

文章编号: 1000-8055(2009)08-1878-08

螺旋锥齿轮安装误差敏感性与容差性研究

唐进元, 雷国伟, 杜 晋, 卢延峰

(中南大学 机电工程学院 现代复杂装备设计与极端制造教育部重点实验室,
长沙 410083)

摘 要: 研究含刀倾法和变性法加工的螺旋锥齿轮齿面通用模型建立方法, 提出安装误差敏感性和容差性概念, 建立安装误差敏感性和容差性分析模型, 以包含安装误差的齿面接触分析方法为工具, 根据实际的齿轮副参数, 获得安装误差对接触质量的影响规律和保证接触质量的误差极限值. 分析与实例计算表明: 安装误差敏感性和容差性模型建立了安装误差与螺旋锥齿轮齿面接触质量和安装工艺参数之间的联系, 为提高螺旋锥齿轮制造质量和制定科学的安装工艺参数提供了理论指导.

关 键 词: 安装误差敏感性; 容差性; 安装误差; 齿面接触分析

中图分类号: TH132.4

文献标识码: A

Research on alignment error sensitivity and tolerance limit analysis of spiral bevel gears

TANG Jin-yuan, LEI Guo-wei, DU Jin, LU Yan-feng

(Key Laboratory of Modern Complex Equipment Design and Manufacturing,
Ministry of Education, School of Mechanical and Electrical Engineering,
Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Alignment errors are important influential factors to the gears' contact quality. The general model of the spiral bevel gears' tooth processed by cutter-tilt method and modified-roll method was proposed. Method of tooth contact analysis including alignment errors was established. Effects by alignment errors were investigated, the conceptions and models of alignment errors sensitivity and tolerance were proposed. According to parameters design of the gears, the effect laws and tolerance of the alignment errors could be obtained by using this modified contact analysis algorithm. Simulation analysis shows its feasibility. Alignment error sensitivity, tolerance of the alignment errors with the corresponding calculation methods could reflect the internal influence of spiral bevel gears' contact quality and installation technology due to alignment error. The research can provide a theoretical basis for improving the design quality of the spiral bevel and hypoid gears and developing the scientific installation technology.

Key words: alignment error sensitivity; tolerance limit; alignment error;
tooth contact analysis

收稿日期: 2008-07-28; **修订日期:** 2009-02-16

基金项目: 国家重点基础研究发展 937 计划(2005CB724100); 国家自然科学基金(50875263)

作者简介: 唐进元(1962-), 男, 湖南永州人, 教授, 博士, 主要研究方向为螺旋锥齿轮数字制造. E-mail: jytangcsu@163.com

螺旋锥齿轮实际工作时,由于齿轮箱与轴承本身制造上的误差、工作时的热误差、受载变形等因素的影响,难以保证齿轮副在理论安装位置上啮合,安装位置会偏离理论安装位置,这样就产生两个问题:第一,实际的齿轮副安装位置偏离理论安装位置,而现有的齿面接触分析(TCA)^[1-10]不能模拟这种工况,现有的TCA程序与算法需进一步完善,才能分析齿轮副安装误差对接触区形状和传动运动曲线的影响;第二,工程应用上,安装误差的极限值(即容差性)究竟取多少,即可以保证在此极限值范围内接触区形状和传动运动曲线满足正常工作要求,保证齿轮副能正常工作。第一个问题在文献[11-12]中已做研究,本文主要研究第二个问题。

齿轮副安装误差对接触质量的影响及安装误差敏感性和容差性问题的研究还没有引起研究者的重视,尚未见有研究文献发表。相关文献主要有:C. GOSSELIN^[13]等人通过建立机床调整参数对齿面形状的敏感矩阵的方法,通过优化算法得到修正的机床调整参数,达到修正齿面的目的。C. Y. Lin^[14]等人在文献中计算各种机床调整误差对齿面差曲面以及接触质量的影响。J. èôme Bruy èe^[15]等人提出较为全面的误差种类,包括安装误差,机床调整参数误差,几何运动误差等等,但其仅仅对机床调整误差影响做出分析,并未对安装误差的容差性和敏感性进行分析研究。

因此需要完善现有齿面接触分析方法,使其可以用于分析安装误差对齿面接触性能的影响,基于此目标,本文研究含刀倾法和变性法加工的螺旋锥齿轮齿面通用模型建立方法,提出安装误差敏感性和容差性概念,建立安装误差敏感性和容差性分析模型,研究包含安装误差的齿面接触分析方法,得到齿轮副安装误差对接触区形状影响规律、以及安装误差的敏感性和容差性概念和计算模型。

1 含刀倾法和变性法加工的螺旋锥齿轮齿面通用模型建立

目前,螺旋锥齿轮的设计仍是以传统机床为基础^[7-9],因此本文的螺旋锥齿轮齿面模型是依据机床调整参数建立,为了建立螺旋锥齿轮的通用齿面模型,参照文献[7-9]首先把图1所示的传统加工机床,依据实现的功能分解成独立的11个部件。每一个部件的运动可以通过齐次变换矩阵实现。螺旋锥齿轮齿面的展成运动,本质上就是将连

续的刀具切削面方程从持刀刀架坐标系 S_i 根据啮合原理和齐次坐标矩阵变换转换到工件坐标系 S_w 下,即可得到齿面方程。图2表示 S_w 固定在工件上,用于描述工件旋转角;图3中坐标系 S_j 和 S_i 分别固定在刀架上的刀倾体和刀转机构中,用来描述刀倾角和刀转角的变化,因此依据此方法建立起的齿面模型是包含刀倾法和变性法两种加工方法的齿面方程,具有通用性的特点。

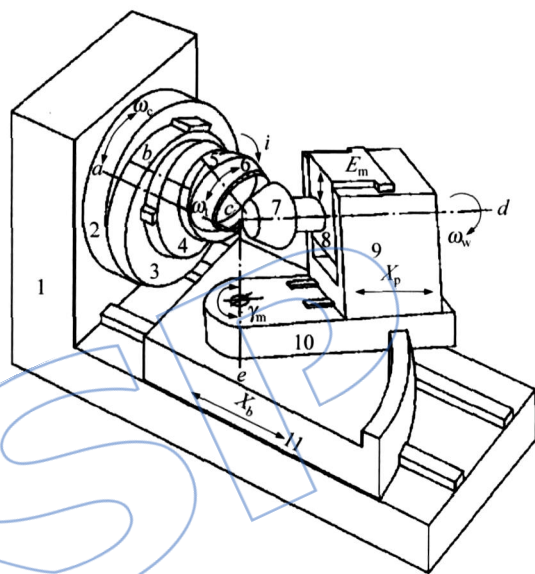


图1 机械式螺旋锥齿轮加工结构示意图

Fig. 1 Mechanical structure of spiral bevel gear processing diagram

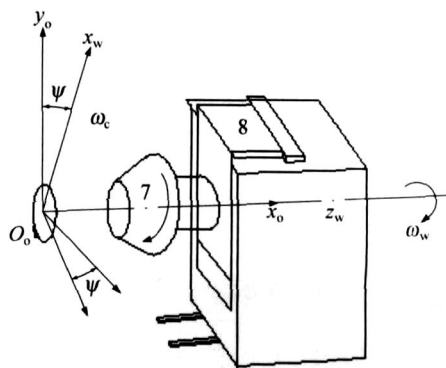


图2 工件坐标系 S_w

Fig. 2 Workpiece coordinate system S_w

根据齿轮啮合原理,可以得出刀具刃任意 P 点的位置矢量方程和单位切向量和法向量方程在持刀架刀具坐标系 S_i 中,设其矢量和切向量表达式为

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(u, \theta) \quad (1)$$

$$\mathbf{t}_i = \mathbf{t}_i(u, \theta) \quad (2)$$

其中 u, θ 为切削面描述参数。

由图 4(b) 所示,根据啮合原理,在接触点处,两齿面的位置矢量是相等的,该点在两齿面的单位法向量共线,安装位置如图 4 所示,接触算法条件的数学矢量表达式如下:

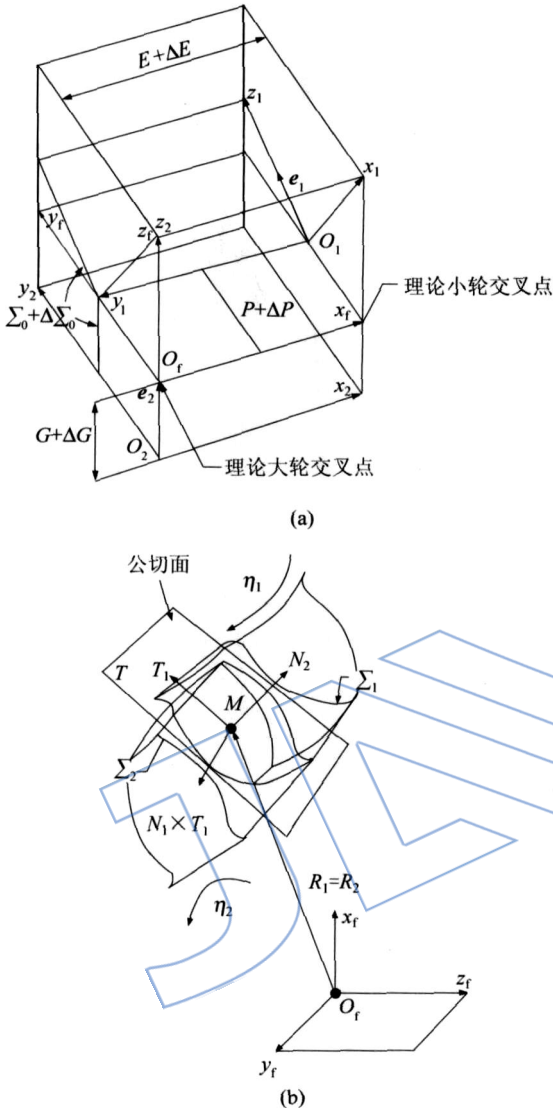


图 4 安装位置分析图

Fig. 4 Installation location analysis

齿面接触分析条件

$$\begin{cases} M_{f1} \cdot r_1(u_1, \theta_1, \phi_1, \phi_2) = M_{f2} \cdot r_2(u_2, \theta_2, \phi_2, \phi_1) \\ M_{f1} \cdot n_1(u_1, \theta_1, \phi_1, \phi_2) = M_{f2} \cdot n_2(u_2, \theta_2, \phi_2, \phi_1) \\ f_1(u_1, \theta_1, \phi_1) = 0 \\ f_2(u_2, \theta_2, \phi_2) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

式(15)中 M_{f1} 与 M_{f2} 是安装误差 $\Delta E, \Delta G, \Delta P, \Delta \Sigma_0$ 的函数,因此式(15)是包括安装误差的 TCA 公式,传统的 TCA 公式没有考虑安装误差 $\Delta E, \Delta G,$

$\Delta P, \Delta \Sigma_0$ 等因素; ϕ_1 和 ϕ_2 是分别是螺旋锥齿轮小轮和大轮的在从初时安装位置到接触点位置时的转动角度.两齿面上的点位置矢量和单位法向量都是在固定安装坐标系 S_f 下表述的为参考坐标系.以大轮参数角 ϕ_2 为初始值,在啮合过程中,不断的按一定的增量改变 ϕ_2 值,同时解方程组(15),其中方程组(15)由 8 个非线性方程组成,求解非线性方程组就可以得出接触两齿面的每个接触点的齿面参数 $u_1, \theta_1, \phi_1, \phi_2, u_2, \theta_2, \phi_2, \phi_2$.

由于非线性方程组(15)中有 8 个未知数,由于对初始值设定的敏感性,直接求解是非常困难的,应对方程组进行适当的化简.根据啮合原理和 Enler-Rodrigues 公式,化简过程如下:

1) 欲啮合的大小轮需要绕各自的轴线旋转 ϕ_1, ϕ_2 角才能使得他们的法矢 n_{1of} 和 n_{2of} 相等.旋转后,两轮法向量满足以下方程 $n_{1f} = n_{2f}$,此时描述坐标系是安装固定坐标系 S_f .

$$\begin{cases} n_{1f} = n_{1of}(u_1, \theta_1, \phi_1) = M_{f1} n_1(u_1, \theta_1, \phi_1) \\ n_{2f} = n_{2of}(u_2, \theta_2, \phi_2) = M_{f2} n_2(u_2, \theta_2, \phi_2) \end{cases} \quad (16)$$

2) 从方程组(16)中即可以求出大小轮到从初始位置到啮合位置的转角 ϕ_1, ϕ_2 .假设未经旋转的法矢量是 n_0 ,当绕某旋转轴旋转 ϕ 角后成为一个新的矢量 n ,根据 Enler-Rodrigues 公式可以把 n 表示为

$$n = (e \cdot n_0) \cdot e - \cos \phi [(n_0 \times e) \times e] - \sin \phi (n_0 \times e) \quad (17)$$

同理可得

$$n_{1f} = (e_1 \cdot n_{1of}) \cdot e_1 - \cos \phi_1 [(n_{1of} \times e_1) \times e_1] - \sin \phi_1 (n_{1of} \times e_1) \quad (18)$$

$$n_{2f} = (e_2 \cdot n_{2of}) \cdot e_2 - \cos \phi_2 [(n_{2of} \times e_2) \times e_2] - \sin \phi_2 (n_{2of} \times e_2) \quad (19)$$

其中 e_1 和 e_2 分别是与小轮的旋转轴 p_1 和大轮的旋转轴 p_2 共线重合的单位矢量.求解线性方程组则可得

$$\phi_1 = \arcsin \left\{ \frac{\cos \delta [e_2 \cdot e_1 (e_1 \cdot n_{1of}) - e_2 \cdot n_{2of}]}{(e_1 \times n_{1of}) \cdot e_2} \right\} - \delta \quad (20)$$

$$\phi_2 = \arcsin \left\{ \frac{\cos \delta [e_1 \cdot e_2 (e_2 \cdot n_{2of}) - e_1 \cdot n_{1of}]}{(e_2 \times n_{2of}) \cdot e_1} \right\} - \delta \quad (21)$$

其中

$$\delta_1 = \arctan \left\{ \frac{[(n_{10f} \times e_1) \times e_1] \cdot e_2}{(n_{10f} \times e_1) \cdot e_2} \right\} \quad (22)$$

$$\delta_2 = \arctan \left\{ \frac{[(n_{20f} \times e_2) \times e_2] \cdot e_1}{(n_{20f} \times e_1) \cdot e_2} \right\} \quad (23)$$

3) 对非线性方程组的啮合条件也可以进行简化,反求解参数 u_1, u_2 , 详见文献[16-17], 齿面加工的啮合原理条件为

$$\begin{cases} u_1 = f_1(\theta_1, \phi_1) \\ u_2 = f_2(\theta_2, \phi_2) \end{cases} \quad (24)$$

将式(20)~(24)代入方程组(15),进行简化之后,得到最终的接触条件方程组(25).

展成法加工的齿轮简化后的接触条件

$$r_{1f}(\theta_1, \phi_1) = r_{2f}(\theta_2, \phi_2) \quad (25)$$

简化后的齿面接触条件只有 3 个非线性方程组成,大大简化了非线性方程初始值的计算. 对方程(25),可以给定一个大轮参数角 ϕ_2 , 或者小轮参数角 ϕ_1 , 然后给定其他 3 个未知齿面参数的初始值,求解简化后的非线性方程组即可得所有接触点参数.

3 安装误差敏感性与容差性研究

在实际安装过程中,螺旋锥齿轮安装精度直接影响到螺旋锥齿轮的啮合性能,安装不正确会引起较大的振动冲击和噪声,严重影响齿轮寿命和使用性能. 因此,对安装误差与传动质量之间规律的研究就很有必要.

安装误差敏感性指的是螺旋锥齿轮安装过程中对各项安装误差的影响规律,从啮合轨迹、痕迹以及啮合点的偏移量方面分析,进而确定安装过程中影响最大的误差因素;安装误差容差性指的是在某齿轮副设计或者要求的工作性能以及接触质量条件范围内,其齿轮副的安装误差的允许范围.

3.1 安装误差对齿面接触点位置的敏感性研究

选取齿轮接触过程中接触传动比为理论传动比的点为研究对象,此点也为齿面设计时的计算点;由图 5 所示, M 点为某一安装条件下齿面接触过程中的理论传动比接触点,在大轮坐标系 S_2 下, M 点矢量为 r_2 , 描述 M 点的坐标为 (L_2, r_2) , 设安装误差为 $\Delta E, \Delta G, \Delta P, \Delta \Sigma_0$, 在安装误差的影响下,齿面接触点 M 移动到 M' 位置,矢量变为 r_2' . 则接触点变动量为 $(I_1$ 和 I_2 分别为坐标轴 S_1 和 S_2 上的单位向量)

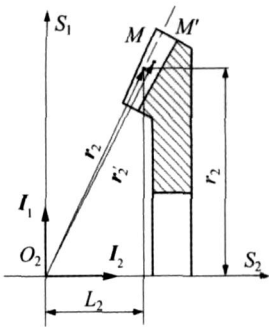


图 5 接触点位置示意图

Fig. 5 Location of contact points

$$\begin{aligned} \Delta r &= r_2' - r_2 = \\ &= (L_2' - L_2) I_2 + (r_2' - r_2) I_1 = \\ &= \Delta L_2 I_2 - \Delta r_2 I_1 \end{aligned} \quad (26)$$

本文以取齿轮制造厂家的一对实际加工齿轮为例,进行安装误差敏感性研究,该对齿轮基于大轮展成法加工,小轮变异性法加工(SGM)方法加工. 齿轮设计参数如表 1 所示,SGM 加工调整参数如表 2 所示.

表 1 齿轮设计参数

Table 1 Design data

设计参数	小轮	大轮
齿数 z	37	37
模数 m		8
齿面宽 b/mm	63	63
压力角 $\alpha/(\circ)$	20	
轴交角 $\Sigma/(\circ)$	90	
齿顶高 h_t/mm	6.8	6.80
齿根高 h_a/mm	8.3	8.30
全齿高 h/mm	15.1	15.10
节锥角 $\delta/(\circ)$	45	45
面锥角 $\delta_f/(\circ)$	47.267	47.267
根锥角 $\delta_r/(\circ)$	42.733	42.733
齿根角 $\theta/(\circ)$	2.267	2.267
旋向	左旋	右旋

以安装误差量为横坐标,利用本文建立的齿面接触分析算法求解得出接触点位置随安装误差的变化量为纵坐标,安装误差敏感性规律曲线如图 6(a), (b) 所示.

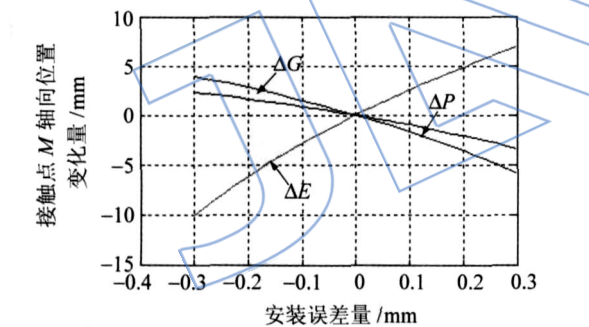
轴交角误差对接触点位置变化量影响很小,接触点位置几乎不变.

从图 6(a), (b) 可知,偏置距误差影响曲线的

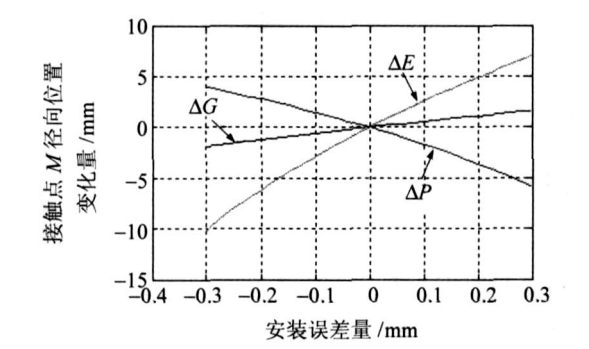
斜率,即对该齿轮副接触点位置的影响相对于其他两种安装误差要大.因此在齿轮副安装过程中尽量避免偏置距误差.

表 2 齿轮加工调整参数
Table 2 Gear and pinion machine-tool setting

加工参数	小轮	大轮
砂轮半径 r_{02}/mm	145.923	152.4
砂轮外刃角 $c_1/(\circ)$	18.75	18.75
砂轮内刃角 $c_2/(\circ)$	21.25	21.25
砂轮顶宽 b_s/mm	1.651	3.81
径向刀位 s/mm	154.127	146.886
刀倾角 $i/(\circ)$	0	0
刀转角 $j/(\circ)$	0	0
垂直轮位 E_m/mm	-1.463	0
轮坯安装角 $\gamma_m/(\circ)$	42.728	42.728
床位 X_b/mm	4.374	0
水平轮位 X_p/mm	-6.446	0
角向刀位 $\phi_0/(\circ)$	55.706	54.093
滚比 i_0	1.365	1.413



(a) 安装误差对接触区位置轴向变动量影响曲线



(b) 安装误差对接触区位置径向变动量影响曲线

图 6 安装误差敏感性规律曲线

Fig. 6 Effect of contact area with installation error

3.2 安装误差对接触轨迹方向和形状的敏感性研究

安装误差的存在势必会改变齿面接触点的相对法曲率和相对扰率,而这些二阶齿面参数的改变就会使得接触轨迹线与根锥的夹角以及齿面接触区的宽度发生改变,本文将各种安装误差对该齿轮副的接触轨迹方向角变化和接触点半径变化进行了研究,规律如图 7(a)~(d),表示安装误差对接触轨迹方向和形状的敏感性影响曲线.由此可看出,大轮安装距误差 ΔG 和小轮安装距误差 ΔP 对接触轨迹方向角变化和接触点半径变化规律比较接近,而与小轮偏置距误差 ΔE 的影响规律则相反.轴交角误差 $\Delta \Sigma_0$ 影响规律如图 7(c)~(d) 所示.对齿面接触区半径的影响中,由曲线变化规律可以得出小轮偏置距误差的影响最大.

3.3 安装误差容差性研究

安装误差值具有方向性,给定不同的工作要求条件,满足齿轮副的工作要求条件下,安装误差必有一个可允许的值域范围,本文将其极限范围定义为安装误差容差性.可以根据不同的工作条件,求取符合条件的齿轮副安装条件的容差范围.如设容差边界条件为:运动曲线连续不断开,即齿轮传动连续,接触区宽度占全齿面 60% 以上,以大轮凸面与小轮凹面为例,此时齿轮副对安装误差的容差性如表 3 所示,即在容差范围内,齿轮副满足齿轮传动连续.

由表 3 可得,实例齿轮在容差公差带内是可以满足工作要求的.其齿面的接触轨迹如图 8 所示.

实际加工的齿轮在滚机上滚检后,其大轮凸面的接触印痕如图 9. 同图 8 对比可以认为,理论分析同实际工况基本一致.

表 3 安装误差容差性表
Table 3 Installation error tolerances

安装误差名称	正向误差极限	负向误差极限	容差带宽
大轮安装距误差 $\Delta G/\text{mm}$	0.27	-0.25	0.52
小轮安装距误差 $\Delta P/\text{mm}$	0.24	-0.2	0.44
小轮偏置距误差 $\Delta E/\text{mm}$	0.25	-0.27	0.52
轴交角误差 $\Delta \Sigma_0/(\circ)$	21	-5.5	26.5

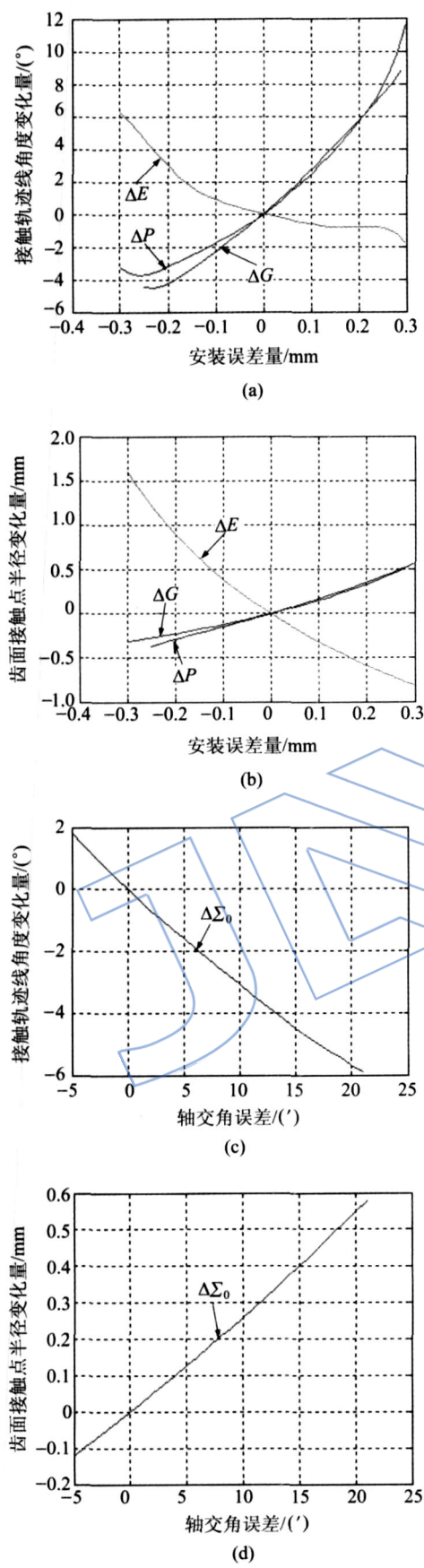


图 7 安装误差对接触轨迹方向和形状敏感性研究
Fig. 7 Effect of contact trajectory direction and shape with Installation error

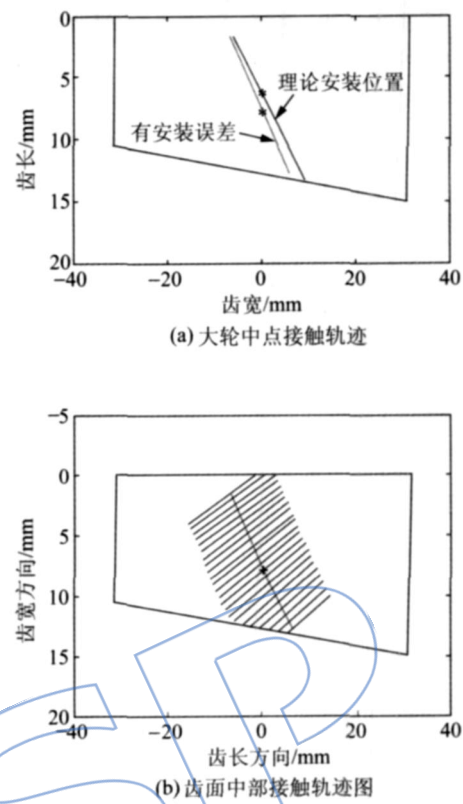


图 8 安装误差 $\Delta E = -0.05, \Delta P = +0.1$ 混合安装误差影响下的齿面中部接触轨迹图
Fig. 8 Effect of contact line of center tooth with Installation error when $\Delta E = -0.05, \Delta P = +0.1$

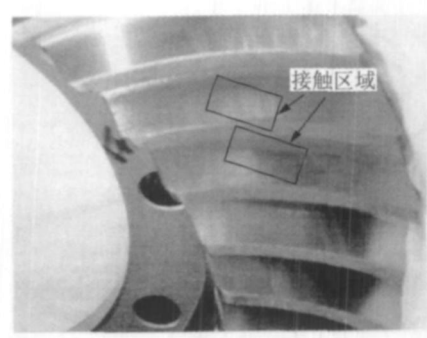


图 9 大轮齿面接触印痕
Fig. 9 Contact line of gear

4 结 论

1) 研究表明,不同的安装误差对齿面接触点的位置改变量的影响规律是不同的,针对本文所分析的齿轮副实例,小轮偏置距误差相比其他安装误差量的影响较敏感,为避免齿轮副安装过程中接触点出现较大的偏移量,因此在该齿轮副的安装过程中需要尽量的避免偏置距安装误差.轴交角对齿面接触点位置的变换影响很小,几乎

没有。

2) 而对于运动轨迹曲线的影响图中也可以得到,大轮安装距误差 ΔG 和小轮安装距误差 ΔP 对齿面接触轨迹的影响类似且较为接近,小轮偏置距误差 ΔE 的影响规律则相反。齿面接触区半径的影响中,小轮偏置距误差 ΔE 的影响最大。

3) 从安装误差容差性表 3 可以看出,齿轮副在满足工作要求条件的基础上,安装误差是有一个容差公差带的。这个容差公差带上误差可以用来指导齿轮副的安装工作,降低螺旋锥齿轮的安装难度。也可以用来指导制定齿轮箱、轴承等辅助设备的制造标准。即适当的降低轴承等部件的制造公差标准,降低其制造成本、制造时间。

4) 通过含有齿轮安装误差的齿面接触分析算法,可实现存在安装误差下的齿面接触分析仿真,通过仿真分析可以得出该齿轮副的安装误差对接触质量的影响规律和容差性规律,进而为螺旋锥齿轮的正确安装和制定轴承、齿轮箱等部件的生产制造工艺标准提供基础数据。

参考文献:

- [1] Stadtfeld H J. Advanced bevel gear technology [M]. New York: The Gleason Works, Rochester, 2000.
- [2] Krenzer T J. AGMA 90FTM13-1990 Face-milling or face hobbing [S]. U. S. A. : AGMA, 1990.
- [3] Litvin F L. Gear geometry and applied theory [M]. New York: Cambridge University Press, 2004.
- [4] Litvin F L. Theory of gearing [R]. NASA, RP-1212 (AVSCOM TR-88-G-035), 1989.
- [5] Litvin F L, Zhang Y. Local synthesis and tooth contact analysis of face-milled spiral bevel gears [R]. NASA, TM-105182 (AVSCOM TR-91-G-039), 1991.
- [6] Litvin F L, Fan Q, Fuentes A, et al. Computerized design, generation, simulation of meshing and contact of face-milled formatted-cut spiral bevel gears [R]. NASA, CR-2001-210894 (ARL-CR-467), 2001.
- [7] FAN Q. Computerized modeling and simulation of spiral bevel and hypoid gears manufactured by Gleason face hobbing process [J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128 (6): 1315-1327.
- [8] FAN Q, Wilcox L. New developments in tooth contact analysis TCA and loaded TCA for spiral bevel and hypoid gears [C]// AGMA Fall Technical Meeting. Detroit: AGMA, 2005.
- [9] FAN Q. Kinematical simulation of face hobbing indexing and tooth surface generation of spiral bevel and hypoid gears [J]. Gear Technology, 2006, (1): 30-38.
- [10] Litvin F L, Sheveleva G I, Vecchiati D, et al. Modified approach for tooth contact analysis of gear drives and automatic determination of guess values [J]. Computer Methods, 2005, 194: 2927-2946.
- [11] 唐进元, 卢延峰, 周超. 有误差的螺旋锥齿轮传动接触分析 [J]. 机械工程学报, 2008, 44 (7): 16-23.
TANG Jinyuan, LU Yanfeng, ZHOU Chao. Error tooth contact analysis of the error spiral bevel gears [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44 (7): 16-23. (in Chinese)
- [12] 唐进元, 卢延峰, 周超. 调整参数误差对齿面接触质量的影响 [J]. 航空动力学报, 2008, 23 (9): 1718-1723
TANG Jinyuan, LU Yanfeng, Zhou Chao. Effect of machine tool adjustment parameter errors on spiral bevel gears tooth contact quality [J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23 (9): 1718-1723. (in Chinese)
- [13] Gosselin C, Shiono Y, Kagimoto H, et al. Corrective machine settings of spiral-bevel and hypoid gears with profile deviations [C]// The 4th World Congress on Gearing and Power Transmissions. Paris: [s. n.], 1999: 543-555.
- [14] Lin C Y, Tsay C B, Fong Y H. Computer-aided manufacturing of spiral bevel and hypoid gears with minimum surface-deviation [J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33: 785-803.
- [15] Bruyère J Étienne, Dantan Jean-Yves, Bigot R Égis, et al. Statistical tolerance analysis of bevel gear by tooth contact analysis and Monte Carlo simulation [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42: 785-803, 1326-1351.
- [16] 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1989.
ZENG Tao. Design and manufacture of spiral bevel gears [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 1989. (in Chinese)
- [17] 郑昌后. 弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1988.