

文章编号: 1000-8055(2010)02-0451-08

# 非均匀有理 B 样条曲线及节点插入算法 在透平叶片优化设计中的应用

刘润泽, 张晓东, 安柏涛, 刘建军  
(中国科学院 工程热物理研究所, 北京 100190)

**摘 要:** 将非均匀有理 B 样条(NURBS)曲线及节点插入算法应用到透平叶栅的二维参数化造型,可以兼顾造型参数的实际物理意义和型线调节的灵活性;将控制点可调的 NURBS 曲线应用到三维叶片积叠线造型,能够构造任意形状的弯、扭、掠叶片.在此基础上搭建的透平叶片三维气动优化平台,将参数化造型、网格自动划分、流体计算并行求解集成在一起,应用实验设计和响应面分析方法进行多目标寻优.对某单级实验透平分别进行单排叶片和整级优化后,单排叶片总压损失降低了 0.57%;单级绝热效率提高了 0.8%.

**关 键 词:** 透平叶片; 非均匀有理 B 样条曲线; 节点插入算法; 多目标气动优化

**中图分类号:** V231

**文献标识码:** A

## Application of non-uniform rational B-spline curve and knot insertion algorithm to turbine blade optimization

LIU Run-ze, ZHANG Xiao-dong, AN Bai-tao, LIU Jian-jun  
(Institute of Engineering Thermophysics,  
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** Non-uniform rational B-spline (NURBS) curve and knot insertion algorithm were used for parametric modeling of turbine blade profiles, in which actual physical meaning of the parameters and flexibility of profile regulation can be taken into account. Bended, twisted and swept blades were successfully constructed by applying NURBS with adjustable number of control points to stacking line modeling. An aerodynamic optimization platform for three-dimensional turbine blade has been developed, in which the parametric modeling, grid generation, computational fluid dynamics analysis and multi-objective optimization based on design of expert (DOE) and response surface method (RSM) method were integrated. After optimization, the total pressure loss of a single-row turbine cascade was reduced by 0.57% and the adiabatic efficiency of a single-stage turbine was increased by 0.8%.

**Key words:** turbine blade; non-uniform rational B-spline (NURBS) curve;  
knot insertion algorithm; multi-objective aerodynamic optimization

透平叶片是叶轮机进行能量转换的基本单元,提高透平叶片的气动性能,最大限度地降低气动损失,是提高透平效率的重要方法.随着计算机硬件性能的大幅提高和流体计算软件在叶轮机

三维黏性数值模拟中的广泛应用,将叶片参数化造型、计算流体动力学(CFD)求解、优化策略集成在一起的优化平台得到了较多的应用.在叶片造型方面,样条曲线得到了更多的应用. Trigg M A

**收稿日期:** 2009-01-16; **修订日期:** 2009-03-25

**基金项目:** 国家 973 项目(2007CB210108)

**作者简介:** 刘润泽(1982-),男,河北昌黎人,硕士生,主要从事透平气动热力学优化设计方面的研究.

等人<sup>[1]</sup>采用两段 Bezier 曲线和两段圆弧构造出了透平叶型,该叶型共有 16 个造型参数,灵活性很高。Cravero C 等人<sup>[2]</sup>亦采用一段 Bezier 曲线和一段圆弧构造了透平叶型,并且很好地控制了叶型最大厚度及其位置以及尾缘最小厚度。宋立明等人<sup>[3]</sup>采用非均匀有理 B 样条曲线(NURBS)分别拟合压力面和吸力面型线,取得了很好的效果。但采用样条曲线进行叶片造型时,为了使型线调节有足够的灵活性,会要求控制点个数也要足够多,这样不仅麻烦,而且控制参数的物理意义也不够明确;反之,减少样条曲线的控制点个数,型线调节的灵活性又会受到影响。

为了解决这一问题,本文将 NURBS 曲线及节点插入算法应用到叶片造型。节点插入算法可以实现曲线分段、曲面分片以及曲线曲面的局部修改,是非均匀有理 B 样条曲线曲面的核心算法之一,在计算机辅助几何设计中有广泛的应用,但目前还很少见到有关节点插入算法在透平叶栅造型中应用的报道。本文开始选取较少参数进行叶片的造型,之后应用节点插入算法构造出足够多的控制点增加型线调节的灵活性。在此基础上构建了透平叶片三维气动优化平台,具有良好的实用值。

# 1 叶片造型

## 1.1 NURBS 曲线构造二维叶型

NURBS 曲线其定义<sup>[4]</sup>如下:

$$P(u) = \sum_{i=0}^n V_i R_{i,k}(u) \quad (1)$$

其中

$$R_{i,k}(u) = \frac{W_i B_{i,k}(u)}{\sum_{j=0}^n W_j B_{j,k}(u)} \quad (2)$$

式中  $R_{i,k}(u)$  称为有理基函数,  $V_i$  表示第  $i$  个几何控制顶点,  $W_i$  是相对应的几何控制顶点的权值,用来调节几何控制顶点的权重,  $k$  为 B 样条的幂次,  $B_{i,k}(u)$  为  $k$  次 B 样条基函数,其定义如下:

$$\left. \begin{aligned} B_{i,0}(u) &= 1 & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ B_{i,0}(u) &= 0 & \text{其他} \\ B_{i,k}(u) &= \frac{u - u_i}{u_{i+k} - u_i} B_{i,k-1}(u) + \\ &\quad \frac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} B_{i+1,k-1}(u) & k \geq 1 \\ B_{i,k}(u) &= 0 & 0/0 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$u_i$  表示 B 样条节点,  $u$  为变量。在应用过程中,为保证曲线通过控制多边形首、末端点并与首、末两

边相切,对  $k$  阶 B 样条基函数,节点矢量两端各有  $k+1$  个重节点。

本文采用 4 段 3 次 NURBS 曲线构建叶片二维叶型,如图 1 所示。控制参数共有 15 个:  $L$  为前缘圆心到尾缘圆心的轴向距离;  $\alpha$  为几何进口角(弧度);  $\alpha_2$  为几何出口角(弧度);  $\chi$  为叶片安装角(弧度);  $r_1$  为前缘半径;  $r_2$  为尾缘半径;  $\beta$  为进口楔角的一半;  $\beta_2$  为出口楔角的一半;  $f_1$  为前缘调节系数( $f_1 = c_1/C_1$ );  $f_2$  为尾缘调节系数(定义方法同  $f_1$ );  $f_3$  为叶腹几何控制点调节系数( $f_3 = c_3/C_3$ );  $f_4$  为叶腹几何控制点调节系数( $f_4 = c_4/C_4$ );  $f_5$  为叶背几何控制点调节系数(定义方

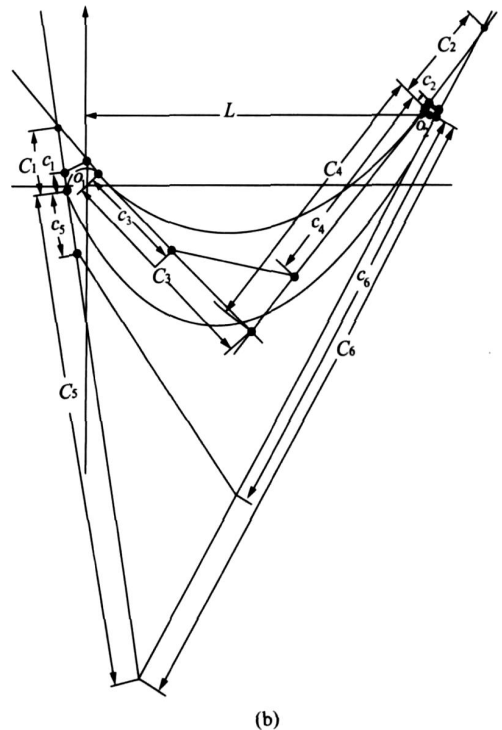
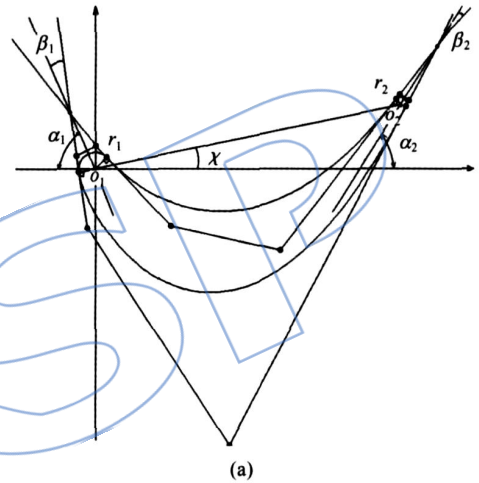


图 1 非均匀有理 B 样条曲线构造二维叶型

Fig. 1 Blade profile represented with non-uniform rational B-spline curve

法同  $f_3$ );  $f_6$  为叶背几何控制点调节系数(定义方法同  $f_4$ );  $\sec$  为叶型沿叶高方向相对位置, 上述参数中  $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$  和  $f_6$  用来调节 NURBS 曲线几何控制点位置. 本造型方法所涉及到的参数, 既包括与流动相关的有实际物理意义的参数, 也包括了 NURBS 曲线几何控制点调节参数.

1.2 NURBS 曲线节点插入技术和叶型微调节

Cohen 等人研究了分割技术的理论和实现方法, 建立了节点和控制顶点的相互关系, 并提出了一种算法, 称为 Oslo 算法, 该方法可以根据新增加的节点计算新增加的控制点. Boehm<sup>[5]</sup> 也提出了节点插入算法, 系 Oslo 算法的一个特例. 由于 Boehm 算法容易实现, 计算速度快, 本文采用 Boehm 算法. 例如对  $k$  阶 NURBS 曲线, 插入节点, 新控制顶点  $V^*$  与原始控制顶点  $V$  的关系满足下式:

$$V_j^* = \frac{(1 - \alpha_j) W_{j-1} V_{j-1} + \alpha_j W_j V_j}{(1 - \alpha_j) W_{j-1} + \alpha_j W_j} \tag{4}$$

插入新节点前后权因子的关系为

$$W_j^* = (1 - \alpha_j) W_{j-1} + \alpha_j W_j \tag{5}$$

其中  $\alpha_j$  是系数, 取值如下:

$$\begin{aligned} \alpha_j &= 1 & j &= 0, 1, \dots, i - k \\ \alpha_j &= \frac{u - u_i}{u_{j+k} - u_i} & j &= i - k + 1, \dots, i - r \\ \alpha_j &= 0 & j &= i - r + 1, \dots, n + 1 \end{aligned} \tag{6}$$

$r$  是所插入节点的重复度, 若原节点序列中不存在这个节点, 则  $r = 0$ ; 若  $u$  已在原节点序列中出现  $m$  次, 则  $r = m$ . 本文将节点插入技术应用到二维叶型的微调节, 且节点插入个数可以是任意的. 以某二维叶型吸力面为例, 该叶型吸力面原始几何控制点有 4 个, 均匀插入 4 个节点后, 这时的几何控制点相应地变为 8 个, 将新插入的 4 个几何控制点分别

沿吸力面法向向外移动 (2, 1, 0.5, 0.3 mm) 得到新的叶型, 其与原始叶型的比较如图 2 所示.

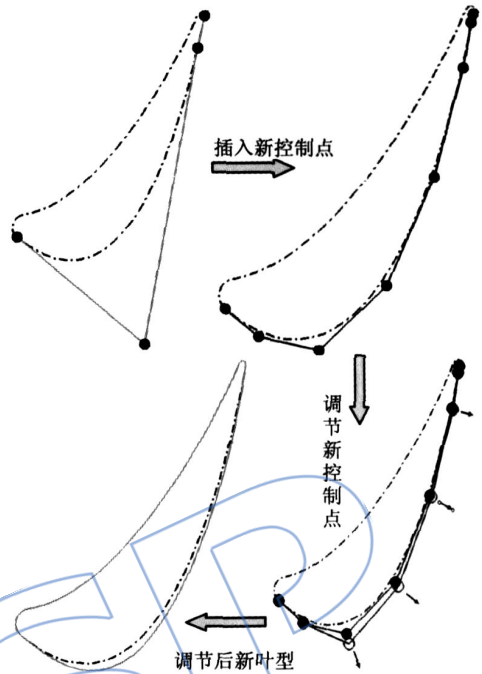


图 2 节点插入及叶片型线的调节  
Fig. 2 Knot insertion and regulation of blade profile

1.3 积叠线造型

积叠线采用几何控制点个数可调节 NURBS 曲线. 首、尾几何控制点取为叶根截面的前缘圆心和叶顶截面的前缘圆心, 并采用蒙面法构造三维叶片. 本方法形成的三维叶片有极高的自由度, 可以灵活的构造弯、扭、掠叶片; 而且这些几何控制点沿叶高相对位置也是可以任意调节的, 例如图 3 中的均匀几何控制点构造的掠叶片和图 4 中非均匀几何控制点构造的弯叶片.

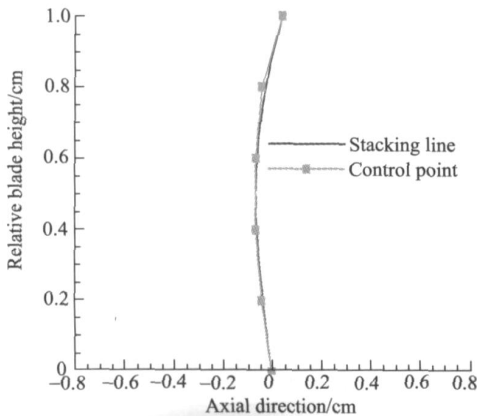


图 3 采用均匀几何控制点构造的掠叶片

Fig. 3 Swept blade constructed by uniform NURBS control points

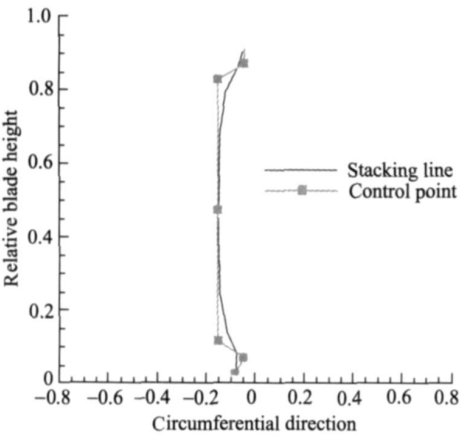


图 4 采用非均匀几何控制点构造的弯叶片

Fig. 4 Bended blade constructed by non-uniform NURBS control points

2 优化策略和优化流程

叶片全三维气动优化设计平台控制部分是通过编程实现的,具体流程图如图 5 所示.

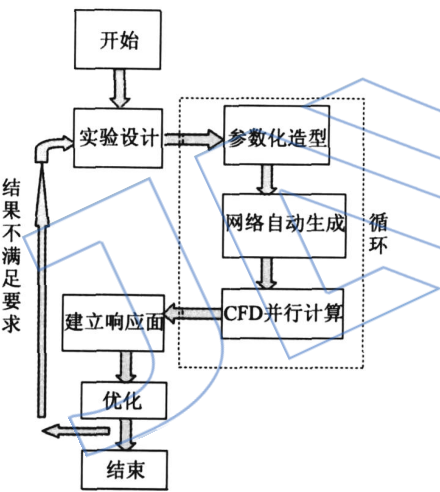


图 5 轴流透平气动优化流程

Fig. 5 Aerodynamic optimization process of axial turbine

图中造型参数的试验设计由软件 Design expert 完成,它可以进行正交、中心复合、Doptimal 等多类型的试验设计并自带求解响应面和采用随机寻优的模块. Design expert 采用多项式拟合响应面,并采用多元线性回归模型和最小二乘法获得系数向量的极大似然估计,进而获得响应面模型. 流程中网格划分采用 Ansys-Turbogrid 实现, Three-dimensional (3-D) 流场计算由商业软件 CFX11.0 完成. 优化效果满足要求则优化结束, 否则以当前最优结果为基准重新安排试验直到获得满意结果.

3 透平叶栅自动气动优化设计

3.1 问题描述

为验证本优化设计平台的灵活性和实用性,共给出了两个优化算例. 第一个例子通过调整透平静叶的径向积叠线,在流量和落压比不变的情况下,减少出口总压损失. 第二个例子同时调整单级实验透平的静叶和动叶的吸力面型线,在保证设计工况流量和做功基本不变的情况下,提高透平级的绝热效率,或者说提高出口总压. 文献[6]中的单级透平被选为优化目标,该透平在设计工况下的试验参数值见表 1,静叶和动叶的几何参数见表 2.

表 1 透平设计工况参数

Table 1 Parameter at turbine design condition

| 参数             | 数值      |
|----------------|---------|
| 进口总温/ K        | 288.15  |
| 进口总压/ Pa       | 101 325 |
| 流量/ (kg/ s)    | 3.856   |
| 透平转速/ (r/ min) | 8 081   |
| 单位功/ (J/ g)    | 76.08   |
| 进出口总压比         | 3.44    |
| 绝热效率           | 0.886   |

表 2 透平几何参数

Table 2 Test turbine geometry

| 几何参数     | 静叶     | 动叶     |
|----------|--------|--------|
| 平均直径/ cm | 46.99  | 46.99  |
| 叶高/ cm   | 3.81   | 3.81   |
| 轴向弦长/ cm | 3.81   | 3.429  |
| 叶栅稠度     | 0.929  | 1.487  |
| 宽高比      | 1.000  | 1.111  |
| 叶片数      | 36     | 64     |
| 尾缘半径/ cm | 0.254  | 0.1905 |
| 前缘半径/ cm | 0.0635 | 0.0635 |

优化前首先进行了网格无关性验证,选用  $k-\varepsilon$  湍流模型,二阶精度差分格式,网格划分采用 H-O-J 网格结构,进出口边界条件按表 1 给定,壁面给定绝热边界条件.分别采用约 20 万、40 万、60 万、80 万和 100 万网格节点数进行计算和对比,并对 40 万网格节点验证了不同网格拓扑结构对结果的影响,计算结果如表 3 所示.从表 3 中可以看到,当网格节点数在 40 万和 60 万之间时计算的各项结果基本一致(而且与设计工况下的试验值吻合得非常好),而网格过疏和过密都会发生波动,原因是  $k-\varepsilon$  模型在近壁面采用壁面函数法,网格节点数达到一定数量便可满足要求,进一步加密网格反而会使近壁面  $y^+$  值过小、网格体积长宽比过大,影响到计算精度.本文网格节点数取 40 万左右.网格数量确定后,计算了透平比功和动叶扭矩随落压比的变化,并与实验值进行了比较,如图 6 和图 7 所示,可见计算结果还是相当准确的.

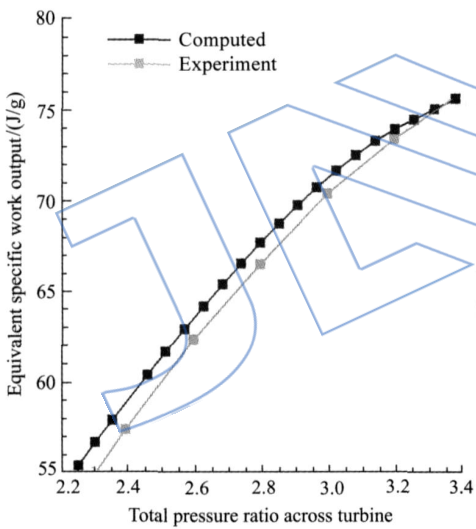


图 6 单位功计算值与试验值比较

Fig. 6 Comparison of calculated and experimental specific work output

3.2 单排静叶积叠线优化结果

单排静叶优化进口给定总压 101 325 Pa,出口流量给定单通道 0.06 kg. 网格节点数 25 万,如图 8 所示. 优化目标:在落压比基本不变情况下提高出口总压,或者说是降低总压损失. 优化变量:径向积叠线几何控制点沿周向偏移距离. 原始直叶片几何控制点取 7 个,几何控制点位置的选取参考了文献[7]的相关结果,位置取在 0,0.05,0.1,0.5,0.9,0.95和 1.00 相对叶高位置处(图 9),优化过程中叶根截面的控制点位置不变,也就是共有 6 个优化变量,参数变化范围分别是  $-0.04 \leq x_1 \leq 0.04$ ;  $-0.09 \leq x_2 \leq 0.09$ ;  $-0.09 \leq x_3 \leq 0.09$ ;  $-0.09 \leq x_4 \leq 0.09$ ;  $-0.04 \leq x_5 \leq 0.04$  和  $0.04 \leq x_6 \leq 0.04$  (0.04 表示偏移距离是叶高的 0.04,其余同理). 试验安排采用 D-optimal 试验,共进行 38 次试验,经过响应面分析得到的 6 个变量最佳取值分别是 -0.04,0.08,0.08,0.08,-0.04 和 0.04,优化后积叠线如图 10 所示. 优化

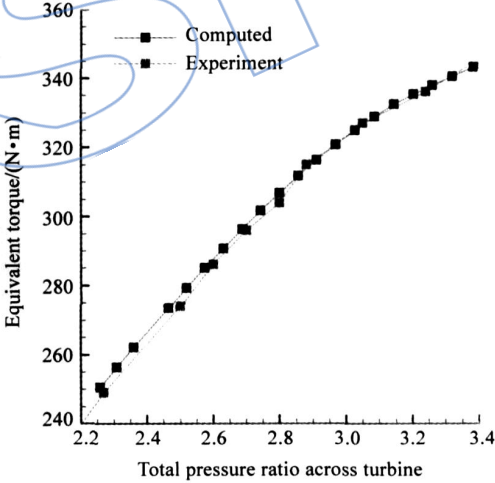


图 7 动叶扭矩计算值与试验值比较

Fig. 7 Comparison of calculated and experimental equivalent torque

表 3 网格无关性验证  
Table 3 Grid independence test

| 节点/ $10^4$ | 落压比    | 功/ kW  | 扭矩/ (N · m) | 效率     | 流量/ (kg/ s) |
|------------|--------|--------|-------------|--------|-------------|
| 20         | 0.2941 | 290.14 | 342.86      | 0.882  | 3.843       |
| 40(1)      | 0.2957 | 290.44 | 343.22      | 0.8871 | 3.842       |
| 40(2)      | 0.2957 | 290.43 | 343.2       | 0.8869 | 3.842       |
| 60         | 0.2957 | 290.43 | 343.2       | 0.8872 | 3.842       |
| 80         | 0.2978 | 290.2  | 342.93      | 0.8909 | 3.841       |
| 100        | 0.2959 | 290.75 | 343.58      | 0.8866 | 3.840       |

前后叶片如图 11 所示. 优化后总压损失由 7.686 %降低到 7.125 %,下降了 0.56 %. 在落压比、流量(90 %堵塞流量)相同情况下验证,得到优化前后出口截面总压分布如图 12 所示,总压损失系数沿叶高分布如图 13 所示.

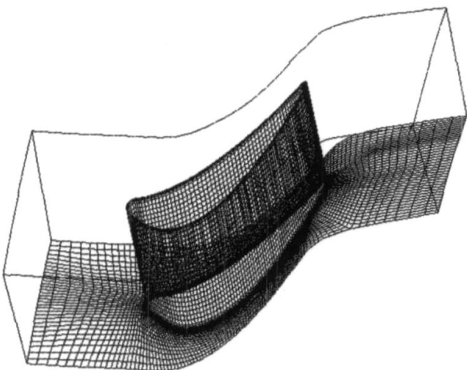


图 8 单排静叶网格示意图  
Fig. 8 Grid of the single-row vane

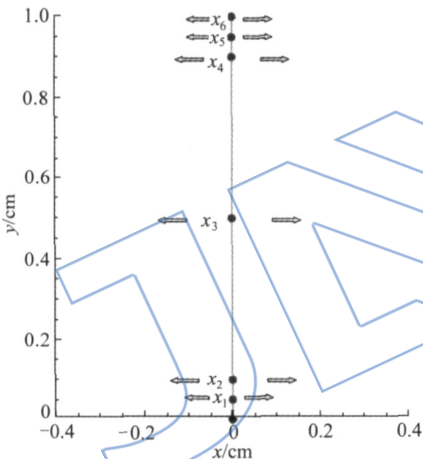


图 9 优化参数位置  
Fig. 9 Location of parameters for optimization

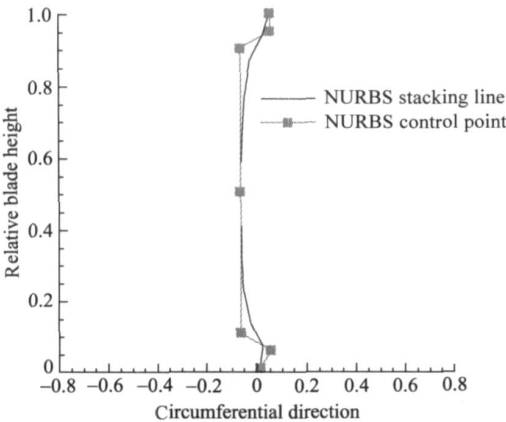


图 10 优化后基叠线形状  
Fig. 10 Stacking line after optimization

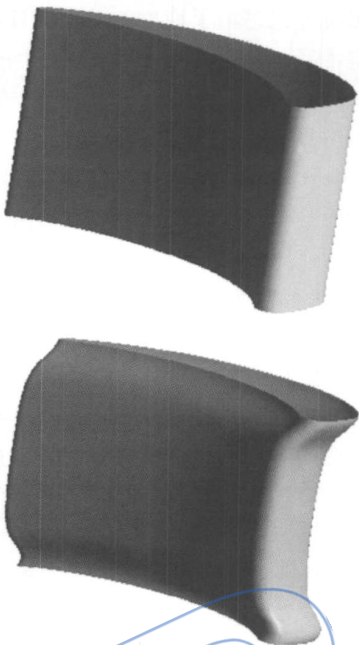
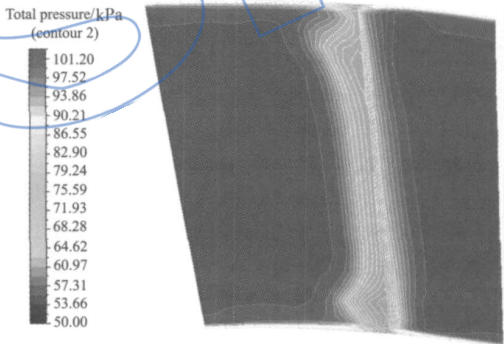
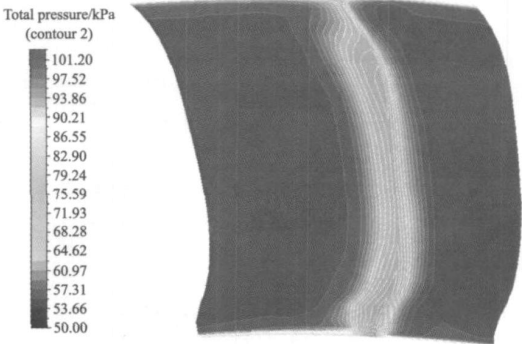


图 11 优化前后叶片对比图  
Fig. 11 Three-dimensional vane blade before and after optimization



(a) 优化前



(b) 优化后

图 12 优化前后出口截面总压分布图  
Fig. 12 Total pressure at outlet section before and after optimization

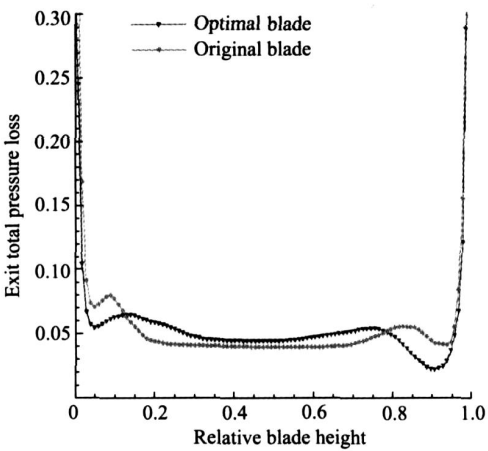


图 13 优化前后总压损失沿叶高分布

Fig. 13 Total pressure loss coefficient at the exit versus relative blade height

3.3 单级透平调整吸力面型线优化结果

单级透平气动优化目标有 3 个:保证流量、做功量基本保持不变的情况下 ( $\pm 2\%$  范围内),提高透平绝热效率. 本文做法是将 3 个适应值(对流量和做功来说,越接近设计工况值其适应值越大;对绝热效率来说,效率越高适应值越大)分别乘以不同的权重并求和,转换为单一的目标进行优化. 进口给定总压 101 325 Pa,出口给定静压 20 000 Pa,叶片和上下端壁给定绝热壁面条件,其他参数参见表 1. 网格节点数总共 40 万,如图 14 所示. 优化变量是静、动叶吸力面上新插入几何控制点沿法向调节的距离,之所以只调节吸力面控制点,一方面是调节吸力面型线比调节压力面型线效果大很多,另外一方面是为了尽量减少计算开销. 原始静叶和动叶吸力面各插入 3 个几何控制点共 6 个变量(方法参见图 2,前 3 个是静叶控制点,后 3 个是动叶控制点),调节范围分别是  $-0.08 \leq x_1 \leq 0.08$ ,  $-0.13 \leq x_2 \leq 0.13$ ,  $-0.08 \leq x_3 \leq 0.08$ ,  $-0.08 \leq x_4 \leq 0.08$ ,  $-0.13 \leq x_5 \leq 0.13$  和  $0.08 \leq x_6 \leq 0.08$ (单位是 cm,外法矢方向为正). 试验设

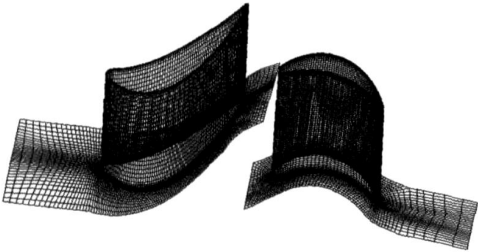
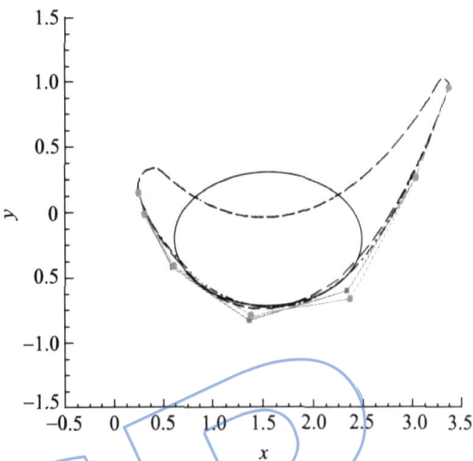


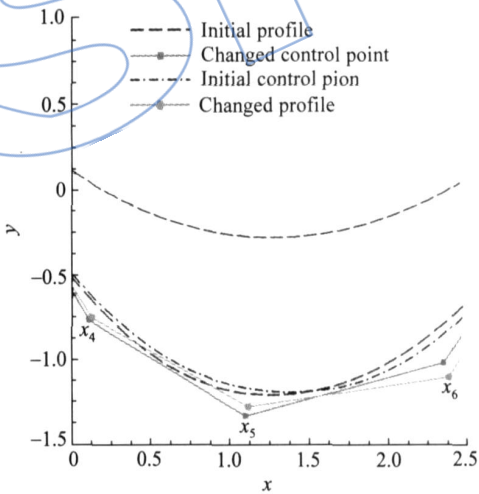
图 14 单级透平网格示意图

Fig. 14 Grid of a single-stage turbine

计采用中心复合试验,总共进行 34 次试验,通过响应面分析后得到最优参数值分别为 0.02, -0.06, 0.01, -0.01, -0.05, 0.08. 优化后绝热效率由 88.7% 提高到 89.5%,提高了 0.8%. 优化前后叶型见图 15 和图 16,优化前后各参数值见表 4.



(a) 优化前后叶型



(b) 局部放大

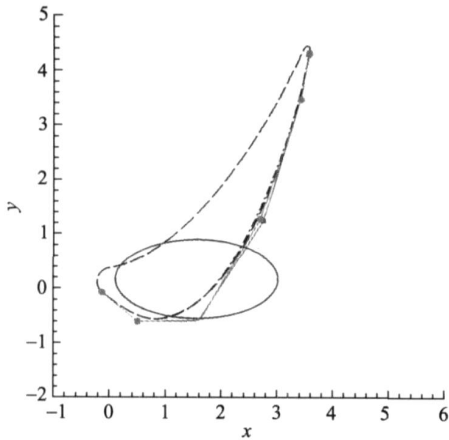
图 15 动叶吸力面调节前后示意图

Fig. 15 Regulation of suction side of the rotor profile

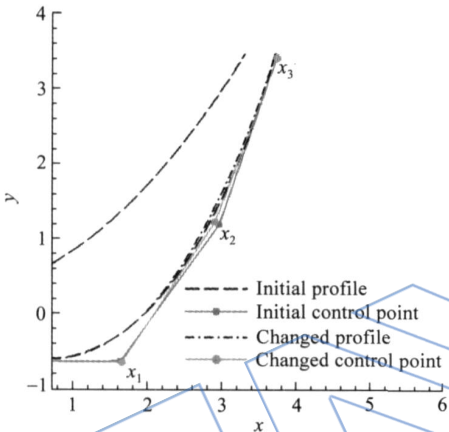
表 4 优化前后气动性能

Table 4 Aerodynamic performance before and after optimization

|             | 优化前    | 优化后    | 前后对比    |
|-------------|--------|--------|---------|
| 出口总压/ Pa    | 29 954 | 31 028 | 1.036   |
| 功/ kW       | 290.44 | 290.34 | 0.999 7 |
| 效率/ %       | 88.7   | 89.5   | 1.009   |
| 流量/ (kg/ s) | 3.842  | 3.907  | 1.016   |



(a) 优化前后叶型



(b) 局部放大

图 16 静叶吸力面调节前后示意图

Fig. 16 Regulation of suction side of the stator profile

4 结 论

1) 本文基于 NURBS 曲线及其节点插入技术,提出了一种造型极其灵活的二维叶栅参数化设计及优化方法;结合变节点个数 NURBS 曲线构造积叠线,引入了能够构造任意弯、扭、掠叶片的三维叶栅参数化设计方法,整个造型程序有良

好的气动设计和优化能力.

2) 本文将响应面试验设计、NURBS 曲线及节点插入造型程序、网格划分软件、三维 Navier-Stokes (N-S) 方程求解模块通过控制软件集成在一起,实现了流程的自动化,形成了轴流透平叶栅多目标气动优化设计平台,通过两个示例,证明该平台具有较好的鲁棒性和实用性,优化后的单排叶栅总压损失减少了 0.56 %,单级涡轮绝热效率提高了 0.8 %.

参考文献:

[ 1 ] Trigg M A, Tubby G R, Sheard A G. Automatic genetic optimization approach to two-dimensional blade profile design for steam turbines[J]. Journal of Turbomachinery, 1999, 121: 11-17.

[ 2 ] Cravero C, Satta A. A Navier-Stokes based strategy for the aerodynamic optimization of a turbine cascade using genetic algorithm[R]. ASME Turbo Expo., 2001- GT-0508.

[ 3 ] 宋立明, 李军, 丰镇平, 等. 基于多目标优化的透平叶栅变工况设计方法[J]. 航空动力学报, 2007, 22 (9): 1499-1504.

SONG Liming, LI Jun, FENG Zhenping, et al. An off-design method of turbine blade based on multiobjective optimization[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22 (9): 1499-1504. (in Chinese)

[ 4 ] 朱心雄. 自由曲线曲面造型技术[M]. 北京: 科学出版社, 2000.

ZHU Xinxiong. Modeling technology of free-form curve and free-form surface [M]. Beijing: Science Press, 2000. (in Chinese)

[ 5 ] Boehm W. Inserting new knots into B-spline curves[J]. CAD, 1980, 12 (4): 87-111.

[ 6 ] Moffit T P, Szanca E M, Whitney W J. Design and cold air test of single stage uncooled core turbine with high work output[R]. NASA TP-1680, 1980.

[ 7 ] Chen Bo, Yuan Xin. Advanced aerodynamic optimization system for turbomachinery[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 2008, 130 (2): 1005-1016.