

文章编号: 1000-8055(2010)10-2177-11

单向陶瓷基复合材料单轴拉伸强度研究

李龙彪, 宋迎东, 孙志刚

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 采用细观力学方法对单向纤维增强陶瓷基复合材料单轴拉伸强度进行研究. 采用剪滞模型描述复合材料出现损伤后的细观应力场, 结合基体随机开裂模型、断裂力学界面脱黏准则确定基体裂纹间距及界面脱黏长度. 当基体裂纹达到饱和后, 假设纤维强度服从威布尔分布, 完好纤维和断裂纤维承载满足总体载荷承担法则, 采用纤维随机失效模型确定继续加载过程中纤维断裂概率及断裂位置, 当纤维承载达到最大时, 复合材料失效. 讨论了基体威布尔模量和特征强度、纤维/基体界面剪应力和界面脱黏能、纤维威布尔模量和特征强度对纤维失效, 进而对复合材料拉伸失效强度的影响. 与试验数据对比表明: 提出的模型是有效的.

关 键 词: 陶瓷基复合材料; 基体开裂; 界面脱黏; 纤维失效; 拉伸强度

中图分类号: TB332

文献标识码: A

Study on uniaxial tensile strength of unidirectional ceramic matrix composites

LI Long biao, SONG Ying-dong, SUN Zhi-gang

(College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A study on uniaxial tensile strength of the unidirectional ceramic matrix composites was presented in this paper using micromechanical approach. The shear lag model was used to obtain the micro stress field of the damaged composites. The statistical matrix cracking model and fracture mechanics interface debonding criterion were used to determine matrix crack spacing and interface debonding length. After the saturation of matrix cracking, the fiber failure probabilities and fracture locations during tensile loading were determined by fiber statistical failure model based on the assumption that fiber strength is subject to Weibull distribution, and the loads carried by the broken and intact fibers meet the global load shearing criterion. The composites can no longer support the applied load when the total force supported by broken and intact fibers reaches its maximum. The effects of matrix Weibull modulus and characteristic strength, fiber/matrix interface shear stress and interface debonding energy, fiber Weibull modulus and characteristic strength on fiber failure and the tensile strength of ceramic matrix composites were discussed. The predicted results agree well with experimental data, proving the efficiency of the present model.

Key words: ceramic matrix composites; matrix cracking; interface debonding; fiber failure; tensile strength

收稿日期: 2009-09-04; 修订日期: 2010-02-27

基金项目: 南京航空航天大学博士论文创新与创优基金(BCXJ08-05); 江苏省普通高校研究生创新基金(CX08B133Z); 博士点基金(20070287039)

作者简介: 李龙彪(1983-), 男, 河南焦作人, 博士生, 主要从事陶瓷基复合材料疲劳行为研究. E-mail: llb451@nuaa.edu.cn

陶瓷材料具有耐高温、抗腐蚀以及耐磨损等优点,但其脆性限制了其在高温结构部件上的应用,连续纤维增强陶瓷基复合材料在继承了陶瓷材料耐高温特性的同时,克服了陶瓷材料易脆性失效的缺点,提高了其失效应变,目前已经在航空发动机结构部件上得到了应用^[1].

陶瓷基复合材料基体失效应变低于纤维失效应变,在单轴拉伸载荷作用下,首先出现基体裂纹^[2],随着应力增加,基体裂纹数量逐渐增加并达到饱和^[3],在基体裂纹演化过程中伴随着纤维/基体界面脱黏^[4],基体开裂和界面脱黏使得陶瓷基复合材料单轴拉伸应力-应变曲线呈非线性.当基体裂纹达到饱和后,基体通过界面剪应力承担部分载荷,其承载将不再随载荷变化^[5],额外增加的载荷将由纤维承担.纤维受其表面缺陷的影响,其强度具有随机性,当纤维局部应力达到其失效强度时,纤维断裂.在基体裂纹平面、界面脱黏区和界面黏结区,纤维均可能发生断裂.纤维断裂后,其承载大小取决于界面剪应力及其断裂位置,且低于完好纤维承担的载荷.假设完好纤维和断裂纤维承载服从总体载荷承担法则(global load sharing criterion),随着断裂纤维数量的增加,完好纤维承担载荷将随外载迅速增加,当纤维承载达到最大时,复合材料断裂^[6].

与陶瓷基复合材料基体开裂、界面脱黏损伤机制的研究相比,对纤维失效损伤机制的研究相对较少.Thouless 和 Evans^[7]采用最弱链随机理论确定了纤维断裂概率及拔出长度,分析了纤维失效对单向陶瓷基复合材料稳态基体开裂应力的影响.Cao 和 Thouless^[8]采用双参数威布尔分布描述纤维强度随机分布,假设陶瓷基复合材料初始加载时即存在多基体裂纹,忽略断裂纤维承载,模拟了考虑纤维失效的陶瓷基复合材料单轴拉伸应力-应变曲线.由于未考虑断裂纤维承载的影响,模型预测的 SiC/LAS (lithium aluminosilicate) 单轴拉伸强度低于试验测量值.Schwietert 和 Steif^[9]采用威布尔强度理论确定了单纤维发生多处断裂时的概率,得到了多基体裂纹下陶瓷基复合材料单轴拉伸强度,发现纤维的二次断裂对陶瓷基复合材料拉伸强度的影响很小,而纤维/基体界面剪应力对拉伸强度的影响较大.Curtin^[10]在单纤维碎断研究的基础上,假设纤维断裂相互独立,采用总体载荷承担准则确定纤维断裂后的承载,得到了陶瓷基复合材料纤维拔出长度分布、纤维拔出功及失效强度.Solti 等^[11]提出了

模拟陶瓷基复合材料纤维失效的临界纤维应变能准则,其威布尔参数由纤维特征强度换为临界纤维应变能,威布尔模数通过拟合拉伸应力-应变曲线得到,采用该方法避免了对复合材料内部纤维特征强度的测量,但该模型并未针对陶瓷基复合材料拉伸强度进行预测.Paar 等^[12]采用链式模型研究了纤维属性对单向陶瓷基复合材料单轴拉伸应力-应变曲线的影响,确定了纤维断裂位置及纤维失效体积百分比,当某一链中所有纤维均失效时,复合材料失效,其强度预测值远高于试验测量值.在上述研究纤维失效的模型中,均假设纤维和基体应力呈简单线性分布,忽略了基体剪切变形及热残余应力的影响,且采用的界面脱黏准则过于简单.

本文采用细观力学方法对单向纤维增强陶瓷基复合材料单轴拉伸强度进行研究,采用 Budiansky-Hutchinson-Evans (BHE) 剪滞模型描述复合材料出现损伤后的细观应力场,结合基体随机开裂模型、断裂力学界面脱黏准则确定基体裂纹间距及界面脱黏长度.当基体裂纹达到饱和后,采用威布尔强度理论确定基体裂纹平面、界面脱黏区和界面黏结区纤维断裂概率及其断裂位置,假设完好纤维和断裂纤维之间载荷分配服从总体载荷承担法则,当纤维承载达到最大时,复合材料失效.讨论了基体性能参数(基体特征强度和基体威布尔模量)、界面性能参数(界面剪应力和界面脱黏能)以及纤维性能参数(纤维特征强度和纤维威布尔模量)对纤维失效,进而对陶瓷基复合材料单轴拉伸强度的影响.

1 理论模型

1.1 应力分析

当基体开裂时,假设基体裂纹沿垂直载荷方向均匀分布,在复合材料内部选取代表性体积单元,其长度为 L ,即相邻基体裂纹间的距离,基体裂纹平面位于代表性体积中间,在基体裂纹平面处纤维承担所有载荷(σ/V_f), σ 为远端应力, V_f 为纤维体积百分数.在代表性体积中选取特征体元,该特征体元包含单根纤维和周围基体,纤维半径为 r_f ,基体半径为 R ($R = r_f/V_f^{1/2}$),坐标原点位于基体裂纹平面处,界面脱黏长度为 L_d .Budiansky 等^[13]考虑了基体剪切变形对基体轴向应力的影响,提出了修正剪滞模型,其特征体元如图 1 所示,本文采用 BHE 剪滞模型^[13]描述复合材料出

$$L_d^2 + \left(\frac{r_f}{\rho} - \frac{r_f V_m E_m \sigma}{V_f E_c \tau_i} \right) L_d + \left(\frac{r_f V_m E_m \sigma}{2 V_f E_c \tau_i} \right)^2 - \frac{r_f^2 V_m E_m \sigma}{2 \rho V_f E_c \tau_i} - \frac{r_f V_m E_m E_f}{E_c \tau_i^2} \zeta_d = 0 \quad (7)$$

求解式(7)得到界面脱黏长度 L_d

$$L_d = \frac{r_f}{2} \left(\frac{V_m E_m \sigma}{V_f E_c \tau_i} - \frac{1}{\rho} \right) - \sqrt{\left(\frac{r_f}{2\rho} \right)^2 + \frac{r_f V_m E_m E_f}{E_c \tau_i^2} \zeta_d} \quad (8)$$

1.4 纤维随机失效

当基体裂纹达到饱和后,基体承担载荷将不再随外载变化,纤维承担额外增加的载荷,因此陶瓷基复合材料拉伸强度受纤维强度控制,而纤维受其表面缺陷的影响,其强度具有随机性,如果能在给定载荷下确定纤维断裂概率及其断裂位置,即可确定纤维断裂过程,进而能预测陶瓷基复合材料单轴拉伸强度.采用 Oh 和 Finnie^[21]的方法确定纤维断裂概率及其断裂位置,将一根长纤维分为 N 个小单元,每个单元长度为 ξ 定义单元上纤维应力为 α ,该应力为外应力 σ 和 ξ 的函数,即 $\alpha_i(\sigma, \xi)$. 定义纤维单元应力低于 α 时断裂概率为 $G_{\Delta\xi}(\alpha, \xi)$,则该单元完好概率为 $1 - G_{\Delta\xi}(\alpha, \xi)$,纤维上所有单元均完好的概率为 $\prod_{i=1}^N [1 - G_{\Delta\xi}(\alpha, \xi)]$, ξ 处纤维单元在外应力 σ 下完好,但在应力 $\sigma + \Delta\sigma$ 下断裂的概率为 $\left[\frac{\partial G_{\Delta\xi}(\alpha, \xi)}{\partial \sigma} \right] \frac{d\sigma}{1 - G_{\Delta\xi}(\alpha, \xi)}$,则纤维仅在 ξ 处发生断裂的概率为

$$P_{\xi} = \left[\frac{\partial G_{\Delta\xi}(\alpha_i, \xi)}{\partial \sigma} \right] \frac{d\sigma}{1 - G_{\Delta\xi}(\alpha, \xi)} \prod_{i=1}^N [1 - G_{\Delta\xi}(\alpha, \xi)] \quad (9)$$

采用威布尔分布描述纤维强度分布,定义长度 H 的纤维在应力 σ 下失效的累积缺陷数为

$$\Phi(\sigma, H) = \frac{H}{H_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{m_f} \quad (10)$$

式中 H_0 和 σ_0 为威布尔分布的特征尺度参数, m_f 为纤维威布尔模量. 则 ξ 处纤维单元在应力 α_i 下发生断裂的概率 $G_{\Delta\xi}(\alpha, \xi)$ 为

$$G_{\Delta\xi}(\alpha, \xi) = 1 - \exp[-\Phi(\alpha, \xi)] \quad (11)$$

将式(10)和(11)代入式(9)中,得到

$$P_{\xi} = \frac{\Delta\xi}{H_0} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\left(\frac{\alpha}{\sigma_0} \right)^{m_f} \right] \exp \left[- \sum_{i=1}^N \frac{\Delta\xi}{H_0} \left(\frac{\alpha}{\sigma_0} \right)^{m_f} \right] \quad (12)$$

当纤维单元趋于无穷大时 ($N \rightarrow \infty$), 纤维单元长度将非常小, 此时式(12) 转变为

$$\Psi(\sigma, \xi) d\sigma d\xi = \exp \left[- \int_{\xi}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{\sigma_0} \right)^{m_f} \frac{d\xi}{H_0} \right] \times \frac{1}{H_0} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\left(\frac{\alpha}{\sigma_0} \right)^{m_f} \right] d\alpha d\xi \quad (13)$$

式中 $\Psi(\sigma, \xi)$ 为纤维断裂的概率密度函数, σ_f 为纤维轴向应力.

当应力从 σ 增加到 $\sigma + \Delta\sigma$ 时, 纤维断裂概率 P_f 为

$$P_f = \int_0^{\sigma} \int_{\xi}^{\Delta\sigma} \Psi(\sigma, z) d\sigma d\xi = \int_0^{\sigma} \exp \left[- \int_{\xi}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{\sigma_0} \right)^{m_f} \frac{d\xi}{H_0} \right] \int_{\xi}^{\Delta\sigma} \frac{1}{H_0} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\left(\frac{\alpha}{\sigma_0} \right)^{m_f} \right] d\alpha d\xi \quad (14)$$

纤维断裂的平均位置 $\bar{\xi}$ 为

$$\bar{\xi} = \int_0^{\sigma} \int_{\xi}^{\Delta\sigma} \xi \Psi(\sigma, z) d\sigma d\xi = \int_0^{\sigma} \exp \left[- \int_{\xi}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{\sigma_0} \right)^{m_f} \frac{d\xi}{H_0} \right] \int_{\xi}^{\Delta\sigma} \xi \frac{1}{H_0} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\left(\frac{\alpha}{\sigma_0} \right)^{m_f} \right] d\alpha d\xi \quad (15)$$

1.4.1 基体裂纹平面纤维失效

在基体裂纹平面处, 假设断裂纤维和完好纤维满足总体载荷承担法则

$$N_i \frac{\sigma}{V_f} = (N_i - N_f) \alpha_a + \sum_{i=1}^{N_f} \alpha_a^d \quad (16)$$

式中 N_i 为初始纤维总数, N_f 为在应力 σ 下断裂纤维数目, $(N_i - N_f)$ 为在应力 σ 下完好纤维数目, α_a 为完好纤维在基体裂纹平面处的承载, α_a^d 为断裂纤维在基体裂纹平面处承载, $\sum_{i=1}^{N_f} \alpha_a^d$ 为所有断裂纤维在基体裂纹平面处承载, 需要指出的是, 不同纤维由于其断裂位置不同, 其承载 α_a^d 也不同.

当纤维失效时, 界面脱黏长度 L_d 为

$$L_d = \frac{r_f}{2} \left(\frac{V_m E_m}{E_c \tau_i} \alpha_a - \frac{1}{\rho} \right) - \left[\left(\frac{r_f}{2\rho} \right)^2 + \frac{r_f^2 V_f V_m E_f E_m \alpha_a}{4 E_c^2 \tau_i^2} \left(\frac{\sigma}{V_f} - \alpha_a \right) + \frac{r_f V_m E_m E_f}{E_c \tau_i^2} \zeta_d \right]^{1/2} \quad (17)$$

基体裂纹平面处张开位移为 u_0 为

$$u_0 = \frac{\sigma_a}{E_f} L_d - \frac{E_c \tau_i}{r_f V_m E_m E_f} L_d^2 + \frac{r_f E_c}{\rho V_m E_m E_f} \left(\alpha_a - \alpha_0 - 2 \frac{L_d}{r_f} \tau_i \right) \quad (18)$$

将 $\xi = u_0$, $\sigma_f = \alpha_a$ 代入式(13)中得到基体裂纹平面处纤维断裂的概率密度函数 Ψ_c

$$\Psi_c = \left(\frac{m_f}{\sigma_a} \right) \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c} \right)^{m_f} \frac{u_o}{H_o} \exp \left[- \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c} \right)^{m_f} \frac{u_o}{H_o} \right]$$

(19)

Curtin^[10] 定义了纤维特征强度 σ_c 和特征长度 δ_c

$$\sigma_c = \left(\frac{\sigma_o^{m_f} \tau_i H_o}{r_f} \right)^{\frac{1}{m_f+1}}$$
$$\delta_c = \frac{r_f \sigma_c}{\tau_i} = \left(\frac{\sigma_o r_f H_o^{1/m_f}}{\tau_i} \right)^{\frac{m_f}{m_f+1}}$$

(20)

当 $H = \delta_c$, $\sigma = \sigma_c$ 时, $\Phi(\sigma_c, \delta_c) = 1$, 纤维断裂概率为 63.2%.

结合式 (19) 和 (20) 得到

$$\Psi_c = \frac{m_f u_o \tau_i}{r_f \sigma_c^2} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c} \right)^{m_f-1} \exp \left[- \frac{u_o \tau_i}{r_f \sigma_c} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c} \right)^{m_f} \right]$$

(21)

当载荷增加 $\Delta\sigma$ 时, 基体裂纹平面处纤维断裂概率 $P_{fc}(\Delta\sigma)$ 为

$$P_{fc}(\Delta\sigma) = \int_{\Delta\sigma} \Psi_c d\sigma_a = \int_{\Delta\sigma} \left\{ \frac{m_f u_o \tau_i}{r_f \sigma_c^2} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c} \right)^{m_f-1} \exp \left[- \frac{u_o \tau_i}{r_f \sigma_c} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c} \right)^{m_f} \right] \right\} d\sigma_a$$

(22)

1.4.2 界面脱黏区纤维失效

定义界面脱黏区纤维断裂的概率密度函数为 Ψ_d

$$\Psi_d(\sigma_a, z) = \exp \left\{ \frac{1}{2(m_f+1)} \left[\left(\frac{\sigma_a - \frac{2\tau_i}{r_f} L_d}{\sigma_c} \right)^{m_f+1} - \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c} \right)^{m_f+1} \right] \right\} \times \left\{ - \left(\frac{1}{2\sigma_c} \right) \left[\left(\frac{\sigma_a - \frac{2\tau_i}{r_f} L_d}{\sigma_c} \right)^{m_f} - \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c} \right)^{m_f} \right] \right\}$$

(23)

当载荷增加 $\Delta\sigma$ 时, 界面脱黏区纤维失效概率 $P_{fd}(\Delta\sigma)$ 为

$$P_{fd}(\Delta\sigma) = \int_{\Delta\sigma} \Psi_d d\sigma_a$$

(24)

定义界面脱黏区纤维平均断裂位置的概率密度函数为 Ω_d

$$\Omega_d = \exp \left\{ \frac{1}{2(m_f+1)} \left[\left(\frac{\sigma_a - \frac{2\tau_i}{r_f} L_d}{\sigma_c} \right)^{m_f+1} - \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c} \right)^{m_f+1} \right] \right\} \times \left\{ - \frac{1}{2} \left\{ \frac{L_d}{\sigma_c} \left(\frac{\sigma_a - \frac{2\tau_i}{r_f} L_d}{\sigma_c} \right)^{m_f} + \frac{r_f}{2\tau_i(m_f+1)} \left[\left(\frac{\sigma_a - \frac{2\tau_i}{r_f} L_d}{\sigma_c} \right)^{m_f+1} - \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c} \right)^{m_f+1} \right] \right\} \right\}$$

(25)

当载荷增加 $\Delta\sigma$ 时, 界面脱黏区纤维平均断裂位置 $\bar{z}_d$ 为

$$\bar{z}_d = \int_{\Delta\sigma} \Omega_d d\sigma_a$$

(26)

1.4.3 界面黏结区纤维失效

定义界面黏结区纤维断裂概率密度函数为 Ψ_b

$$\Psi_b(\sigma_a, z) = \exp \left\{ - \frac{\tau_i}{r_f \sigma_c^{m_f+1}} \left[A_1^{m_f} \left(\frac{L}{2} - L_d \right) + \sum_{i=1}^{m_f} C_i^{m_f} A_1^{m_f-i} A_2^i \left(- \frac{r_f}{\rho_i} \right) \left[\exp \left(- \rho_i \frac{L/2 - L_d}{r_f} \right) - 1 \right] \right] \right\} \times \frac{m_f \tau_i}{r_f \sigma_c^{m_f+1}} \left\{ A_1^{m_f-1} \left(- \frac{r_f}{\rho} \right) \left[\exp \left(- \rho \frac{L/2 - L_d}{r_f} \right) - 1 \right] + \sum_{i=1}^{m_f-1} C_i^{m_f-1} A_1^{m_f-1-i} A_2^i \left[- \frac{r_f}{\rho(i+1)} \right] \times \left[\exp \left(- \rho(i+1) \frac{L/2 - L_d}{r_f} \right) - 1 \right] \right\}$$

(27)

式中

$$A_1 = \sigma_o, \quad A_2 = \sigma_a - \sigma_o - 2 \frac{L_d}{r_f} \tau_i$$

当载荷增加 $\Delta\sigma$ 时, 界面脱黏区纤维断裂概率 $P_{fb}(\Delta\sigma)$

$$P_{fb}(\Delta\sigma) = \int_{\Delta\sigma} \Psi_b d\sigma_a$$

(28)

定义界面黏结区纤维平均断裂位置的概率密度函数 Ω_b 为

$$\Omega_b = \exp \left\{ - \frac{\tau_i}{r_f \sigma_c^{m_f+1}} \left[A_1^{m_f} \left(\frac{L}{2} - L_d \right) + \sum_{i=1}^{m_f} C_i^{m_f} A_1^{m_f-i} A_2^i \left(- \frac{r_f}{\rho_i} \right) \left[\exp \left(- \rho_i \frac{L/2 - L_d}{r_f} \right) - 1 \right] \right] \right\} \times \frac{m_f \tau_i}{r_f \sigma_c^{m_f+1}} \left\{ A_1^{m_f-1} \left(- \frac{r_f}{\rho} \right) \left[\frac{L}{2} \exp \left(- \rho \frac{L/2 - L_d}{r_f} \right) - L_d + \frac{r_f}{\rho} \left[\exp \left(- \rho \frac{L/2 - L_d}{r_f} \right) - 1 \right] \right] + \sum_{i=1}^{m_f-1} C_i^{m_f-1} A_1^{m_f-1-i} A_2^i \left[- \frac{r_f}{\rho(i+1)} \right] \times \left[\frac{L}{2} \exp \left(- \rho(i+1) \frac{L/2 - L_d}{r_f} \right) - L_d + \frac{r_f}{\rho(i+1)} \left[\exp \left(- \rho(i+1) \frac{L/2 - L_d}{r_f} \right) - 1 \right] \right] \right\}$$

(29)

当载荷增加 $\Delta\sigma$ 时, 界面黏结区纤维平均断裂位置 $\bar{z}_b$ 为

$$\bar{z}_b = \int_{\Delta\sigma} \Omega_b d\sigma_a$$

(30)

1.4.4 纤维失效模拟思路

当纤维发生断裂时, 在其断裂位置附近将形成应力恢复区域, 在该区域内, 纤维通过界面剪应力迅速恢复到未断裂时载荷, 定义断裂纤维恢复

区域长度 L_h 为^[10]

$$L_h = \frac{r_f \alpha_a}{2\tau_i} \quad (31)$$

从式(31)可以看出,恢复区域长度随应力增加而增加,且受纤维/基体界面剪应力的影响,需要指出的是,纤维在恢复区域范围内将不再发生断裂。

定义恢复区域范围内半基体裂纹数量为 N_m

$$N_m = \frac{L_h}{L/2} \quad (32)$$

载荷增加 $\Delta\sigma$ 后,在纤维恢复区域内剩余的完好纤维数量为

$$N_{in} = 2N_m N'_i [1 - P(\Delta\sigma)] \quad (33)$$

式中 N'_i 为上一个载荷剩余的完好纤维数量,假设在基体裂纹平面、界面脱黏和界面黏结区纤维断裂为相互独立事件,则载荷增加 $\Delta\sigma$ 纤维断裂概率 $P(\Delta\sigma)$ 为

$$P(\Delta\sigma) = P_{ic}(\Delta\sigma) + P_{di}(\Delta\sigma) + P_{nb}(\Delta\sigma) \quad (34)$$

当纤维在代表性体积之外发生断裂时,纤维平均断裂位置为

$$\bar{z}_d^n = \begin{cases} (n-1)L/2 + \bar{z}_d, & n = \text{奇数} \\ nL/2 - \bar{z}_d, & n = \text{偶数} \end{cases} \quad n \leq N_m$$

$$\bar{z}_b^n = \begin{cases} (n-1)L/2 + \bar{z}_b, & n = \text{奇数} \\ nL/2 - \bar{z}_b, & n = \text{偶数} \end{cases} \quad n \leq N_m \quad (35)$$

载荷增加 $\Delta\sigma$ 后,断裂纤维承载 f_b 为

$$f_b = 4\pi r_f \tau_i N'_i \left[P_{nb}(\Delta\sigma) \sum_{n=0}^{N_m} \bar{z}_b^n + P_{di}(\Delta\sigma) \sum_{n=0}^{N_m} \bar{z}_d^n \right] \quad (36)$$

断裂纤维承载 F_b 为

$$F_b = \sum_a f_b \quad (37)$$

完好纤维承载 F_i 为

$$F_i = 2N'_i \pi r_f^2 \alpha_a [1 - N_m P(\Delta\sigma)] \quad (38)$$

当完好纤维和断裂纤维承载达到最大时,复合材料失效^[9],即

$$\frac{\partial(F_i + F_b)}{\partial\alpha_a} = 0 \quad (39)$$

2 结果及分析

以脆性纤维增强的陶瓷基复合材料 SiC/CAS^[22] 为例,其基本材料参数为: $V_f = 37\%$, $E_f = 200 \text{ GPa}$, $E_m = 97 \text{ GPa}$, $r_f = 7.5 \mu\text{m}$, $\alpha = 4 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$, $\alpha_m = 5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$, $\Delta t = -1000 ^\circ\text{C}$, $\tau_i = 15 \text{ MPa}$, $\zeta_i = 0.4 \text{ J/m}^2$, $\sigma_c = 2.0 \text{ GPa}$, $m_f = 3.6$ 。

在本文基体随机开裂模型中,取基体开裂特

征强度 σ_r 为 ACK (Aveston-Cooper-Kelly) 模型计算的稳态基体开裂应力^[23]

$$\sigma_{cr}^{ACK} = \left[\frac{6V_f^2 E_f E_c \tau_i \zeta_m}{r_f V_m E_m^2} \right]^{1/3} - E_c (\alpha_c - \alpha_m) \Delta t \quad (40)$$

其中 ζ_m 为基体断裂能, Beyerle 等^[22] 通过 V 形缺口试样的弯曲试验测得了 CAS (calcium aluminosilicate) 基体断裂能 $\zeta_m = 25 \text{ J/m}^2$, 由式(40)以及其他材料参数得到基体开裂特征强度 $\sigma_r = 220 \text{ MPa}$ 。由于纤维和基体热膨胀系数不匹配,基体在较低的应力下即发生开裂, Kim 和 Pagano^[24] 通过光学显微镜和声发射原位观察了单向陶瓷基复合材料的基体开裂,发现试验测量的初始基体开裂应力远低于 ACK 模型计算值,因此在本文分析中,取 $\alpha_m = 0$, 且不考虑热残余应力对基体随机开裂的影响,即 $\alpha_h = 0$, 图3给出了试验原位测量与模拟得到的基体裂纹密度随名义应力演化曲线,其中基体威布尔模量 $m_m = 5$, 从图中看出,本文预测的基体裂纹演化曲线与试验结果相吻合。

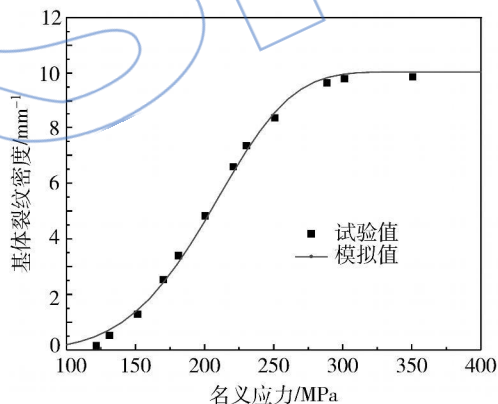


图3 试验测量与模拟基体裂纹密度随名义应力演化曲线

Fig.3 Matrix crack density versus applied stress of the in situ measurement and the present analysis

图4给出了基体裂纹间距和界面脱黏长度随名义应力变化曲线,从图中看出,基体裂纹间距随名义应力增加而减小,纤维/基体界面脱黏长度随名义应力增加而增加,最终在整个基体裂纹间距内纤维/基体界面完全脱黏,基体裂纹达到饱和。

图5给出了基体裂纹平面处纤维平均承担应力 σ/V_f 、完好纤维承担应力 α_a 以及断裂纤维承担应力 σ_b 与名义应力 σ 之间的关系曲线,从图中看出,随着名义应力增加,基体裂纹平面处完好纤维

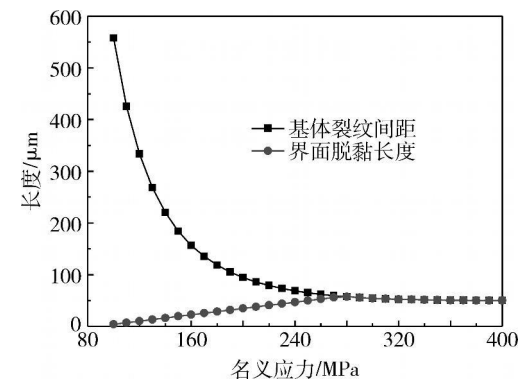


图 4 基体裂纹间距和界面脱黏长度随名义应力变化曲线

Fig. 4 Matrix crack spacing and interface de bonding length versus applied stress

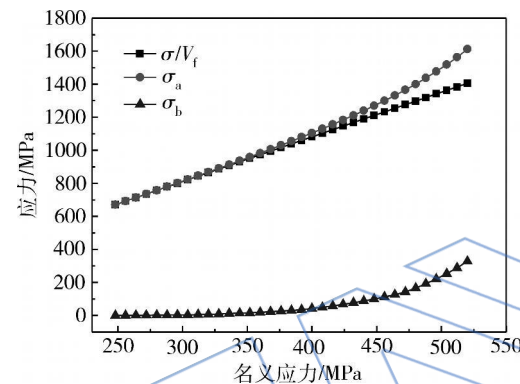


图 5 基体裂纹平面处 σ/V_f 、 σ_a 和 σ_b 随 σ 变化曲线

Fig. 5 σ/V_f , σ_a and σ_b at the matrix crack plane changes with the applied stress σ

承担应力 σ_a 将超过 σ/V_f , 随着纤维断裂数量增加, 失效纤维承担应力 σ_b 随名义应力 σ 增加而增加。

图 6 给出了基体裂纹平面处、界面脱黏区和界面黏结区纤维断裂概率随名义应力变化曲线, 从图中看出, 当界面完全脱黏时, 界面黏结区将不再有纤维断裂, 而界面脱黏区纤维断裂概率远大于基体裂纹平面处纤维断裂概率, 这说明纤维主要在界面脱黏区失效, 而并不集中在基体裂纹平面处。

图 7 给出了纤维失效体积百分数随名义应力变化曲线, 从图中看出, 本文预测的 SiC/CAS 单轴拉伸强度为 502 MPa, 失效时纤维断裂体积百分数为 23%, 试验测量的拉伸强度为 (430 ± 30) MPa, 本文模型预测的拉伸强度高于试验值。

下面以 SiC/CAS 为例^[21], 讨论基体性能参

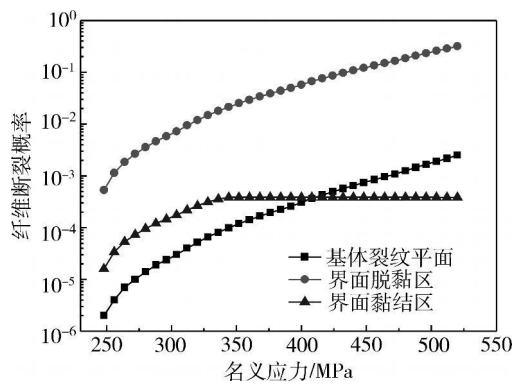


图 6 纤维在不同区域断裂概率随名义应力变化曲线

Fig. 6 Fiber fracture probability in different regions versus the applied stress

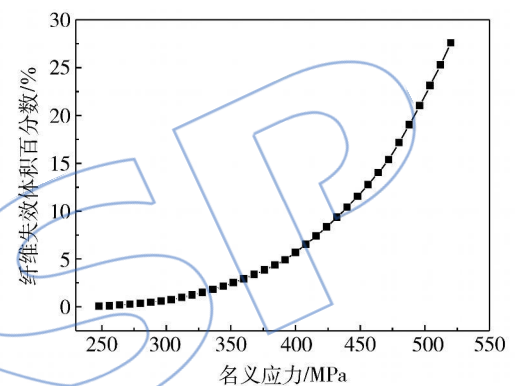


图 7 纤维失效体积百分数随名义应力变化曲线

Fig. 7 Fiber failure volume fraction versus the applied stress

数、界面性能参数和纤维性能参数对陶瓷基复合材料拉伸强度的影响。

2.1 基体性能参数的影响

图 8 给出了基体特征强度($\sigma_r=180, 220, 240$

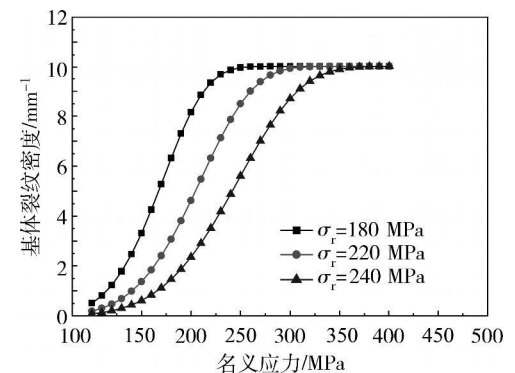


图 8 基体特征强度对基体裂纹演化的影响

Fig. 8 Effect of matrix characteristic strength on matrix crack evolution

MPa) 对基体裂纹演化的影响, 从图中看出, 提高基体特征强度, 基体裂纹密度在较高应力下达到饱和。

图 9 给出了基体特征强度对纤维失效的影响, 从图中看出, 复合材料拉伸强度随基体特征强度增加而增加, 拉伸失效时纤维失效体积百分数随基体特征强度增加而减小。

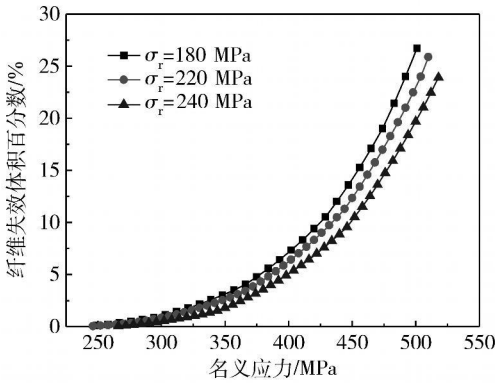


图 9 基体特征强度对纤维失效的影响
Fig.9 Effect of characteristic strength on fiber failure

图 10 给出了基体威布尔模量 ($m_m = 4, 5, 6$) 对基体裂纹演化的影响, 从图中看出, 提高基体威布尔模量, 基体裂纹密度在较低应力下达到饱和。

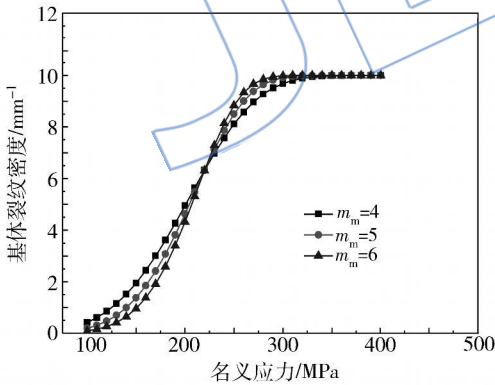


图 10 基体威布尔模量对基体裂纹演化的影响
Fig. 10 Effect of matrix Weibull modulus on matrix crack evolution

图 11 给出了基体威布尔模量对纤维失效的影响, 从图中看出, 复合材料拉伸强度随基体威布尔模量增加而减小, 拉伸失效时纤维失效体积百分数随基体威布尔模量增加而减小。

2.2 界面参数的影响

图 12 给出了界面剪应力 ($\tau_i = 10, 15, 20$

MPa) 对纤维失效的影响, 从图中看出, 提高界面剪应力, 复合材料拉伸强度将增加, 这是由于提高界面剪应力将减小断裂纤维的载荷恢复区域, 并提高断裂纤维的承载能力, 进而提高复合材料的拉伸强度。

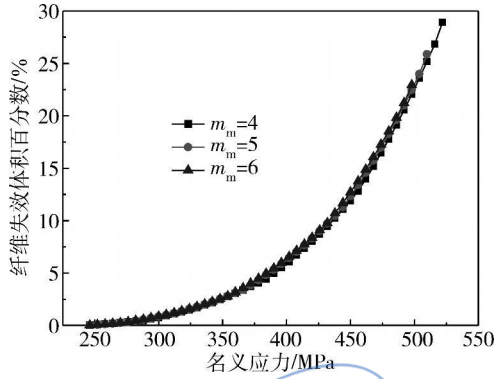


图 11 基体威布尔模量对纤维失效的影响
Fig.11 Effect of matrix Weibull modulus on fiber failure

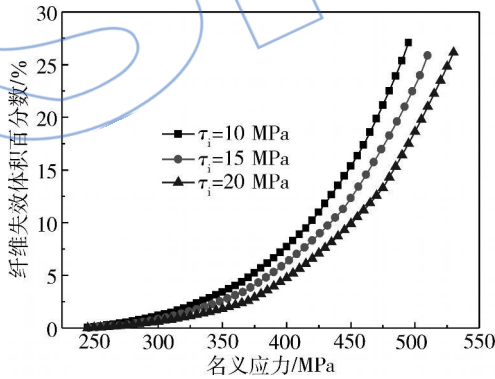


图 12 界面剪应力对纤维失效的影响
Fig. 12 Effect of interface shear stress on fiber failure

图 13 给出了界面脱黏能 ($\zeta_i = 0.2, 0.4, 0.6$ J/m²) 对纤维失效的影响, 从图中看出, 界面脱黏能对纤维失效以及拉伸强度的影响较小. 在本文的分析中, 假设在基体裂纹演化段纤维不发生失效, 而当基体裂纹饱和后, 界面脱黏能对纤维失效的影响体现在界面黏结区域纤维失效上, 但从图 6 看出, 界面黏结区纤维失效概率较低, 并且随着应力增加, 界面完全脱黏后, 界面黏结区将不再存在, 界面脱黏能对纤维失效也将不再存在影响, 因此界面脱黏能对纤维失效的影响较小。

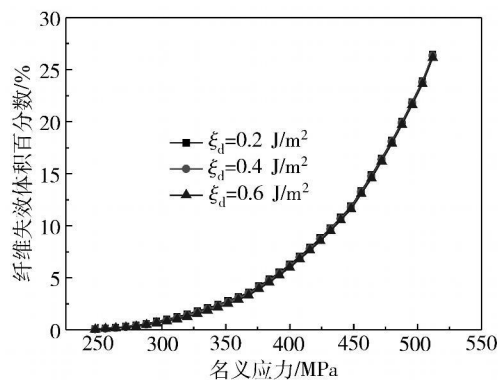


图 13 界面脱黏能对纤维失效的影响

Fig. 13 Effect of interface de-bonding energy on fiber failure

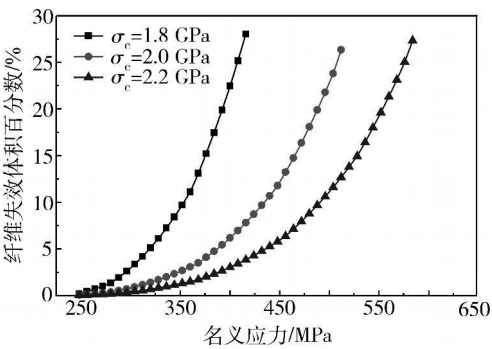


图 15 纤维特征强度对纤维失效的影响

Fig. 15 Effect of fiber characteristic strength on fiber failure

2.3 纤维性能参数的影响

图 14 给出了纤维威布尔模量($m_f=3, 4, 5$)对纤维失效的影响, 从图中看出, 复合材料的拉伸失效强度随纤维威布尔模量的增加而减小, 低纤维威布尔模量意味着纤维强度比较分散, 而高纤维威布尔模量意味着纤维强度比较集中, 随着应力增加, 高威布尔模量的纤维由于强度集中而大量失效, 复合材料失效强度减小。

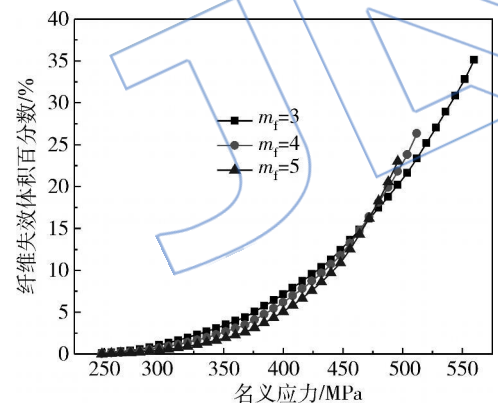


图 14 纤维威布尔模量对纤维失效的影响

Fig. 14 Effect of fiber Weibull modulus on fiber failure

图 15 给出了纤维特征强度($\sigma_c=1.8, 2.0, 2.2$ GPa)对纤维失效的影响, 从图中可以看出, 复合材料的拉伸失效强度随纤维特征强度的增加而增加。纤维的特征强度越高, 纤维总体平均强度越高, 纤维承载能力越强, 复合材料失效强度将增加。

3 试验对比

按照本文提出的方法对室温下单向 SiC/LAS^[25], SiC/1723^[26], SiC/CAS^[22, 27] 和 SiC/Borosilicate^[28] 单轴拉伸强度进行预测(表 1), 从表中看出, 本文预测的拉伸强度均高于试验值, 在 SiC/LAS 陶瓷基复合材料中, 第 1 组数据纤维特征强度($\sigma_c=1.58$ GPa)和基体特征强度($\sigma_c=460$ MPa)均高于第 2 组($\sigma_c=1.47$ GPa, $\sigma_c=440$ MPa)和第 3 组($\sigma_c=1.45$ GPa, $\sigma_c=440$ MPa)数据, 纤维威布尔模量($m_f=3.8$)略低于第 2 组数据($m_f=3.9$), 但远高于第 3 组数据($m_f=3.1$), 试验和预测的拉伸强度均高于第 2 组和第 3 组拉伸强度。在第 2 组和第 3 组数据中, 第 2 组的纤维特征强度($\sigma_c=1.47$ GPa)和纤维威布尔模量($m_f=3.9$)均高于第 3 组数据, 预测的第 2 组拉伸强度高于第 3 组强度值, 这与模拟得到的结论是一致的, 但试验测量的试验数据显示第 3 组试验数据高于第 2 组值, 这可能是由于陶瓷基复合材料试验拉伸强度的分散性造成的。

Zawada 等^[26] 测得的 SiC/1723 陶瓷基复合材料拉伸强度为 680 MPa, 预测的强度值为 709 MPa, 误差为 4.3%; Beyerle 等^[22] 测得的 SiC/CAS 陶瓷基复合材料拉伸强度为 (430 ± 30) MPa, 其强度存在明显的分散性, 预测的强度值为 502 MPa, 误差在 9.1% ~ 16.7% 之间; Karandikar 等^[27] 测得的 SiC/CAS 陶瓷基复合材料拉伸强度为 420 MPa, 预测的强度值为 440 MPa, 误差为 4.76%; Okabe 等^[28] 测得的 SiC/Borosilicate 陶瓷基复合材料拉伸强度为 512 MPa, 预测的强度值为 550 MPa, 误差为 7.42%。

表 1 单向陶瓷基复合材料材料属性表

Table 1 Material property data for unidirectional ceramic matrix composites

	SiC/LAS ($m_t=3.8$)	SiC/LAS ($m_t=3.9$)	SiC/LAS ($m_t=3.1$)	SiC/ 1723	SiC/ CAS ^[22]	SiC/ CAS ^[27]	SiC/Borosilicate
E_t/GPa	193	193	193	190	200	195	230
E_m/GPa	83	83	83	88	97	98	60
V_f	0.46	0.44	0.44	0.45	37	35	31
$r_f/\mu\text{m}$	8	8	8	6.25	7.5	7.5	8
$\alpha_t/10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	4	4	4	3.1	4	4	3.1
$\alpha_m/10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	1	1	1	4.36	5	5	3.25
$\Delta t/^\circ\text{C}$	-1000	-1000	-1000	-1000	-1000	-1000	-1000
$\zeta_m/(\text{J}\cdot\text{m}^{-2})$	20	20	20	20	25	25	20
$\zeta_d/(\text{J}\cdot\text{m}^{-2})$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.4	0.4	0.8
m_m	5	5	5	5	5	5	5
σ_r/MPa	460	440	440	345	220	185	220
τ_i/MPa	2.5	2.5	2.5	30	15	12	7.6
m_t	3.8	3.9	3.1	4	3.6	4	4
σ_c/GPa	1.58	1.47	1.45	1.5	2.0	2.0	1.8
$\sigma_{\text{uts}}/\text{MPa}$ (试验测量)	753	670	680	680	430±30	420	512
$\sigma_{\text{uts}}/\text{MPa}$ (理论预测)	768	694	683	709	502	440	550
误差/%	2	3.6	0.44	4.3	9.1~16.7	4.76	7.42

4 结 论

本文发展了一种预测单向陶瓷基复合材料单轴拉伸强度的细观力学方法,与室温下单向 SiC/LAS, SiC/ 1723, SiC/ CAS, SiC/Borosilicate 四种陶瓷基复合材料拉伸试验数据进行了对比,证明了本文模型的有效性,分析了基体性能参数、界面性能参数和纤维性能参数对纤维断裂概率,进而对其拉伸强度的影响:

- 1) 提高基体特征强度,基体裂纹在较高的应力下达到饱和,单向陶瓷基复合材料拉伸强度随基体特征强度增加而增加,拉伸失效时纤维断裂体积百分比随基体特征强度增加而减小.
- 2) 提高基体威布尔模量,基体裂纹密度在较低应力下达到饱和,单向陶瓷基复合材料拉伸强度随基体威布尔模量增加而减小,拉伸失效时纤维断裂体积百分比随基体威布尔模量增加而减小.
- 3) 提高界面剪应力,单向陶瓷基复合材料拉

伸强度将增加,而界面脱黏能对其拉伸强度的影响较小.

4) 提高纤维威布尔模量,单向陶瓷基复合材料拉伸强度将减小;提高纤维特征强度,单向陶瓷基复合材料拉伸强度将增加.

需要指出的是,本文在对纤维失效的分析中,认为纤维是脆性断裂的,未考虑纤维承载时自身的韧性行为,这将在今后进一步深入研究.

参考文献:

[1] Naslain R. Design, preparation and properties of non-oxide CMCs for application in engines and nuclear reactors: an overview[J]. Composites Science and Technology, 2004, 64 (2): 155-170.

[2] 李龙彪,宋迎东,孙志刚. 单向纤维增强陶瓷基复合材料单轴拉伸行为[J], 复合材料学报, 2008, 25[4]: 154-160.
LI Longbiao, SONG Yingdong, SUN Zhigang. Uniaxial tensile behavior of unidirectional fiber reinforced ceramic matrix composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2008, 25(4): 154-160. (in Chinese)

[3] 李龙彪,宋迎东,孙志刚. 纤维泊松收缩对陶瓷基复合材料

- 基体裂纹演化的影响[J]. 航空动力学报, 2008, 23(12): 2196-2201.
- LI Longbiao, SONG Yingdong, SUN Zhigang. Influence of fiber poisson contraction on matrix cracking development of ceramic matrix composites[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(12): 2196-2201. (in Chinese)
- [4] 朱彬. 界面陶瓷基复合材料力学性能的影响分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2007.
- ZHU Bin. Analyzing on the influence of interface on the mechanical capabilities of ceramic matrix composites[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007. (in Chinese)
- [5] 袁义云. 含孔隙陶瓷基复合材料基体的力学性能和失效问题研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2008.
- YUAN Yiyun. Research on matrix failure and mechanical performance of the ceramic matrix composites with pores[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008. (in Chinese)
- [6] 李彦勇. 陶瓷基复合材料的纤维失效分析及应用研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2007.
- LI Yanyong. Research on the failure models of fiber in ceramic matrix composites[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007. (in Chinese)
- [7] Thouless M D, Evans A G. Effects of pull out on the mechanical properties of ceramic matrix composites[J]. Acta Metall, 1988, 36(3): 517-522.
- [8] Cao H C, Thouless M D. Tensile tests of ceramic matrix composites: theory and experiment[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1990, 73(7): 2091-2094.
- [9] Schwietert H R, Steif P S. A theory for the ultimate strength of a brittle matrix composites[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1990, 38(3): 325-343.
- [10] Curtin W A. Theory of mechanical properties of ceramic matrix composites[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1991, 74(11): 2837-2845.
- [11] Solti J P, Mall S, Robertson D D. Modeling damage in unidirectional ceramic matrix composites[J]. Composites Science and Technology, 1995, 54: 55-66.
- [12] Paar R, Valles J L, Danzer R. Influence of fiber properties on the mechanical behavior of unidirectional reinforced ceramic matrix composites[J]. Materials Science and Engineering A, 1998, 250: 209-216.
- [13] Budiansky B, Hutchinson J W, Evans A G. Matrix fracture in fiber reinforced ceramics[J]. Journal of Mechanics Physics and Solids, 1986, 34: 167-189.
- [14] Daniel I M, Lee J W. The behavior of ceramic matrix fiber composites under longitudinal loading[J]. Composites Science and Technology, 1993, 46(2): 105-113.
- [15] Zok F W, Spearing S M. Matrix crack spacing in brittle matrix composites[J]. Acta Metall Mater, 1992, 40(8): 2033-2043.
- [16] Solti J P, Mall S, Robertson D D. Modeling of matrix failure in ceramic matrix composites[J]. Journal of Composites Technology and Research, 1997, 19(1): 29-40.
- [17] 苗艳. 陶瓷基复合材料的基体失效模型[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2007.
- MIAO Yan. Research on the failure models of matrix cracking in ceramic matrix composites[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007. (in Chinese)
- [18] Hsueh C H. Crack wake interfacial debonding criteria for fiber reinforced ceramic composites[J]. Acta Materialia, 1996, 44(6): 2211-2216.
- [19] Gao Y, Mai Y, Cotterell B. Fracture of fiber reinforced materials[J]. J. Applied Mathematics and Physics (ZAMP), 1988, 39(7): 550-572.
- [20] Sun Y J, Singh R N. The generation of multiple matrix cracking and fiber matrix interfacial debonding in a glass composite[J]. Acta Materialia, 1998, 46(5): 1657-1667.
- [21] Oh H L, Finnie I. On the location of fracture in brittle solids: I — Due to static loading[J]. International Journal of Fracture Mechanics, 1970, 6: 287.
- [22] Beyerle D S, Spearing S M, Zok F W, et al. Damage and failure in unidirectional ceramic matrix composites[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1992, 75(10): 2719-2725.
- [23] Aveston J, Cooper G A, Kelly A. Single and multiple fracture, the properties of fiber composites[C] // Conference Proceedings on the Properties of Fiber Composites, National Physical Laboratory, Guildford, UK: IPC Science and Technology Press Ltd., 1971: 15-26.
- [24] Kim R Y, Pagano N. Crack initiation in unidirectional brittle matrix composites[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1991, 74(5): 1082-1090.
- [25] Prewo K. Tension and flexure strength of silicon carbide fiber reinforced glass ceramics[J]. Journal of Material Science, 1986, 21: 3590-3600.
- [26] Zawada L P, Butkus L M, Hartman G A. Tensile and fatigue behavior of silicon carbide fiber reinforced aluminum silicate glass[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1991, 74(11): 2851-2858.
- [27] Karandikar P, Chou T W. Characterization and modeling of micro cracking and elastic moduli changes in nicalon/cas composites[J]. Composite Science and Technology, 1993, 74: 2837-2845.
- [28] Okabe T, Komotori J, Shimizu M, et al. Mechanical behavior of SiC fiber reinforced brittle matrix composites[J]. Journal of Materials Science, 1999, 34: 3405-3412.