

文章编号: 1000-8055(2010)09-1994-06

支撑随机刚度参数模拟试验装置的设计

刘保国¹, 程 敏¹, 徐明欣²

(1. 河南工业大学 机电工程学院 机械电子工程研究所, 郑州 450052;

2. 柳州五菱汽车联合发展有限公司, 柳州 545007)

摘 要: 利用电磁力随电磁场强度变化而改变的原理, 设计电磁支撑与机械支撑并联的试验装置, 实现机械系统支撑刚度参数随电磁场强度的变化. 通过对试验装置数学模型的研究和线性化分析, 给出了通过控制电流的随机改变实现机械系统支撑刚度参数随机变化的四个设计准则. 线性化准则可保证机械系统支撑刚度的线性特性; 线性随机准则能确保支撑刚度参数与随机控制电流间的线性关系; 随机分量显著准则使得支撑刚度具有明显的随机特征, 便于试验研究; 综合刚度为正的设计准则, 能够保证试验系统的稳定性. 根据这些设计准则, 制成了具有随机刚度支撑参数的模拟试验装置. 试验表明, 使用该试验装置可以较好地实现支撑刚度参数的随机模拟.

关 键 词: 支撑刚度; 随机模拟; 模拟试验装置; 设计准则; 电磁支撑

中图分类号: TH113.1; O324

文献标识码: A

Design of the simulation test device of a support with random stiffness parameter

LIU Bao guo¹, CHENG Min¹, XU Ming xin²

(1. Research Institute of Mechatronic Engineering,

School of Mechanical and Electrical Engineering,

Henan University of Technology, Zhengzhou 450052, China;

2. Liuzhou Wuling Motors United Development Company Limited, Liuzhou 545007, China)

Abstract: Based on the principle that electromagnetic force varies with electromagnetic field, a test device with parallel electromagnetic and mechanical support elements was designed to realize the varying of the system support stiffness with the electromagnetic field strength. By studying and linearizing the mathematical model of this simulation test device, four design rules were given, making sure that the system support stiffness parameter could be randomly controlled by the controllable random electric current. The linearized rule guarantees the linearity of the system support stiffness; the linear random rule engenders the linear relationship between the support stiffness parameter and the controllable random electric current; the rule of significant random stiffness weight brings about obvious randomness of the system support stiffness, and satisfies the demand of testing; finally the rule of the positive system total stiffness ensures the stability of the simulation test device. Consequently, the simulation test device of random stiffness parameter has been constructed according to these four rules. The test results show that the simulation test device can well simulate the random stiffness parameter.

收稿日期: 2009 07 25; 修订日期: 2009 12 15

基金项目: 国家自然科学基金(10872064)

作者简介: 刘保国(1962-), 男, 河南武陟人, 教授, 博士, 研究方向: 机械设备振动、转子动力学.

Key words: support stiffness; random simulation; simulation test device; design rule; electromagnetic support

随机参数结构系统动力学问题的研究始于 20 世纪 60 年代^[1-3], 经过近 50 年的发展, 已经形成了以随机有限元素法为主要研究手段^[1]与其他研究手段并重^[4-7]的有较完整理论体系的学科分支。

尽管随机参数动力学问题的理论研究比较充分, 但在试验研究方面, 由于模拟结构随机参数的试验成本非常高, 所以极少有人进行随机参数系统动力学问题的试验研究, 几乎所有的试验研究都是用 Monte Carlo 数值模拟方法来完成的^[1,8]。

本文给出了一种低成本的支撑随机刚度参数模拟试验装置的试验方案, 利用电、磁、力三者之间的依存关系, 以模拟量输出卡产生的随机电流为控制源, 控制受控电磁支撑的电磁场强度和电磁力, 进而实现系统支撑刚度参数的随机变化。由于模拟量输出卡的输出电流是可控编程控制的, 所以该试验装置可以模拟具有任何概率分布特征的支撑随机刚度参数。

通过对试验装置数学模型的研究和线性化分析, 本文给出了通过电流的随机改变实现机械系统支撑刚度参数随机变化的四个设计准则: 线性化准则、线性随机准则、随机分量显著准则和系统综合刚度为正的准则。线性化准则可保证机械系统支撑刚度的线性特性; 线性随机准则能确保支撑刚度参数与随机供电电流间的线性关系; 随机分量显著准则使得支撑刚度具有明显的随机特征, 便于试验研究; 综合刚度为正的设计准则, 能够保证试验系统的稳定性。根据这些设计准则, 制成了具有可控随机刚度支撑参数的模拟试验装置。试验表明, 使用该试验装置可以很好地实现支撑刚度参数的随机模拟。

1 试验装置的工作原理

图 1 是支撑随机刚度参数模拟试验装置的原理图。机架是铁磁材料, 由机械弹性支撑元件和电磁支撑并联组成的支撑系统支撑。电磁支撑的供电电流由模拟量输出卡提供的随机电流 i 和直流恒流电源提供的偏置电流 I_0 两部分组成。偏置电流 I_0 可以保证电磁铁的静态工作点, 使其在线性范围内工作。

由于电磁铁对铁磁材料的引力作用, 电磁支撑具有负的刚度参数, 为了保证试验系统的稳定

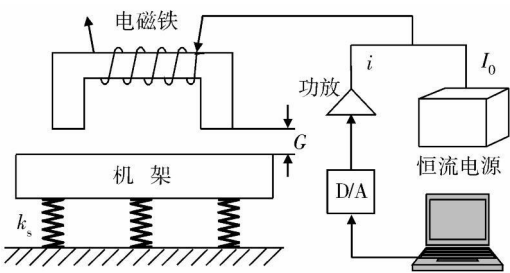


图 1 模拟试验装置的原理图
Fig.1 Sketch of simulation test device

性, 试验系统的综合刚度必需为正。设计具有较大刚性的弹性支撑元件与电磁支撑并联, 即可达到该目的。

2 试验装置的数学模型

模拟试验装置的磁路简化模型如图 2 所示。电磁铁铁芯、间隙及机架构成了闭合主磁通路。假定电磁铁铁芯、机架和间隙中的磁场是分段均匀的, 在忽略漏磁和磁滞影响的情况下^[9], 根据麦克斯韦方程, 电磁铁与机架之间的吸引力^[10]

$$F = \frac{B_0^2 A_0}{\mu_0} \tag{1}$$

式中 μ_0 为空气的磁导率 (H/m); A_0 为磁极与机架间隙的横截面积 (m^2); B_0 为磁极与机架间隙的磁感应强度 (T)。

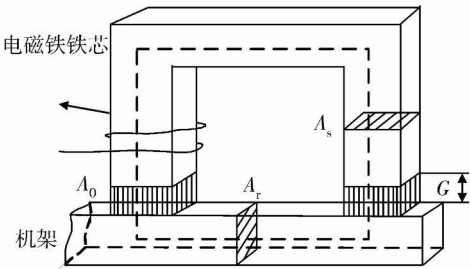


图 2 模拟试验装置的磁路简化模型
Fig. 2 Magnetic way of simulation test device

根据磁路安培环路定律, 磁通势

$$NI = \frac{\Phi_s}{\mu_s A_s} l_s + \frac{\Phi_r}{\mu_r A_r} l_r + \frac{\Phi_0}{\mu_0 A_0} 2G \tag{2}$$

式中 N 为电磁铁线圈总匝数; I 为电磁铁线圈的通电电流 (A); Φ_s 为电磁铁铁芯的磁通量 (Wb); Φ_r 为通过机架的磁通量 (Wb); Φ_0 为磁极与机架间隙间的磁通量 (Wb); l_s 为电磁铁铁芯磁路的平均长度 (m); l_r 为机架磁路的平均长度 (m); A_s 为

电磁铁铁芯磁路的横截面积(m^2); A_r 为机架磁路的横截面积(m^2); μ_s 为电磁铁铁芯材料的磁导率(H/m); μ_r 为机架材料的磁导率(H/m); G 为电磁铁磁极与机架间的间隙(m).

若忽略漏磁, 有 $\Phi_s = \Phi_r = \Phi_0$; 并简化设计, 使: $A_s = A_r = A_0 = A$. 则由式(2)得到

$$B_0 = \frac{\Phi_0}{A_0} = \frac{NI}{\frac{l_s}{\mu_s} + \frac{l_r}{\mu_r} + \frac{2G}{\mu_0}} \quad (3)$$

试验中电磁铁铁芯材料采用电工纯铁, 磁导率一般在 $\mu_s = 10000 \sim 20000 \text{H/m}$; 机架用的是铁磁性材料, 磁导率通常为 $\mu_r = 10000 \sim 3000 \text{H/m}$. 空气的磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$. 可见 $\mu_s \gg \mu_0$, 且 $\mu_r \gg \mu_0$. 所以, 式(3)可以简化为

$$B_0 \approx \frac{NI\mu_0}{2G} \quad (4)$$

将式(4)代入式(1), 有

$$F = \frac{\mu_0 A_0 N^2}{4} \cdot \frac{I^2}{G^2} \quad (5)$$

式(5)表明: 电磁铁与机架间的引力与通电流 I 的平方成正比, 与磁极和机架间的间隙 G 的平方成反比.

试验时, 电磁铁的供电电流包括偏置电流 I_0 和随机电流 i , 即

$$I = I_0 + i \quad (6)$$

磁极与机架间的间隙也是静态间隙 g 与动态间隙 x 叠加的结果, 即

$$G = g + x \quad (7)$$

把式(6)、式(7)代入式(5), 得到电磁力的表达式

$$F(i, x) = \frac{\mu_0 S N^2}{4} \cdot \frac{(I_0 + i)^2}{(g + x)^2} \quad (8)$$

式中 S 是有效磁场面积, 在不计漏磁、或漏磁很小的情况下 $S \approx A_0^{[9]}$.

3 试验装置的设计准则

3.1 电磁力的线性化准则

式(8)表明: 当试验装置的结构参数、电磁铁的偏置供电电流 I_0 、以及磁极与机架间的静态间隙 g 确定后, 电磁力仅仅是随机电流 i 和动态间隙 x 的函数. 由于 x 相对于 g 是小量, 先把式(8)在 $x=0$ 处作泰勒展开, 取二次项有

其中

$$F_0(i) = \frac{\mu_0 S N^2}{4g^2} (I_0 + i)^2 \quad (10)$$

$$k_x(i) = - \frac{\mu_0 S N^2}{2g^3} (I_0 + i)^2 \quad (11)$$

$$k_{xx}(i) = \frac{3\mu_0 S N^2}{4g^4} (I_0 + i)^2 \quad (12)$$

零次项 $F_0(i)$ 是与动态间隙 x 无关的量, 称作电流力; 一次项系数 $k_x(i)$ 显然是电磁支撑的线性刚度系数, 由于电磁铁提供的是吸引力, 所以该系数为负; 二次项 $k_{xx}(i)x^2$ 则反映了电磁支撑的非线性特性.

为了使电磁支撑尽可能接近线性特性, 希望式(9)中的一次项要远远的大于二次项, 即

$$\alpha = \left| \frac{k_{xx}(i)x^2}{-k_x(i)x} \right| = \frac{3}{2} \cdot \frac{x}{g} \ll 1 \quad (13)$$

可导出

$$x \ll \frac{2}{3}g \quad (14)$$

式(14)即是试验装置电磁力的线性化准则, 它要求磁极与机架间的动态间隙要远远小于静态间隙. 当试验装置的设计参数满足该准则时, 电磁支撑可以近似地看作具有线性刚度特性的支撑. 此时, 式(9)可以改写成

$$F(x) = F_0(i) + k_x(i) \cdot x \quad (15)$$

3.2 电磁支撑刚度系数的线性随机准则

把式(11)展开, 得到电磁支撑的刚度系数与随机控制电流间的关系

$$k_x(i) = - \frac{\mu_0 S N^2}{2g^3} (I_0^2 + 2I_0i + i^2) \quad (16)$$

由于控制电流 i 是随机变化的, 为了便于系统的控制分析, 希望 $k_x(i)$ 与 i 间的关系接近线性关系, 必须有 $i^2/2I_0i = i/2I_0 \ll 1$, 即

$$i \ll 2I_0 \quad (17)$$

近似地有

$$k_x(i) = - \frac{\mu_0 S N^2}{2g^3} (I_0^2 + 2I_0i) \quad (18)$$

此时, 电磁支撑的刚度系数与随机控制电流 i 间近似为线性关系. 当随机控制电流服从正态分布时, 电磁支撑的刚度系数同样服从正态分布, 当随机控制电流为其他分布时, 也很容易导出刚度系数的分布状态.

式(17)即是电磁支撑刚度系数的线性随机准则.

3.3 随机分量显著准则

本项研究的目的是要研究随机支撑刚度参数对系统动力学特性和动力学响应的影响. 虽然式(17)可以保证电磁支撑的刚度系数与随机控制电

流 i 间近似为线性关系, 但是, 当随机控制电流 i 相对于偏置电流 I_0 过小时, 由式(18)可以看出, 可能会引起支撑刚度系数的随机分量相对于静态分量过小的后果, 直至影响试验效果。

为了使试验效果明显, 便于试验数据的测量和分析, 须保证式(18)中随机项相对于静态项达到一定的数值 γ , 即 $2I_0i/I_0^2 = 2i/I_0 \geq \gamma$. 由此可以得出

$$i \geq \gamma I_0 / 2 \tag{19}$$

式(19)即是保证电磁支撑刚度系数随机分量显著的准则。

线性随机准则(17)要求随机控制电流 i 的数值越小越好, 而随机分量显著准则(19)又要求 i 不能太小. 因此, 在实际的结构设计中, 要兼顾两者, 将 i 控制在一定的范围内, 4.3 节给出了应用实例。

3.4 试验装置综合刚度为正的准则

由式(11)可知, 电磁支撑的刚度系数为负. 为保持试验系统的稳定性, 必须满足试验系统的综合刚度为正的准则. 假定机械弹性支撑元件的刚度为 k_s , 则必须有

$$k_s + k_x(i) > 0 \tag{20}$$

式(20)即是保证模拟试验装置稳定的条件, 可见机械弹性支撑元件的刚度越大, 系统的稳定性越好. 为了使随机分量显著的准则不至于被破坏, 机械支撑弹性元件的刚度也不宜太大. 一般取 k_s 与 $k_{xx}(i)$ 在同样的数量级别, 且保证前者较大即可。

4 模拟试验装置的参数设计

实际模拟试验装置的结构示意图如图 3 所示

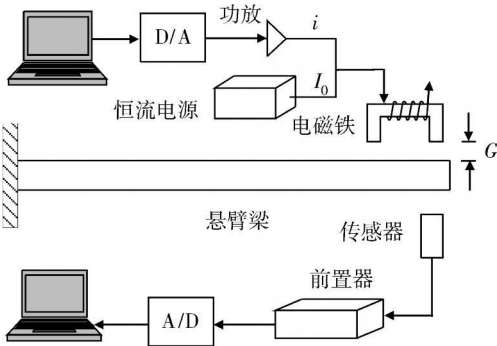


图 3 模拟试验装置的结构示意图

示. 为简化设计, 用悬臂梁实现弹性支撑元件和机架的功用. 测试系统由 RS901104 电涡流传感器、Focus100 数据采集器和计算机构成。

按照如下顺序设计考虑模拟试验装置的设计准则, 进行设计。

4.1 确定电磁支撑的静态工作间隙

RS901104 型电涡流传感器的动态测量范围较大, 当动态位移的幅值在 0~ 2.0mm 的范围内时, 输出灵敏度为 1.25 V/mm, 有较高的测量精度. 所以模拟试验装置的动态位移范围可以在此范围内任意选取, 但为了不致使试验装置尺寸太大, 并尽可能减少漏磁现象, 设计中取 $\alpha = 15 \sim 20 \mu\text{m}$. 根据线性化设计准则(13), (14), 控制二次项的比例在 5% 的范围内, 即 $\alpha \leq 5\%$, 则电磁支撑的静态间隙取值应在不大于 0.45~ 0.6 mm 的范围内. 实际设计取 $g = 0.5 \text{ mm}$, 此时, 如果测试系统的动态范围 $x \leq 17 \mu\text{m}$, 则模拟试验装置支撑刚度非线性误差不超过 5%. 由于静态间隙很小, 漏磁可以忽略, 若静态间隙较大, 则需要修正^[11].

4.2 确定磁场的磁感应强度^[11]

模拟试验装置的数学模型是建立在 $\mu_s \gg \mu_0$, $\mu_r \gg \mu_0$ 的基础上, 即要求电磁铁铁芯和悬臂梁材料为磁导率较大的铁磁性材料. 而铁磁性材料的磁导率一般不是常数, 它是随磁场强度的变化而变化的; 因 $\mu = B/H$, 磁感应强度 B 也随磁场强度 H 而变化. 典型铁磁性材料的磁感应强度 B 与磁场强度 H 间的关系如图 4 所示^[12].

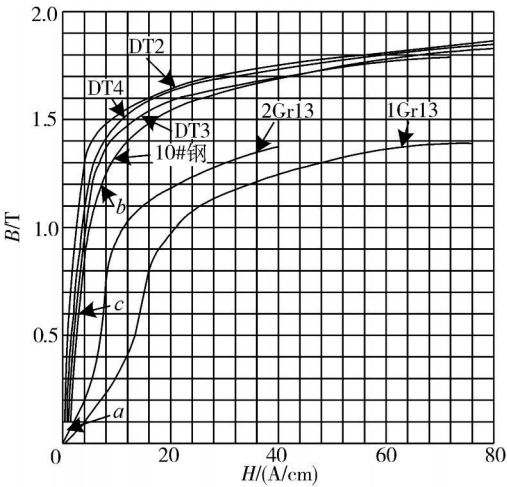


图 4 纯铁(DT2, DT3, DT4), 10# 钢的磁化曲线
Fig.4 Magnetized curves of pure iron (DT2, DT3, DT4)

Fig.3 Structural sketch of simulation test device

实际工程中,要求铁磁性材料应具有较好的磁性特点,即要求磁感应强度曲线的线性范围大,包围的面积小.常见的材料有纯铁和低碳钢.在本项试验中,电磁铁铁芯材料采用的是电工纯铁,悬臂梁材料选用的是 10[#] 钢,这两类铁磁性材料磁化特性也表示在图 4 中.

在铁磁性材料上加磁场时,磁感应强度 B 随磁场强度 H 的增大而增大,当磁场强度增大到一定值时, B 的变化不明显,进入饱和状态.因此,静态工作点的选取应使磁感应强度小于饱和磁感应强度.本项试验静态工作点选取在磁化曲线近似线性段的中点.参照图 4 所示 10[#] 钢的磁化曲线, ab 段为其近似线性范围, c 点为中点,此时, c 点值 0.6 T,即磁感应强度的取值为 $B_0=0.6\text{ T}$.

4.3 确定电流参数

考虑到线性随机准则(17)和随机分量显著准则(19),随机电流 i 应满足 $\sqrt{I_0}/2 \leq i \leq 2I_0$.若取 $\gamma=0.2$,即要求电磁支撑刚度参数的最大随机分量达到静态分量的 20%,则随机电流的最大值控制在 $i_{\max}=0.1I_0$ 即可,此时,非线性随机刚度项相对于线性随机刚度项的比例为 $(i/2I_0) \leq 5\%$,可以满足模拟试验的要求.

再根据前面确定的静态工作间隙 g 和磁感应强度 B_0 ,由式(4)可以导出,电磁支撑磁铁的静态磁通势应为 $NI_0=2B_0g/\mu_0=477$ 安匝,此时电磁铁芯和悬臂梁有较好的磁化特性.

试验中,若偏置电流 I_0 太大,不仅会带来较大的升温,影响电磁铁的工作性能,而且随机电流 i 也要大幅提高才能满足 $i_{\max}=0.1I_0$ 的要求.考虑到所用模拟量输出卡的最大输出电流只有 20mA,且只能单向输出,所以取 $I_0=100\sim 150\text{ mA}$, $N=2500$ 匝,此时,电磁铁芯和悬臂梁的工作点在图 4 的 ac 间,也有较好的磁化特性.

4.4 确定悬臂梁刚度参数

根据以上所选参数,电磁支撑的静态刚度参数大约为 $k_x(i)=600\sim 900\text{ N/m}$.遵守综合刚度为正的设计准则式(20),设计悬臂梁的刚度为电磁支撑刚度的大约两倍.实际模拟试验装置悬臂梁的刚度参数 $k_s=1.557\times 10^3\text{ N/m}$.

试验装置及测量传感器的分布如图 5 所示.图中 1 是悬臂梁,用作机械支撑;2 是电涡流传感器,用于测量系统固有频率;3 是电磁铁,受偏置电流和随机电流控制,产生随机刚度.

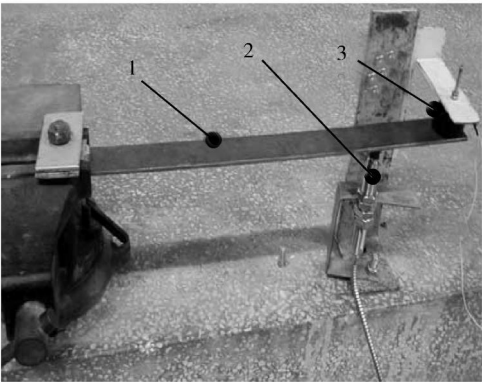


图 5 试验装置及传感器
Fig. 5 Test device and transducer

5 模拟试验结果分析及结论

利用上述试验装置,通过改变偏置电流和随机电流,进行了三种工况的系统固有频率测试,每种工况下都进行了 32 次测量.试验分析的结果如表 1 所示.表中固有频率的计算值是指具有一阶摄动精度的系统随机固有频率的均值和方差^[7],实测值是 32 次测量结果的统计平均值和方差,偏差则是这两者均值间的相对误差.

表 1 三组模拟试验数据
Table 1 Data of three simulation tests

偏置 电流 I_0 / mA	随机电流		固有频率/Hz				
	均值	方差	计算值		实测值		偏差/
	$E(i)/$ mA	$\sigma(i)/$ mA	均值	方差	均值	方差	%
80	15	2	17.03	0.22	15.98	0.18	6.15
93	14	2	15.54	0.28	15.09	0.21	2.88
140	14	2	14.01	0.24	13.95	0.17	0.40

从表 1 中的数据可以看出,第一种工况下固有频率计算值和实测值的偏差最大,第三种工况则最小.这主要是由于第一种工况下的偏置电流较小,与 4.3 节的要求有较大的差距,第三种工况的偏置电流则最接近要求,所以偏差也最小.

从上述分析可以看出:只要满足电磁力的线性化准则、电磁支撑刚度系数的线性随机准则和随机分量显著准则、以及系统综合刚度为正的准则,并使得系统有较好的磁化特性,用电磁支撑与机械弹性元件并联组成的模拟试验装置可以较好地实现支撑刚度参数的随机模拟.试验装置达到了预期的设计目标.

参考文献:

- [1] 陈虬, 刘先斌. 随机有限元法及其工程应用[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1993.
- [2] Soong T T, Bogdanoff J L. On the natural frequencies of a disordered linear chain of N degrees of freedom [J]. Int. J. Mech. Sci. , 1963, 5(3): 237-265.
- [3] Soong T T, Bogdanoff J L. On the impulsive admittance and frequency response of a disordered linear chain of N degrees of freedom [J]. Int. J. Mech. Sci. , 1964, 6(3): 225-237.
- [4] Dimentberg M F, Ryzhik B, Sperling L. Random vibrations of a damped rotating shaft [J]. J. of Sound and Vibration, 2005, 279: 275-284.
- [5] Zhang Y M, Wang S, Liu Q L. Reliability analysis of multi-degree of freedom nonlinear random structure vibration systems with correlation failure modes [J]. Science in China, 2003, 46(5): 498-508.
- [6] 李杰, 陈建兵. 随机结构动力反应分析的概率密度演化方法 [J]. 力学学报, 2003, 35(4): 437-442.
LI Jie, CHEN Jianbing. Probability density evolution method for analysis of stochastic structural dynamic response [J]. Acta Mechanica Sinica, 2003, 35(4): 437-442. (in Chinese)
- [7] 刘保国, 王威, 殷学纲. 一维随机参数结构的特征值问题 [J]. 机械强度, 2004, 26(4): 367-370.
LIU Baoguo, WANG Wei, YIN Xuegang. Eigenvalue problems of one dimensional structure with random parameters [J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 26(4): 367-370. (in Chinese)
- [8] 乔红威, 吕震宙. 随机激励下随机结构动力可靠性灵敏度分析 [J]. 振动工程学报, 2008, 21(4): 404-408.
QIAO Hongwei, LÜ Zhenzhou. Dynamic reliability sensitivity analysis for stochastic structures under random excitations [J]. Journal of Vibration Engineering, 2008, 21(4): 404-408. (in Chinese)
- [9] 徐明欣, 刘保国, 孙磊. 随机变刚度支撑平台的研究 [J]. 机械设计, 2008, 25(8): 16-17.
XU Mingxin, LIU Baoguo, SUN Lei. A study on the supporting platform with random variable stiffness [J]. Journal of Machine Design, 2008, 25(8): 16-17. (in Chinese)
- [10] 胡业发, 周祖德, 江征风. 磁力轴承的基础理论与应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [11] 徐明欣. 结构支撑刚度参数的随机模拟实验研究 [D]. 郑州: 河南工业大学, 2008.
XU Mingxin. Experimental research on random simulation of supporting stiffness parameter of structure [D]. Zhengzhou: Henan University of Technology, 2008. (in Chinese)
- [12] Deng J H, Li C F, Zhao Z H. Numerical simulation of magnetic flux and force in electromagnetic forming with attractive force [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2007, 184: 190-194.