

文章编号: 1000-8055(2009)06-1316-05

涡轮转子随机结构的可靠性研究

王新刚¹, 张义民¹, 王宝艳²

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110004;

2. 大庆石油学院 数学系, 大庆 163318)

摘 要: 以传统的应力-强度干涉模型为基础, 考虑了涡轮转子随机结构尺寸、温度应力、转速、外载荷和材料强度等参数的随机性, 利用积分随机有限元和 Gramr-Charlier 级数方法对转子局部应力最大处进行可靠性分析. 该方法计算结果与 Monte Carlo 仿真值比较, 二者相对误差非常小, 计算结果比较精确, 既避免了有限元计算量大和速度慢的情况, 又实现了转子随机结构的可靠性计算.

关 键 词: 涡轮盘; 转子; 不确定性; 积分随机有限元; 可靠性

中图分类号: TB114.3

文献标识码: A

Research on reliability of turbo-rotor with random structure

WANG Xin-gang¹, ZHANG Yi-min¹, WANG Bao-yan²

(1. School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110004, China;

2. Department of Mathematics,
Daqing Petroleum Institute, Daqing 163318, China)

Abstract: Based on the traditional stress-strength interference model, and with consideration of the randomness of structural size of turbo-rotor, temperature stress, rotating speed, external loads and material strength, the reliability of the location with largest local stress for rotor was studied using integral stochastic finite element method and Gramr-Charlier series method. The relative error between the result of this paper and the one of Monte Carlo is very small, and the result is exact. To avoid a large quantity computation and slow calculation of the finite element method, while the random structural reliability of rotor was computed.

Key words: turbine disc; rotor; uncertainty;

integral stochastic finite element method (ISFEM); reliability

现行转子的强度、结构和可靠性设计方法是把转子材料性能、质量、结构尺寸、制造精度、装配因素以及外在激励等相关设计量处理为定值^[1-3]来分析计算的, 但却无法解释有的转子系统设计是安全的, 在运行中却发生损坏的现象. 实际上由于转子材质和制造、装配、检修工艺的离散性以及运行参数、载荷的随机性, 转子的强度、结构尺寸

和载荷等量都不是定值而是随机变量. 可靠性设计方法是现代设计理论和方法的主要内容之一, 其特点是考虑了设计量离散性的影响, 设计结果更为合理. 关于转子随机结构的可靠性文章发表较少, 本文考虑了上述参数的随机性, 以航空发动机转子系统中的涡轮盘为例, 对其危险点处进行了可靠性分析.

收稿日期: 2008-06-03; 修订日期: 2008-09-22

基金项目: 国家高技术研究发展计划(2007AA04Z442); 国家自然科学基金(50805019)

作者简介: 王新刚(1979-), 男, 黑龙江齐齐哈尔人, 博士生, 主要从事机械零部件可靠性设计方面的研究.

1 实验数据分析

涡轮盘是航空发动机主要承力构件之一, 在离心力、温度载荷的作用下, 工作应力水平较高,

属于重要关键件. 涡轮盘一旦破坏, 其后果往往是灾难性的. 为了确定涡轮盘在工作状态下的危险部位, 我们对某发动机高压涡轮转子进行了实验, 其关键部位示意图如图 1 所示, 数据如表 1 所示.

表 1 涡轮转子关键点应力
Table 1 Key point stress of turbo rotor

零件	位置	温度/℃	设计点状态 (转速系数 $\bar{n}=1$)		设计点状态 (转速系数 $\bar{n}=1.025$)	
			周向应力/ MPa	径向应力/ MPa	周向应力/ MPa	径向应力/ MPa
前封严盘	盘心	A	487	806	—	853
		B	569	—	927	—
	腹板	C	563	—	1 087	—
		D	566	—	850	—
	通气孔	E	568	—	909	—
	脖颈	G	564	1 010	—	1 039
高压涡轮盘	盘心	H	497	929	—	981
		I	531	881	1 169	931
	腹板	J	530	917	1 247	959
		K	571	—	1 068	—
	脖颈	N	561	939	1 368	994
后挡板	—	Q	517	1 059	961	1 121

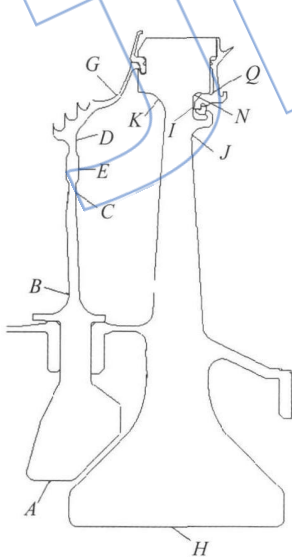


图 1 涡轮转子关键部位示意图
Fig. 1 Key parts of turbo rotor

从表 1 的数据结果可以看出高压涡轮盘圆角 N 点处应力水平最高. 为进一步确定考核点, 对涡轮前封严盘进行计算, 结果表明, 涡轮前封严盘关键点的应力要低于高压涡轮盘圆角 N 点处

应力, 最终确定考核点为高压涡轮盘圆角处 N 点. 这与实际工况是相符的, 涡轮盘最先发生断裂的位置是与叶片联结脖颈处的喉部, 即 N 点位置.

考核点 N 处所受到的载荷主要有涡轮盘旋转时产生的离心力、工作环境温度场产生的温度应力和随机振动载荷. 涡轮盘是由粉末冶金锻造工艺制作的, 质地非常均匀, 偏心距非常微小, 可以忽略. 又由于实验是在真空中进行的, 没有外界气体存在, 所以不用考虑阻尼和气流对叶片产生的弯矩, 其中叶片由质量块替代.

2 考核点处有限元分析

由于现有的转子系统可靠性计算方法中大部分参数为确定量, 这与实际工况是不符合的, 又因为现有的有限元软件不能对结构和温度以及转速等这些参数是随机的情况下进行分析, 所以本文从最基本的有限单元出发, 考虑参数的随机性, 计算出重要节点或单元处的可靠度, 为有限元软件的二次开发提供了理论依据.

2 1 温度应力的计算

由于涡轮盘在工作过程中温度分布不均衡, 难免产生温度应力, 因此, 在涡轮盘的强度计算中, 温度应力不能忽略. 而温度应力分析是否准确在很大程度上取决于温度场是否准确. 因此, 首先以测得的温度数据计算整个涡轮盘的温度场分布, 为轮盘的热弹性应力分析提供温度数据. 由于实验只能获得涡轮盘稳定工作状态的温度数据, 所以只进行了稳态温度场分析. 各向同性、无内热源、二维轴对称稳态导热微分方程在圆柱坐标系下可以表示^[4]为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad (1)$$

式中 r 表示结构体的径向方向, z 示结构体的轴向方向, k_r 和 k_z 为结构材料的导热系数.

涡轮盘与周围流体的换热主要是在第三类边界条件下进行, 边界条件可表示为

$$-\lambda \left[\frac{\partial T}{\partial n} \right]_s = \beta (T_s - T_o) \quad (2)$$

式中 β 为运流放热系数, λ 为导热系数, T_s 为材料表面温度, T_o 为周围介质温度, n 为法线方向.

从轮盘中心到考核点 N 处的截面可以看成是个楔形面, 对于这种特殊形状的截面可以用具体的函数来表示, 根据马斯洛夫的计算方法可得楔形面任意点在极坐标下的温度应力为

径向温度应力

$$\sigma_r = \frac{E \alpha T_o r (\cos^2 \phi + \sin^2 \beta \cos \theta - \cos^3 \theta)}{3 h \cos^2 \phi (1 - \mu^2) (1 - \cos \phi)} \quad (3)$$

周向温度应力

$$\sigma_\theta = \frac{E \alpha T_o r (\cos \phi - \cos \theta)^2 (2 \cos \phi + \cos \theta)}{3 h \cos^2 \phi (1 - \mu^2) (1 - \cos \phi)} \quad (4)$$

式中 ϕ 为楔形角度的一半, E, μ 均为材料弹性系数, α 为导热系数, T_o 为温度.

在计算考核点温度应力时, 径向力是主要破坏力, 所以我们只需考虑径向温度应力. 又因为参数 ϕ 和 T_o 是随机变量, 所以求得的径向温度应力应为服从某一分布的随机变量.

2 2 功能函数各阶矩求解

2 2 1 单变量随机有限元方程

$$K(\alpha, \delta) \times \delta = F(\alpha) \quad (5)$$

式中 α 是结构随机变量, K, F 别为总刚矩阵和载荷矩阵; δ 为随机位移响应.

由有限元计算方法可知, 结构位移响应 δ 是随机的, 应力、应变等响应均为位移响应 δ 的导出量, 所以结构功能函数等响应量也均为位移响应 δ 的导出量, 因而也是随机的, 可设为

$$M = g(\alpha) \quad (6)$$

式中 M 为上述各种随机响应.

2 2 2 多变量随机有限元方程

当响应包含多个随机变量时, 可采用下面方法进行计算. 设 U 为 n 维随机向量, $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, 其均值 $\bar{U} = \{\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_n\}$, 令 $U_i = \{\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, u_i, \dots, \bar{u}_n\}$, 即 U_i 中除了 u_i 外, 其余的随机变量为其均值. 与式(6) 对应的响应的统计量由如下方法获得. 取响应 M 的近似表达式^[5] 为

$$Q' = \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q}) + \bar{Q} \quad (7)$$

式中 $Q_i = g(U_i)$, $\bar{Q} = g(\bar{U})$, 则 Q 的统计量可由 Q' 导出.

均值
$$\mu = \sum_{i=1}^n (\mu_i - \bar{Q}) + \bar{Q} \quad (8)$$

方差
$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (9)$$

三阶中心矩
$$M^3 = \sum_{i=1}^n M_i^3 \quad (10)$$

四阶中心矩

$$M^4 = \sum_{i=1}^n M_i^4 + 6 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i < j}^n \sigma_i^2 \sigma_j^2 \quad (11)$$

同理 5, 6 和 n 阶中心矩也可推导出来. 如果 U 为相关的非标准正态分布的随机向量, 可采用 Rosenblatt 变换将其变换成标准正态随机向量再按上式计算. 高斯类积分随机有限元利用确定性有限元来进行随机分析, 它不涉及到有限元的具体实现过程, 因此可利用该方法对复杂几何形状以及材料非线性结构进行确定性计算.

2 3 级数拟合概率密度函数

可靠性设计的一个目标是计算可靠度^[6 11]

$$R = \int_{g(x) > 0} f_x(X) dX \quad (12)$$

式中 $f_x(X)$ 为基本随机参数向量 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 的联合概率密度, 这些随机参数代表结构的材料、载荷、温度和几何特性等随机量. $g(\bullet)$ 为状态函数, 可表示结构的两种状态

$$\left. \begin{aligned} g(X) &\leq 0 && \text{为失效状态} \\ g(X) &> 0 && \text{为安全状态} \end{aligned} \right\}$$

计算结构可靠度的关键在确定结构功能函数的分布类型, 可用 Gramr Charlier 级数来拟合结构功能函数的概率密度函数^[12], 该级数可表示

$$f(x) = \phi(x) + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n C_n}{\sqrt{n!}} \varphi^{n+1}(x) \quad (13)$$

其中 $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$, $\phi(x)$ 为 $\varphi(x)$ 的一阶导数, $\varphi^{n+1}(x)$ 为 $\phi(x)$ 的 $n+1$ 阶导数, C_n 为系数, 与 x 的各阶矩有关, 其表达式为

$$\begin{cases} C_0 = 1 \\ C_1 = C_2 = 0 \\ C_3 = \frac{1}{\sqrt{3!}} \frac{\mu_3}{\sigma_3} \\ C_4 = \frac{1}{\sqrt{4!}} \left(\frac{\mu_4}{\sigma_4} - 3 \right) \\ C_5 = \frac{1}{\sqrt{5!}} \left(\frac{\mu_5}{\sigma_5} - 10 \frac{\mu_3}{\sigma_3} \right) \\ C_6 = \frac{1}{\sqrt{6!}} \left(\frac{\mu_6}{\sigma_6} - 15 \frac{\mu_4}{\sigma_4} + 30 \right) \end{cases} \quad (14)$$

式中 μ_k 为 Q' 的 k 阶中心矩; σ_k 为 Q' 均方差的 k 次方; μ_k 和 σ_k 可由积分随机有限元计算得到, 通常取 6 阶就可达到较高的精度。

首先利用高斯积分随机有限元得到结构响应量 x 的子样, 然后代入式 (7) ~ (11) 得到结构功能函数的各阶矩, 然后结合式 (13) 并通过 Gramr Charlier 级数拟合得到结构功能函数的概率密度函数, 最后代入式 (12) 计算出结构的可靠度。

3 数值算例

以此次实验和上述分析确定的考核点为例, 来计算该点的可靠度。以表 1 中的实验数据为理论依据, 通过统计分析可得到以下几个随机变量的概率分布: 盘心到考核点的半径 r (0.282 26, 0.033), 轮缘凸块和叶片总质量 m (0.523, 0.03), 转速 ω (15 000, 9), 温度 T_0 (556, 3), 振动载荷 α (120, 0.37), 强度 S (1 810, 0.035), 功能函数各阶矩的计算结果如表 2。

用 Gramr Charlier 级数来拟合结构功能函数的概率密度函数, 并代入式 (12) 计算出结构的可靠度为 0.999 734。用 Monte Carlo 模拟计算 10 000 次得到的考核点处可靠度为 0.998 975, 二者相对误差为 0.075 9%, 可见该方法还是比较精确的。

表 2 功能函数各阶矩

Table 2 Various order moments of state function

阶数	功能函数各阶矩值
1	365
2	8 7964×10 ³
3	0.096 2×10 ⁻⁷
4	4 3262×10 ³
5	5 0861×10 ⁴
6	7 0136×10 ⁴

4 结 论

本文提出了随机结构涡轮盘转子的可靠性计算方法, 通过实验确定了转子的失效考核点, 对该点进行可靠性分析时考虑了转子所受载荷、强度、结构尺寸、温度和转速等参数的随机性, 以积分随机有限元方法为基础, 计算出结构功能函数的各阶中心矩, 然后采用 Gramr Charlier 级数拟合概率密度函数, 最后只用一维数值积分就能得到了结构可靠度, 避免了利用干涉方法积分带来的不便。该方法利用确定性有限元实现了随机分析, 计算精度较高。同时, 利用该方法可以求出转子系统任意一点的可靠度, 为有限元软件的二次开发提供了理论依据。

参考文献:

[1] 宋兆泓. 航空燃气涡轮发动机强度设计[M]. 北京: 北京航空航空大学出版社, 1988

[2] 吕文林. 航空发动机强度计算[M]. 北京: 国防工业出版社, 1988.

[3] 吴厚钰. 透平零件结构和强度计算[M]. 北京: 机械工业出版社, 1982

[4] 宋广胜, 刘相华, 王国栋. 相变对 22CrMo 钢淬火应力影响的数值模拟[J]. 塑性工程学报, 2006, 13(2): 75-79.
SONG Guangsheng, LIU Xianghua, WANG Guodong. Numeric simulation on the effect of phase transformation on quenching stress of 22CrMo steel [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2006, 13(2): 75-79. (in Chinese)

[5] Zhao Y G, Ono T. New point estimates for probability moments [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2004, (4): 433-436

[6] ZHANG Yimin, LIU Qiaoling. Reliability-based design of automobile components [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part D- Journal of Automobile Engineering, 2002, 216(6): 455-471.

[7] ZHANG Yimin, LIU Qiaoling, WEN Bangchun. Quasi failure analysis on resonant demolition of random structural systems[J]. AJAA Journal, 2002, 40(3) : 585-586

[8] 史进渊, 林振坤, 龚汉声. 透平机械零件振动的可靠性设计[J]. 航空动力学报, 1995, 10(3) : 553-558.
SHI Jinyuan, LIN Zhenkun, GONG Hansheng. Reliability design of turbine part vibration[J]. Journal of Aerospace Power, 1995, 10(3) : 553-558. (in Chinese)

[9] ZHANG Yimin, LIU Qiaoling. First passage of uncertain single degree of freedom nonlinear oscillators [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1998, 165(4) : 223-231.

[10] ZHANG Yimin. Parametric sensitivity in reliability analysis of the mechanical components[J]. Journal of Mechanical Strength, 2003, 25(6) : 657-660

[11] 贺向东, 张义民, 闻邦椿. 不完全概率信息的压杆稳定可靠性鲁棒设计[J]. 航空动力学报, 2007, 22(9) : 1532-1536
HE Xiangdong, ZHANG Yimin, WEN Bangchun. Reliability-robust design of compressive bar under incomplete probability information [J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(9) : 1532-1536 (in Chinese)

[12] 南宫自军. 结构可靠度计算的一种新方法[J]. 西北工业大学学报, 1998, 16(4) : 599-602.
NANGONG Zijun. An improved method of structure reliability analysis [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 1998, 16(4) : 599-602. (in Chinese)

