

文章编号: 1000-8055(2010)01-0218-06

基于位势函数的欠定盲源分离识别诊断方法

张 贇, 李本威, 王永华

(海军航空工程学院 飞行器工程系, 烟台 264001)

摘 要: 对观测器数目小于源信号数目的欠定盲源分离进行了研究, 提出了一种基于位势函数的稀疏信号欠定盲源分离方法, 该方法从能量的观点出发, 通过构造位势函数, 将寻找混合信号在直线方向上的聚类问题转化为寻找累积位势函数的局部极大值问题, 从而准确的估计出源信号数目和混合矩阵, 克服了通常的基于 k -means 聚类的混合矩阵估计法需预先给定源信号数目的缺点. 利用仿真信号检验了该方法的有效性. 基于信号频域稀疏性假设, 将该方法应用于欠定条件下的滚动轴承振动故障信号的盲分离, 较好地分离出了故障信号.

关 键 词: 欠定盲源分离; 稀疏信号; 混合矩阵; 故障诊断

中图分类号: V233.7

文献标识码: A

Fault diagnosis based on underdetermined blind source separation using potential energy function

ZHANG Yun, LI Ben-wei, WANG Yong-hua

(Department of Airborne Vehicle Engineering,
Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai 264001, China)

Abstract: This paper studied underdetermined blind source separation (UBSS), i. e. the number of mixtures is smaller than that of sources. A blind sparse source separation algorithm based on potential energy function was proposed to estimate both mixing matrix and the number of sources. In the algorithm, the problem of finding mixture signals' linear clustering was transformed to that of finding the accumulative potential energy function's local maximum by constructing potential energy function. The algorithm avoided the disadvantage of k -means clustering algorithm that the number of sources in UBSS should be given in advance. The advantage of the proposed algorithm was verified from simulation signals. Based on the assumption that the signal was sparse in frequency domain, the algorithm was applied to underdetermined blind separation of rolling bearing vibration fault signals. The results show the fault signals are separated effectively.

Key words: underdetermined blind source separation; sparse signal; mixing matrix; fault diagnosis

近年来,盲源分离技术在机械故障诊断领域的应用受到了广泛的重视,已经取得了许多优异的成果^[1-4],但是以往的研究基本上都是针对超定盲分离而言,即要求观测器的个数多于或等于源信号的个数,这在很大程度上制约了盲源分离的

实际应用.观测器个数少于源信号个数的欠定盲分离问题,目前已成为国际上盲信号处理领域中备受人们关注的具有挑战性的问题.传统的解决超定盲分离问题的独立分量分析法不适用于欠定盲分离.对于稀疏源信号,一些学者尝试利用信号

收稿日期:2008-12-14; 修订日期:2009-05-29

作者简介:张贇(1983-),男,江西吉安人,博士生,主要从事航空发动机状态监测与故障诊断研究.

在时域或变换域(比如 Fourier 变换、小波变换等)上的稀疏性进行欠定条件下的盲分离,截至目前主要有两种算法,其一为 2003 年 Li, Cichocki 等人提出的 k -means 聚类法^[5],首先通过聚类分析估计出混合矩阵,然后借助线性规划估计出源信号.但该方法需要预先给定源信号数目,由于实际源信号数目是未知的,往往导致盲分离的不精确.其二为 2001 年 Bofill 提出的势函数法^[6],该方法虽然能够估计出源信号的数目,但只适用于两路观测信号.

针对上述问题,本文从能量的观点出发,通过构造位势函数,将寻找混合信号在方向上的聚类问题转化为寻找累积位势函数的局部极大值问题,从而估计出源信号数目和混合矩阵,然后利用线性规划进行源信号的估计,该方法适用于两路以上的观测信号.基于轴承振动源信号的频域稀疏性,将该算法应用于欠定条件下的滚动轴承振动信号的盲分离,成功地分离出了故障信号.

1 欠定盲源分离原理

所谓盲源分离(blind source separation),就是在未知传输信道的情况下,从一系列观测器接收到的信号中分离出输入信号的波形.其线性瞬时混合模型为

$$x(t) = As(t) + r(t) \quad (1)$$

其中 $s(t) = [s_1(t), \dots, s_n(t)]^T$ 为 n 维源信号向量, $x(t) = [x_1(t), \dots, x_m(t)]^T$ 为 m 维观测信号向量, $r(t)$ 为噪声信号, $A = (a_{ij})$ 为未知的 $m \times n$ 混合矩阵,源信号矢量 $s(t)$ 也是未知的.当 $m < n$ 时,就成为欠定条件下的盲源分离.盲分离的目的就是在相差一个尺度矩阵和排列矩阵的意义上使得分离信号与源信号的波形保持一致.

稀疏的信号是指信号在大部分时刻都为零或接近于零,在较少的时刻具有较大的值,这样当所有源信号均为稀疏信号时,就表现为在大部分时刻通常最多只有一个源信号取值占优^[7-8].对于采样时刻 t ,不妨假设源信号 $s_i(t)$ 取值占优(其他源信号幅值皆很小或为零),若忽略噪声的影响,这时式(1)可近似化为

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1i} \\ \vdots \\ a_{mi} \end{bmatrix} s_i(t) \quad (2)$$

$$\frac{x_1(t)}{a_{1i}} = \dots = \frac{x_m(t)}{a_{mi}} = s_i(t) \quad (3)$$

从几何上来讲,式(3)是一个直线方程,故源信号 $s_i(t)$ 所有取值占优的采样时刻将确定一条直线,并且直线方向为混合矩阵 A 的第 i 个列向量 $(a_{1i}, \dots, a_{mi})^T$,每个源信号分别确定一条直线.事实上,源信号很难保证足够的稀疏,再加上噪声的影响,观测信号则在混合矩阵的各个列向量代表的直线方向上形成聚类,例如图 1 为三个稀疏源信号相互混合得到的两路观测信号散点图,三个源信号确定了三条直线,因此可以通过直线聚类估计出混合矩阵 A .

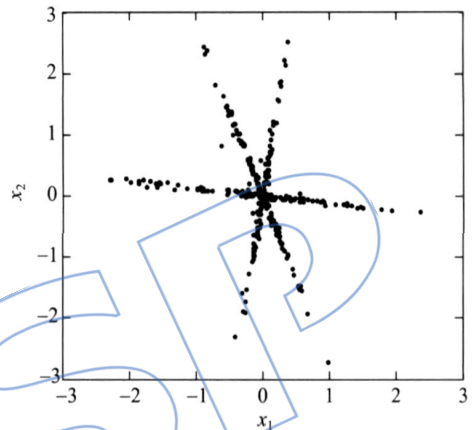


图 1 三个稀疏信号混合散点图

Fig.1 Mixture of three sparse signals

在估计出混合矩阵 A 后,可根据文献[8]用线性规划求解如下的优化问题,即可估计出稀疏源信号.

$$\min_{s(t)} \sum_{i=1}^n s_i(t), \quad \text{s.t.} \quad As(t) = x(t), \quad t = 1, \dots, T \quad (4)$$

对于在时域中不具备稀疏性的信号,先将观测信号进行稀疏变换(Fourier 变换、小波变换等)转换成稀疏信号,在变换域中进行盲分离,然后通过逆变换实现源信号重构^[6,9].对于本文,如果是在变换域中进行盲分离, t 解释为频域点,观测信号解释为变换域中的采样点.相应的,公式(1)转化成

$$\tilde{x}(w) = A\tilde{s}(w) + \tilde{r}(w) \quad (5)$$

其中 w 为频域点.

2 基于位势函数的欠定盲源分离

2.1 源信号数目及混合矩阵的估计

由上面的讨论可知,对于稀疏信号盲分离,求解混合矩阵 A 可归结为对 m 维空间中的观测信号点进行直线方向聚类.为了消除各聚类在原点

附近相互重叠的现象,首先对观测信号 $x(t)$ 进行单位化和对称化两步操作.

1) 单位化

$$x'(t) = \frac{x(t)}{\|x(t)\|} \quad (6)$$

2) 对称化

因为一条直线的方向可以由两个向量来刻画,为了保证直线方向描述的唯一性,将单位化了的“下半单位圆(或者单位超球)”观测信号镜像到“上半单位圆(单位超球)”.

记 $x'(t)$ 为 $x(t)$ 经上述两步操作后对应的信号,以图 1 为例,所有数据点经过单位化和对称化后位于如图 2 所示的上半单位圆上,每条直线对应着半单位圆上的某一点,从而求解混合矩阵 A 转化为在半单位圆上对 $x'(t)$ 进行聚类分析以估计出各条直线的方向.典型的混合矩阵估计方法 k -means 聚类法依赖于预先给定源信号数目,由于源信号数目是未知的,即所需要聚类的直线数目是未知的,采用 k -means 法进行聚类时缺乏指导性,往往估计不出精确的混合矩阵.为此,本文从能量的观点出发,通过建立位势函数来进行源信号数目以及混合矩阵的估计.

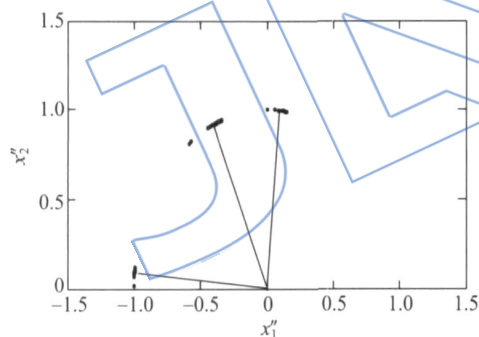


图2 单位化和对称化后的观测信号

Fig.2 Observed signals normalized

设想每个信号点具有某种形式的相同的能量,该点处的能量最大,随着与该点距离的增大,其周围空间中的能量分布逐渐减小.信号点 $x'(t)$ 及其周围的位能分布可以用一个位势函数 $U[x, x'(t)]$ 表示,其中 x 代表空间上的任意一点.它满足以下三个条件:

- 1) $U[x, x'(t)] = U[x'(t), x]$.
- 2) $U[x, x'(t)]$ 是连续光滑函数.
- 3) $U[x, x'(t)]$ 是 x 与 $x'(t)$ 之间距离的单值单调函数.当且仅当 $x = x'(t)$ 时, $U[x, x'(t)]$ 达到最大值,当 x 与 $x'(t)$ 之间距离趋于无穷大时,

$U[x, x'(t)]$ 趋于零.

所有信号点 $x'(t)$ 的位势函数在空间任一点 x 处之和称为累积位势函数,表示为 $U(x)$,即

$$U(x) = \sum_{t=1}^T U[x, x'(t)] \quad (7)$$

可以看出,累积位势函数反映了空间中信号点密集的程度,使累积位势函数取局部极大值的点附近的信号点比较密集,可认为每个局部极大值点表征了某一聚类直线的方向.因此局部极大值点的个数就可估计为源信号的个数,而每个局部极大值点对应着混合矩阵的某一列向量.不妨记累积位势函数的局部极大值点为 $y(i) = [y_1(i), \dots, y_m(i)]^T$, $i = 1, 2, \dots, k$, 其中 k 为局部极大值点的个数.将 $y(i)$ 单位化,则混合矩阵的某一列为

$$a_i = \left[\frac{y_1(i)}{\|y_1(i)\|}, \frac{y_2(i)}{\|y_2(i)\|}, \dots, \frac{y_m(i)}{\|y_m(i)\|} \right] \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (8)$$

选取如下的函数作为位势函数:

$$U[x, x'(t)] = \exp(-\lambda \|x - x'(t)\|) \quad (9)$$

其中参数 $\lambda > 0$ 用来控制位势函数衰减的速度, λ 的取值比较关键,若 λ 太小,则位势函数衰减过慢,容易造成估计的源信号数目偏少;相反,若 λ 太大,则位势函数衰减过快,容易造成估计的源信号数目偏多.由于 $x'(t)$ 分布于单位圆(单位超球)上,故容易控制 λ 的取值,从实际仿真实验效果来看,当 $\lambda \in [0.5, 2]$ 时,通常能准确的估计出源信号数目.

2.2 源信号的估计

由上一节估计得到混合矩阵,下面利用线性规划求解公式(8)以估计源信号作如下变换:

$$s_i^+(t) = \begin{cases} s_i(t), & s_i(t) > 0 \\ 0, & s_i(t) \leq 0 \end{cases}$$

$$s_i^-(t) = \begin{cases} -s_i(t), & s_i(t) < 0 \\ 0, & s_i(t) \geq 0 \end{cases}$$

显然 $s_i^+(t), s_i^-(t)$ 非负, $s_i(t) = s_i^+(t) - s_i^-(t)$, $|s_i(t)| = s_i^+(t) + s_i^-(t)$. 故以上优化问题等价于求解如下线性规划问题:

$$\begin{cases} \min_{s^+(t), s^-(t)} \sum [s_i^+(t) + s_i^-(t)] \\ \text{s.t. } (A, -A) \begin{bmatrix} s^+(t) \\ s^-(t) \end{bmatrix} = x(t), \quad t = 1, \dots, T \end{cases} \quad (10)$$

3 算法仿真分析

为了检验本文提出的基于位势函数的欠定盲分离算法的有效性,进行了如下的仿真,取 $m=2$, $n=3$,即两个传感器、三个源信号的盲分离.我们采用分离信号(估计的源信号)与源信号之间的相关系数作为分离效果的检验指标,由概率统计可知,如果分离效果良好,则分离信号与对应的源信号之间的相数应该接近“1”或者“-1”;如果分离效果很差,则它们之间的相关系数接近于“0”.

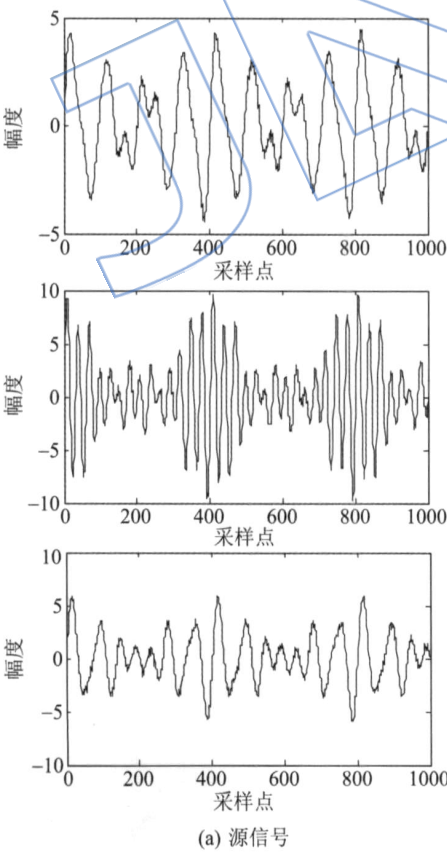
设三个源信号分别为

$$\begin{aligned}s_1(t) &= 2.5\sin(20\pi t) + 1.2\sin(25\pi t) + \\ &\quad 0.8\sin(40\pi t) + 0.5\sin(50\pi t) + r(t) \\ s_2(t) &= 1.2\sin(35\pi t) + 2.2\sin(60\pi t) + \\ &\quad 3.0\sin(65\pi t) + 3.5\sin(70\pi t) + r(t) \\ s_3(t) &= 1.8\sin(25\pi t) + 2.4\sin(30\pi t) + \\ &\quad 0.5\sin(35\pi t) + 1.4\sin(45\pi t) + r(t)\end{aligned}$$

其中 $r(t)$ 为 20 dB 的高斯白噪声.

随机选取混合矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0.6452 & 0.5423 & -0.1512 \\ 0.5530 & 0.2430 & 0.4765 \end{bmatrix}$$



显然上述的三个源信号在时域上是不稀疏的,但每个源信号都是由几个特定频率的正弦信号叠加而成,在其频域中只有这几个少数的特定频率点处取较大值,因此这三个源信号在频域中具备良好的稀疏性.首先对两个观测信号进行 Fourier 变换,在变换域(频域)中进行盲分离得到变换域中的源信号,然后通过逆 Fourier 变换重构源信号.

按照 2.1 节的方法对变换后的信号进行单位化和对称化操作,然后根据公式(7)和(9)求得累积位势函数存在三个局部极大值点,分别为 $y_1 = [0.7591, 0.6368]^T$, $y_2 = [0.9060, 0.4232]^T$, $y_3 = [-0.3225, 0.9466]^T$.

因此估计出源信号的数目为三个,并由公式(8)得到混合矩阵 A 的估计 $\hat{A}$ 为

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0.7591 & 0.9060 & -0.3225 \\ 0.6368 & 0.4232 & 0.9466 \end{bmatrix}$$

根据估计的混合矩阵 $\hat{A}$,按照 2.2 节的线性规划方法得到重构的分离信号(估计源信号)如图 3 所示.源信号与分离信号的相关系数见表 1.由图 3 和表 1 可以看出分离效果良好.

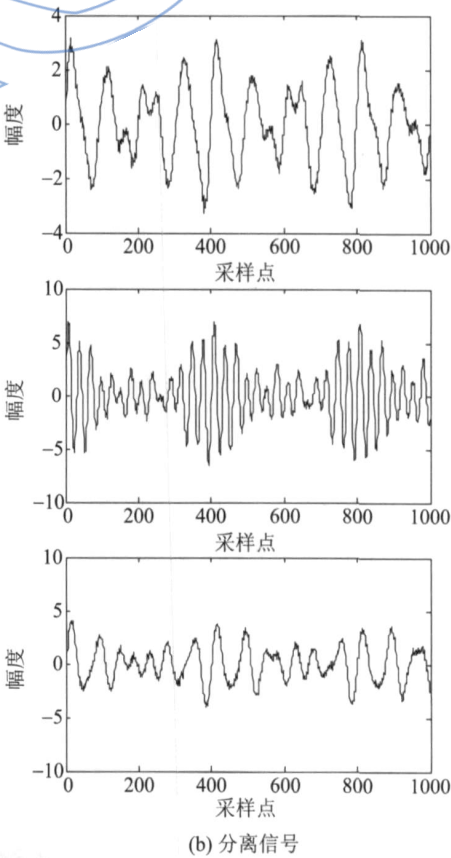


图 3 源信号与相应的分离信号时域图

Fig. 3 Time-domain curve of source signals and separated signals

表 1 源信号与分离信号的相关系数

Table 1 Correlation coefficient between source signals and separated signals			
源信号	分离信号		
	$\hat{s}_1$	$\hat{s}_2$	$\hat{s}_3$
s_1	0.9669	0.0072	0.0084
s_2	0.0754	0.9712	-0.0821
s_3	0.0624	0.1037	0.9554

4 滚动轴承振动故障信号的欠定盲分离

针对单轴转子实验台内外圈均有故障的轴承信号进行分离. 实验中选用型号为6200的轴承, 轴转速为1320 r/min, 可计算出轴承内圈转频为22 Hz, 所有滚动体(或保持架)通过内圈上一点的频率为108.2 Hz, 所有滚动体(或保持架)通过外圈上一点的频率67.6 Hz, 保持架旋转频率为8.4 Hz. 故障是在轴承内圈和外圈通过线切割实现的. 两个振动传感器分别位于轴承垂直方向的不同位置, 采样频率都为2500 Hz.

由于机械结构的振动信号通过结构传递而产生延迟, 机械系统的瞬态特征不会保持不变. 但是, 当考虑一个刚度很大、位移很小的结构时, 其振动的传递延迟可以忽略不计, 一个瞬态模型是可以保持的^[1]. 为此, 我们认为轴承振动信号是满足线性瞬时混合模型的. 另外, 检测的轴承振动信号由多个振动源信号混叠在一起, 每个振动源信号在时域上是不满足稀疏性定义的, 但每个振动源的频率成分只有少数几个特征频率占主导, 比如轴承转频激发的振动可以看作是一个振动源, 它主要含有转频及其若干倍频等频率成分, 因此可认为每个振动源在其频域上是稀疏的.

两个传感器采集的振动信号频谱如图4和图5所示, 可以看出采集信号的几个故障特征频率在每一个频谱图上混叠, 难以确定哪些故障存在.

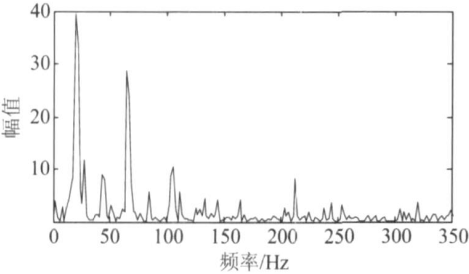


图 4 第一个传感器采集信号的频谱图
Fig. 4 Spectrum of signal by the first sensor

在未知故障情况下就难以准确地诊断故障.

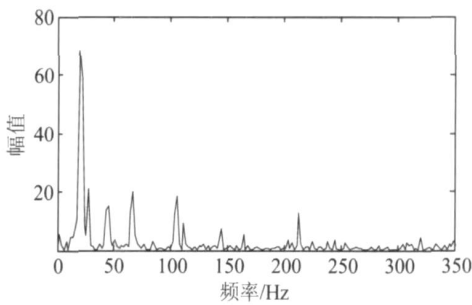


图 5 第二个传感器采集信号的频谱图
Fig. 5 Spectrum of signal by the second sensor

对两路采集信号进行 Fourier 变换, 采用本文提出的方法在变换域(频域)中进行盲分离, 图6、图7、图8分别为分离出的三个源信号的频谱图.

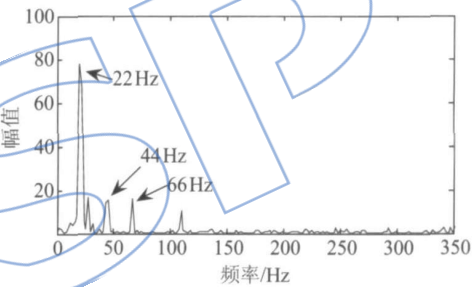


图 6 第一个分离信号的频谱图
Fig. 6 Spectrum of the first separated signal

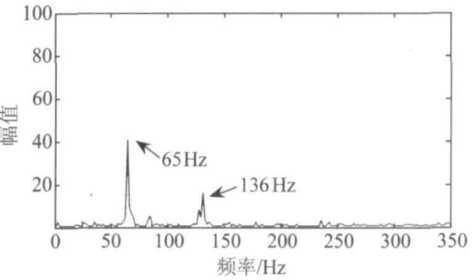


图 7 第二个分离信号的频谱图
Fig. 7 Spectrum of the second separated signal

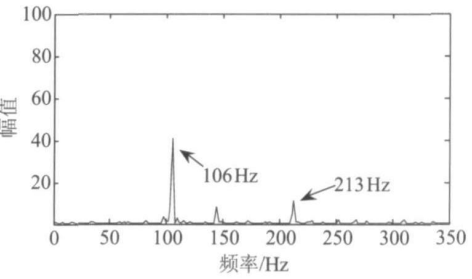


图 8 第三个分离信号的频谱图
Fig. 8 Spectrum of the third separated signal

从图 6 中可以很明显地看出 22 Hz 的内圈转频及其二次和三次等高次谐波分量;从图 7 中能看出 65 Hz 和 136 Hz 的频率成分,这与滚动轴承外圈故障特征频率 (67.6 Hz) 及二次谐波 (135.2 Hz) 接近,由此可认为外圈故障被有效的分离出来.从图 8 中能看出 106 Hz 和 213 Hz 的频率成分,这与滚动轴承内圈故障特征频率 (108.2 Hz) 及二次谐波 (216.4 Hz) 接近,其他频率幅值成分较小,由此可认为内圈故障被分离出来.经上述分析得出,本文提出的算法在欠定条件下(传感器个数小于振动源个数)能较好的分离出滚动轴承的故障特征.

5 结 论

本文提出了一种基于位势函数的稀疏信号欠定盲源分离方法,通过构造位势函数,将寻找混合信号在方向上的聚类中心问题转化为寻找累积位势函数的局部极大值问题,从而准确的估计出源信号数目和混合矩阵,克服了通常的基于 k -means 聚类的混合矩阵估计法需预先给定源信号数目的缺点.同时也克服了 Bofill 提出的势函数法只适用于两路观测信号的缺点,本方法适用两路以上的观测信号.基于轴承振动源信号的频域稀疏性假设,应用该方法对欠定条件下(传感器个数小于振动源个数)的滚动轴承振动信号进行了频域上的盲分离,仅用两个传感器就较好地分离出了故障信号.

参考文献:

- [1] Ypma A, Leshem A, Duin R P W. Blind separation of rotating machine sources: bilinear forms and convolutive mixtures[J]. *Neurocomputing*, 2002, 49: 349-368.
- [2] Gelle G, Colas M, Delaunay G. Blind sources separation applied to rotating machines monitoring by acoustical and vibration analysis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2000, 14(13): 427-442.
- [3] Roan M J, Erling J G, Sibul L H. A new, nonlinear, adaptive, blind source separation approach to gear tooth feature detection and analysis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2002, 16(5): 719-740.
- [4] Serviere C, Fabry P. Blind source separation of noisy harmonic signals for rotating machine diagnosis[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 272: 317-39.
- [5] Li Y, Cichocki A, Amari S. Sparse component analysis for blind source separation with less sensors than sources [C]// 4th International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation. Nara, Japan: ICA, 2003: 89-94.
- [6] Bofill P, Zibulevsky M. Underdetermined blind source separation using sparse representations[J]. *Signal Process.*, 2001, 81: 2353-2362.
- [7] Pearlmutter B A, Potluru V K. Sparse separation: principles and tricks[C]// Proceedings of the International Society for Optical Engineering. Orlando, FL, USA: SPIE, 2003: 1-4.
- [8] 何昭水, 谢胜利, 傅予力. 稀疏表示与病态混叠盲分离[J]. *中国科学, E 辑, 信息科学*, 2006, 36(8): 864-879.
- [9] Zibulevsky M, Pearlmutter B A. Blind source separation by sparse decomposition in a signal dictionary [J]. *Neural Computation*, 2001, 13: 863-882.