

文章编号: 1000-8055(2010)10-2206-05

压气机转子叶片的气动弹性数值模拟

徐可宁, 王延荣

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 采用了交替迭代算法, 对某压气机转子叶片进行了气动弹性数值模拟. 自行开发了基于有限元的结构求解器用于结构动力学求解, 引用他人开发的非定常流体求解器用于气动力的求解. 结构求解器提供叶片的表面位移给流体求解器以改变流场, 流体求解器提供气动载荷给结构求解器来计算叶片的变形, 界面处理系统在这两个求解器之间进行信息传递. 算例表明, 这种交替迭代算法在气动弹性数值模拟中是可行的, 可以得到叶片的瞬态响应, 从而判断叶片是否发生颤振.

关 键 词: 气动弹性; 颤振; 交替迭代算法; 有限元法; 瞬态响应

中图分类号: V215.3

文献标识码: A

Numerical simulation of aeroelastic response in compressor rotor blades

XU Ke ning, WANG Yan rong

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A numerical method based on staggered algorithm was used to simulate aeroelastic response in compressor rotor blades. The finite element structural solver was used for structure dynamic analysis, and the unsteady flow solver developed by others was introduced to provide aerodynamic force. The structural solver could transfer the motion of blade to the flow solver, the flow solver advanced the fluid system to obtain new pressure field on blade, and a procedure was used to exchange the interface information between two solvers. Numerical results indicate that staggered algorithm yields transient response of rotor, thus helping to judge whether flutter can occur.

Key words: aeroelasticity; flutter; staggered algorithm; finite element method; transient response

气动力与其作用下的弹性结构之间发生的相互作用, 即为气动弹性现象^[1]. 压气机中的弹性叶片在气动力作用下形成的气弹耦合的自激振动, 为气动弹性现象的一种, 称为颤振. 颤振往往会造成严重的后果, 如叶片的断裂甚至整个发动机的破坏. 一般将压气机中的颤振分为下面几类: 亚声速/跨声速失速颤振、超声速失速颤振、非失速超声速颤振和堵塞颤振^[2].

传统的叶轮机械气动弹性分析方法主要有能

量法和特征值法. 能量法根据结构的固有振动特性计算出振动诱导的非定常气动力, 通过比较非定常气动力对结构所做的功和结构机械阻尼所消耗的功, 来判断颤振^[3]. 特征值法将结构动力特性与非定常气动力特性结合起来, 形成统一的气动弹性方程, 将稳定性问题转化为特征值问题进行求解^[4]. 传统的气动弹性分析都是假定结构以给定的频率和幅值进行振动, 通过计算气动力来判断系统的稳定性, 而不是在时间上对整个颤振过

程进行推进, 所以这些方法实际上弱化甚至消除了流体和结构之间的相互作用。

随着计算机软硬件的迅速发展和先进算法的不断涌现, 目前已经发展了交替迭代算法, 分别求解流体控制方程和结构动力方程^[5], 并通过流体和结构之间的耦合界面来传递两种方程的边界信息^[6]。相比传统算法而言, 交替迭代算法所需计算量较大, 但是可以提供更高的模拟精度, 尤其在非线性效应比较显著时, 交替迭代算法更有着不可比拟的优势。

目前已开发出基于交替迭代算法的商用气动弹性求解软件。但在当前阶段, 商用气动弹性求解软件仍需要大量的人工干预, 且经常遭遇收敛困难, 因此一般用来求解较简单的气动弹性问题, 很难在复杂的工程计算中得到应用。基于上述原因, 本文采用了自行开发的针对叶轮机械的结构有限元程序, 并引用他人开发的非定常雷诺平均 Navier-Stokes 方程求解程序^[7], 通过交替迭代算法进行气动弹性数值模拟。在计算流程上, 自编写程序通过精简和优化获得了比商用软件更高的计算效率。虽然计算量仍比传统算法大, 但经过优化后, 计算速度已经可以接受。在复杂的气动弹性计算中, 需要同时考虑多种非线性效应, 而商用软件在计算气动弹性问题时, 往往无法打开所需的非线性开关, 或者在同时打开几个非线性开关时遭遇收敛困难。本文采用的自编写程序可根据需要打开或关闭某些非线性开关, 并根据系统收敛情况自动对时间步及计算参数进行调整, 从而获得更精确的计算结果和更快的收敛速度。同时, 该程序专门用于叶轮机械的气动弹性数值模拟, 比商用软件更具针对性, 易于捕捉叶轮机械的结构动力特性, 设置和操作也更加简单。

本文采用了交替迭代算法, 通过上述程序, 对某压气机转子叶片进行了气动弹性数值模拟。通过交替迭代算法可以得到叶片的瞬态响应, 从而判断叶片是否发生颤振。

1 交替迭代算法

交替迭代算法包括三个模块: 流体求解器、结构求解器以及界面处理系统。流体求解器提供气动载荷给结构求解器来算出结构的位移场; 结构求解器提供表面位移给流体求解器, 让后者通过结构体表面的边界条件来改变流场; 界面处理系统在这两个求解器之间进行信息传递。本文采用的结构求解器是自行开发的基于有限元法的结构

动力求解程序, 流体求解器引用了他人开发的非定常雷诺平均 Navier-Stokes 方程求解程序。交替迭代的流程如下^[8]:

- 1) 求得结构在离心力作用下的平衡位置, 这是几何非线性问题, 需通过 Newton Raphson 法迭代求解^[9]。
- 2) 求得结构平衡位置的定常流场。
- 3) 将流体计算网格上的气动力转化为结构有限元模型上的节点力。
- 4) 通过 Newmark 方法在时间上推进得到结构有限元模型上的节点位移响应。
- 5) 将结构有限元模型上的节点位移转化为流体计算网格上的位移边界条件。
- 6) 更新流体网格, 并通过流体动力学计算得到稳定的流场。
- 7) 如果不收敛, 指向第 3) 步。

图 1 是交替迭代的流程图。

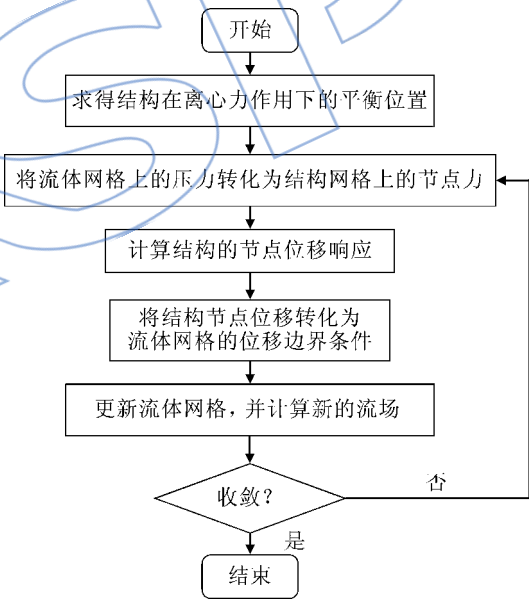


图 1 交替迭代求解气动弹性问题的流程

Fig. 1 Staggered procedure in aeroelastic analysis

2 结构求解器

2.1 有限元求解的基本步骤

在有限单元的选择上, 为了更加精确地描述流体与结构在界面上的相互作用, 选用了三维实体单元。

在迭代开始前, 通过 Newton Raphson 法求解几何非线性问题, 获得转子叶片在离心力作用下的平衡位置。同时可以获得等效刚度矩阵 $\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_c + \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_l$ 。其中 $\mathbf{K}_0$ 为小位移刚度矩阵,

K_c 为离心刚度矩阵, K_s 为应力刚化矩阵, K_1 为大位移刚度矩阵.

叶片的瞬态响应通过求解叶片的结构动力方程获得. 假设转子以恒定角速度 Ω 转动, 结构动力方程可以写为^[10]

$$M\ddot{a} + (C + G)\dot{a} + Ka = F$$

(1)

其中 M 为结构质量矩阵, C 为结构阻尼矩阵, G 为科里奥利矩阵, F 为节点气动力载荷列阵. 如果忽略科里奥利矩阵 G , 得到的结构动力方程为

$$M\ddot{a} + Ca + Ka = F$$

(2)

本文采用的结构阻尼矩阵为 Rayleigh 阻尼, 表示为质量矩阵和刚度矩阵的线性组合. 即

$$C = \alpha M + \beta K$$

(3)

α 和 β 的计算可以由两阶较重要的振型决定, 这两阶振型的阻尼比分别为 ζ_1 和 ζ_2 , 动频分别为 ω_1 和 ω_2 . 可得

$$\alpha = \frac{2(\zeta_1\omega_2 - \zeta_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}\omega_1\omega_2$$

(4)

$$\beta = \frac{2(\zeta_2\omega_2 - \zeta_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}$$

确定 α 和 β 后, 可以确定任意第 i 阶振型的阻尼比

$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2}$$

(5)

结构动力方程 (2) 的求解需要采用直接积分法, 直接积分主要包括下列几种基本方法: Newmark, Wilson θ , Houbolt, 中心差分法, 其中前三种是隐式积分, 最后一种是显式积分. 由于在结构的动力响应中, 低频成分是主要的, 所以通常采用无条件稳定的隐式算法, 此时时间步长主要取决于精度要求. 本文采用的是 Newmark 法.

2.2 大型稀疏线性代数方程组的快速求解

有限元求解的效率很大程度上取决于线性代数方程组 $Ax = b$ 的解法. 解法可以分为两种类型: 直接消去法和迭代法. 其中, 直接消去法以其稳定的表现被大多数求解器所采用.

在直接消去法中, 根据不同的问题, 可以采取不同的存储格式. 对于大型的有限元计算, 可以只存储系数矩阵中的非零元素, 并使用最小度算法来减少矩阵分解中产生的填充^[11-12], 从而大幅减少存储空间, 提高计算速度.

整个有限元方程求解的过程包括以下步骤.

1) 节点重排序: 通过对节点进行重排序, 即引入转换矩阵 P , 使得矩阵 PAP^T 的填充数小于矩阵 A 的填充数, 从而减少存储空间, 并相应地

减少分解及求解过程中的操作次数.

2) 符号分解: 通过符号分解来形成分解后的存储结构, 并且预测数值分解所需要的存储量.

3) 数值分解: 将系数矩阵 A 分解为下三角矩阵 L 及其转置矩阵的乘积.

4) 回代: 对三角矩阵进行求解, 得到待求向量.

3 压气机转子叶片的气动弹性算例

本文采用了一个压气机转子叶片的实例, 对其进行气动弹性数值模拟. 叶片的有限元模型见图 2. 叶片一端固定, 转速为 12611 r/min, 材料的弹性模量为 109×10^9 Pa, 泊松比为 0.2784, 密度为 4440 kg/m^3 .

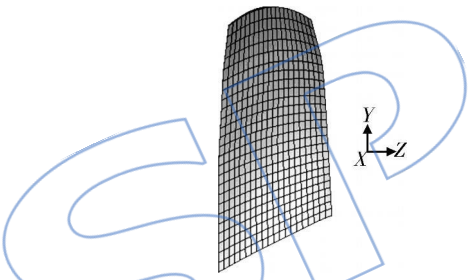


图 2 叶片的有限元模型
Fig. 2 Finite element model of blade

首先通过计算静频对程序进行验证. 分别用本文程序与商用有限元软件 ANSYS 计算前 6 阶静频, 证明了本程序的计算结果是可信的, 比较结果见表 1.

表 1 本程序与 ANSYS 的比较
Table 1 Comparison with ANSYS

阶数	静频/Hz	
	本程序	ANSYS
1	232.05	232.05
2	685.91	685.91
3	844.42	844.42
4	1 649.8	1 649.8
5	1 879.4	1 879.4
6	2 263.4	2 263.4

通过施加预应力的模态计算, 得到叶片的动频. 由于比较关注前两阶的频率, 所以提取前两阶的动频, 求得 Rayleigh 阻尼系数并依次将其带入方程 (5) 以得到各阶的阻尼比. 前 6 阶的动频和阻尼比见表 2.

表 2 前 6 阶的动频和阻尼比

Table 2 First six dynamic frequencies and damping ratios

阶数	动频/ Hz	阻尼比
1	349.31	0.00050
2	795.81	0.00050
3	880.10	0.00052
4	1 742.6	0.00083
5	1 894.3	0.00089
6	2 348.2	0.00108

选取流体与结构交换信息的时间间隔为 3.578×10^{-5} s, 称为公共交换时间. 流体在公共交换时间上又分为 100 个子步, 每个流体子步运行的时间为 3.578×10^{-7} s; 结构在公共交换时间上又分为 10 个子步, 每个结构子步运行的时间为 3.578×10^{-6} s.

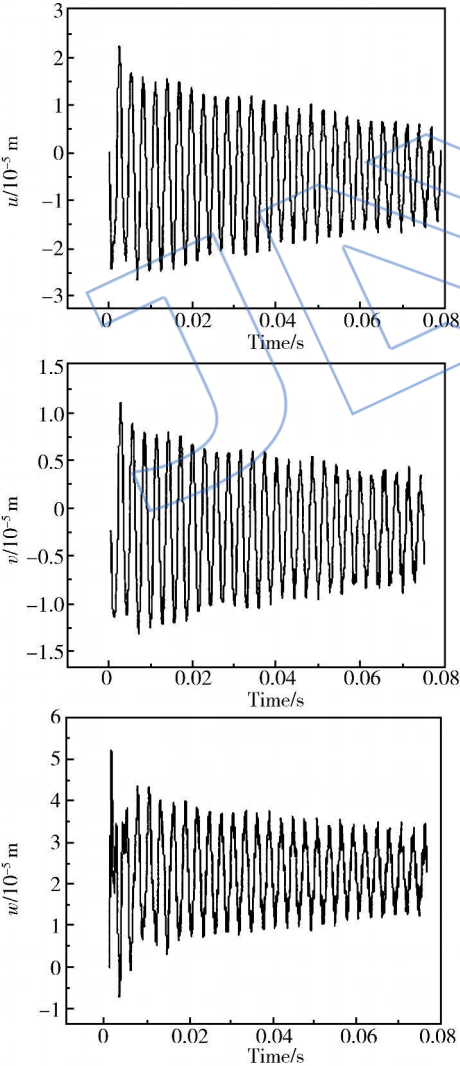


图 3 节点 A 的位移响应

Fig. 3 Response of displacement on node A

首先求解结构的平衡位置, 然后通过交替迭代得到流体压力以及结构位移, 并使用快速傅里叶变换(fractional Fourier transform, 简称 FFT)对这些参量进行频谱分析. 令 Z 方向为轴向, X 方向为周向, Y 方向为径向. 取叶尖上某节点 A 作为参考点, X , Y 和 Z 方向的位移分别表示为 u , v 和 w . 节点 A 上 X , Y 和 Z 方向的位移响应见图 3. 通过观察叶片的位移响应, 可以看出位移随时间的响应是收敛的, 该叶片在当前工作状态下不会发生颤振.

通过对节点 A 的位移响应进行 FFT 分析, 发现三个位移方向的主要频率成分都是 350.82249 Hz, 与 1 阶动频 349.31 Hz 接近, 如图 4 所示.

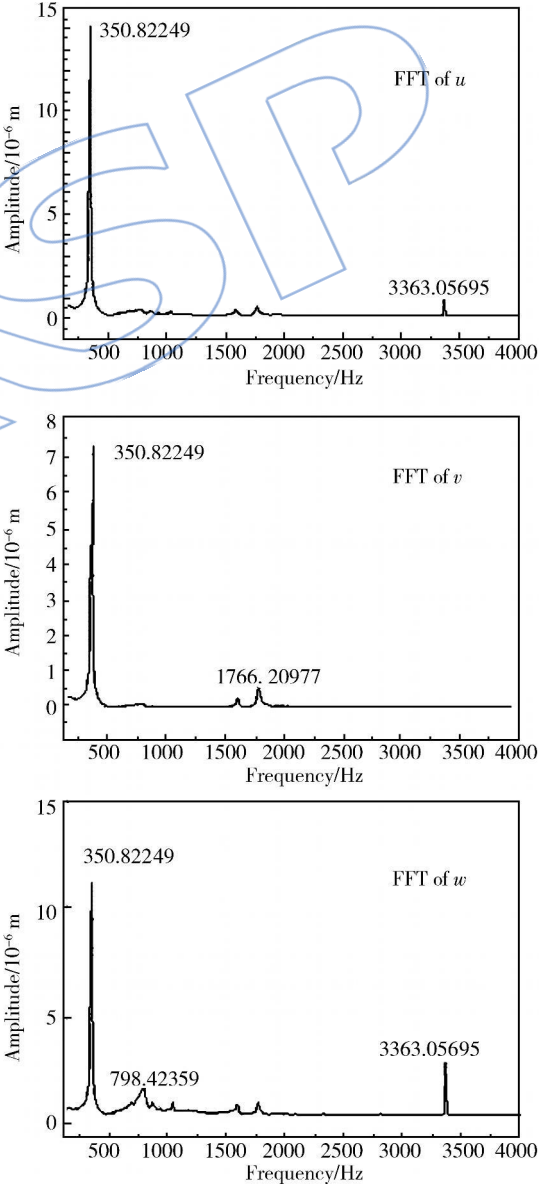


图 4 节点 A 位移响应的频谱图

Fig. 4 Frequency analysis of displacement on node A

在某一时刻, 整个叶片周向、径向和轴向的动应力分布图见图 5. 通过计算叶片的动应力, 可以得到叶片应力集中的位置, 并且作为进一步分析的依据.

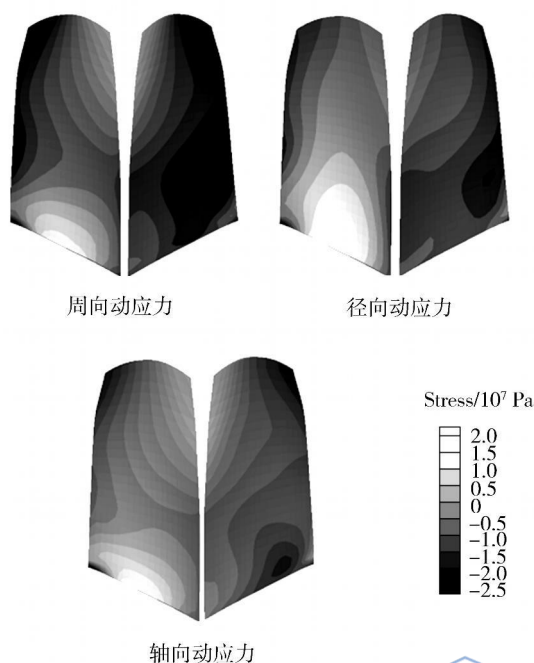


图5 应力分布图

Fig. 5 Contour plot of stress

4 结论

通过上述实例, 证明运用交替迭代算法对叶片进行气动弹性数值模拟是可行的, 同时可以得出如下结论:

1) 本方法可以得到叶片的瞬态位移响应和动应力响应, 响应收敛时, 不发生颤振; 响应发散时, 发生颤振.

2) 对叶片瞬态位移响应或动应力响应进行 FFT 分析, 可提取主要频率成分, 确定振动中起主要作用的模态阶数, 从而可以通过调整叶片频率的方式, 规避颤振的发生.

3) 通过分析叶片在气动力作用下的瞬态响

应及动应力, 可以确定叶片在工作状态下应力集中的位置, 作为进一步分析的依据.

参考文献:

- [1] Försching H W. Grundlagen der aeroelastik [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1974.
- [2] Dowell E H. A modern course in aeroelasticity [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [3] Carta F O. Coupled blade disk-shroud flutter instabilities in turbojet engine rotors [J]. Journal of Engineering for Power, 1967, 89(3): 419-426.
- [4] Reddy T S R, Bakhle M A, Trudell J J, et al. LINFLUX-AE: a turbomachinery aeroelastic code based on a 3-D linearized Euler solver [R]. NASA/TM-2004-212978, 2004.
- [5] Bennett R M, Edwards J W. An overview of recent developments in computational aeroelasticity [R]. AIAA-1998-2421, 1998.
- [6] Doi H. Fluid/structure coupled aeroelastic computations for transonic flows in turbomachinery [D]. California, USA: Stanford University, 2002.
- [7] 张正秋, 邹正平, 王延荣, 等. 三维振荡叶栅内部非定常流动数值模拟研究 [J]. 燃气涡轮试验与研究, 2009(2): 5-12.
ZHANG Zhengqiu, ZOU Zhengping, WANG Yanrong, et al. Numerical investigation of unsteady flow in 3D oscillating blades [J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2009(2): 5-12. (in Chinese)
- [8] Farhat C, Lesoinne M. Higher order staggered and subiteration free algorithms for coupled dynamic aeroelasticity problems [R]. AIAA-1998-0516, 1998.
- [9] Zienkiewicz O C, Taylor R L. The finite element method, fifth edition: Volume 2—Solid mechanics [M]. Oxford: Butterworth Heinemann, 2000.
- [10] Gupta K K. Free vibration analysis of spinning structural systems [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1973, 5(3): 395-418.
- [11] Liu J W H. Modification of the minimum degree algorithm by multiple elimination [J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 1985, 11(2): 141-153.
- [12] George A, Liu J W H. A fast implementation of the minimum degree algorithm using quotient graphs [J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 1980, 6(3): 337-358.