligned} L(t_1, t_2, \dots, t_n, t_{n+1}; A, B, C) &= \left\{ \prod_{i=1}^n I(t_i) \# \exp \left[ - \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} I(t) dt \right] \right\} \# R(t_{n+1}) = \\ &= \left\{ \prod_{i=1}^n A^B (t - t_{i-1})^C \# \exp \left[ - \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} A^B (t - t_{i-1})^C dt \right] \right\} \# \\ &\quad \exp \left[ - \int_{t_n}^{t_{n+1}} A^B (t - t_n)^C dt \right] \quad (11) \end{aligned}$$

两边取自然对数, 得到对数似然函数.

$$\begin{aligned} \ln L(t_1, t_2, \dots, t_n, t_{n+1}; A, B, C) &= n \ln A + B \sum_{i=1}^n \ln(t_i) + C \sum_{i=1}^n \ln(t_i - t_{i-1}) - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} A^B (t - t_{i-1})^C dt \end{aligned}$$

对  $A$  求偏导数并令其为 0, 得到

$$\hat{A} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} t^B (t - t_{i-1})^C dt} \quad (12)$$

将式(6)代入式(5), 对数似然函数变为

$$\begin{aligned} \ln L(t_1, t_2, \dots, t_n, t_{n+1}; B, C) &= n \left[ \ln n - \ln \sum_{i=1}^{n+1} \int_{t_{i-1}}^{t_i} A^B (t - t_{i-1})^C dt \right] + \\ &\quad B \sum_{i=1}^n \ln(t_i) + C \sum_{i=1}^n \ln(t_i - t_{i-1}) - n \quad (13) \end{aligned}$$

用数值方法得到使得对数似然函数取得最大值时  $B$  与  $C$  的估计值  $\hat{B}$  与  $\hat{C}$ .

时刻  $T$  后的故障强度函数为

$$I(t) = \hat{A} \hat{t}^{\hat{B}} (t - t_n)^{\hat{C}}, \quad (t > T) \quad (14)$$

### 3.2 拟合优度检验

令  $\hat{\Theta} = \sum_{i=1}^n \hat{I}(t) dt$ , ( $i = 1, \dots, n$ ), 其中强度函数的估计由式(10)和式(14)求得. 如果试验数据服从 GRG 模型, 则  $\hat{\Theta}$  服从指数分布<sup>[6]</sup>.

将  $\hat{\Theta}$  按从小到大进行排序, 得到  $\hat{\Theta}_{(i)}$ , 以  $\hat{\Theta}_{(i)}$  为横坐标, 以  $A = 1/n + 1/(n-1) + \dots + 1/(n-$

$i+1)$  为纵坐标建立坐标系,并画出的数据点  $(A, \hat{\theta}_{(i)})$  数据点应接近于一条直线. 接近直线程度越高,说明模型拟合程度越好,否则不能用 GRG 模型来拟合试验数据.

3. 3 可靠性增长评估

对于定数截尾情况, 试验后的系统, 工作规定的任务时间  $t_m$  后的可靠度极大似然估计为

$$R(t_m) = \exp\left[-Q \int_{t_m}^{t_m} A(t + t_m) \hat{\theta} dt\right] \tag{15}$$

对于定时截尾情况, 试验后的系统, 工作规定的任务时间  $t_m$  后的可靠度极大似然估计为

$$R(t_m) = \exp\left[-Q \int_{t_m}^{t_m} A(t + t_{m+1}) \hat{\theta} dt\right] \tag{16}$$

4 实例分析

某型涡扇发动机研制期间初样阶段的试验数据<sup>[4]</sup>, 按照 MIL2HDBK2189, GJB/ Z77295 建议的方法计算后, 得到该型发动机的综合故障信息, 见表 1, 属于时间截尾试验.

表 1 发动机故障时间  
Table 1 Failure time of the engines

| 故障数 | 故障时间/ min                             | 截尾时间/ min |
|-----|---------------------------------------|-----------|
| 10  | 21. 0, 36. 0, 86. 0, 147. 0, 167. 7,  | 899       |
|     | 79. 4, 343. 0, 474. 1, 523. 1, 598. 8 |           |

根据式(4), 计算  $L = -2.3378$ , 取  $A = 0.20$ , 查表得到趋势检验统计量的临界值  $L_{L, A, 2} = 11.282$ , 因为  $|L| > L_{L, A, 2}$ , 故以显著性水平为 0.10 表明, 系统可靠性有明显变化趋势.

参数的极大似然估计为

$$A = 0.0493, \hat{B} = -0.5508, \hat{C} = 0.6838.$$

根据估计值可以计算出与  $i (i = 1, \dots, n)$  对应的  $\hat{\theta}$  和  $A$ , 进而得到  $\hat{\theta}_{(i)}$ , 在坐标系中画出相应的  $(A, \hat{\theta}_{(i)})$  点, 如图 2 所示.

可以看出模型对试验数据拟合的较好. 故障强度函数和累积故障次数曲线分别如图 3、图 4 所示.

试验结束后, 取任务时间为  $t_m = 20 \text{ min}$ , 计算任务可靠性, 分别为

$$R_{GRG}(t_m) = 0.8990, R_{AMSAA}(t_m) = 0.8771.$$

由图 4 比较可知, 本文模型对累计故障数的拟合结果明显优于 AMSAA 模型.

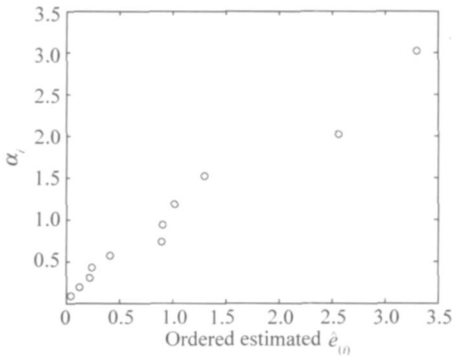


图 2 拟合优度检验  
Fig. 2 Good-of-fit test

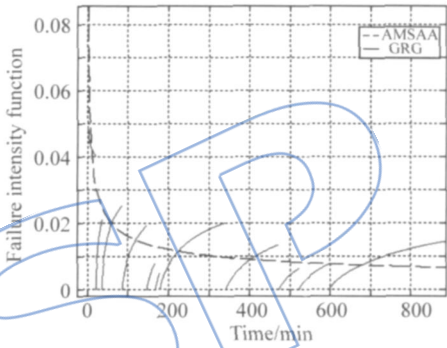


图 3 故障强度函数  
Fig. 3 Failure intensity function

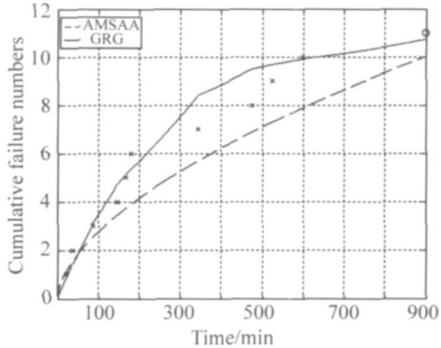


图 4 累计故障数  
Fig. 4 Cumulative failure numbers

5 结 论

GRG 模型是更新过程和修复如旧过程的推广, 本文针对系统可靠性增长问题, 给出了强度函数模型、趋势检验和拟合优度检验方法, 模型在研究系统可靠性增长上将有更多的应用.

参考文献:

[1] 梅文华. 可靠性增长试验[M]. 北京: 国防工业出版社

社, 2003.

[ 2 ] Crow L H. Estimation procedures for the Duane model [ R ]. ADA019372, 1972.

[ 3 ] Crow L H. AMSAA reliability growth symposium [ R ]. ADA027053, 1974.

[ 4 ] 周源泉, 刘振德, 陈宝延. 某型涡扇发动机的可靠性增长分析与评估[ J ]. 质量与可靠性, 2004, 3: 42245.  
ZHOU Yuanquan, LIU Zhende, CHEN Baoyan. Reliability growth analysis and assessment for a type of turbofan engine[ J ]. Quality and Reliability, 2004, 3: 42245. ( in Chinese )

[ 5 ] Lawless J F, Thiagarajah K. A point process model incorporating renewals and time trends, with application to repairable systems[ J ]. Technometrics, 1996, 38 ( 2 ): 1312 138.

[ 6 ] Cox D R, Isham V. Point processes[ M ]. London: Chapman and Hall, 1966.

