

文章编号:1000-8055(2010)05-1036-07

航空运行风险的灰色神经网络模型

王衍洋, 曹义华

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

摘 要: 采用灰色神经网络的方法,建立了中国民航运行风险的非线性在线模型.模型以风险监测指标作为输入,以评价民航安全的综合指数作为输出,编写了模型计算软件进行仿真计算.计算结果表明,模型预测值与实际安全综合指数值吻合较好,验证了方法的正确性.利用该模型既可以确定风险监测指标中的主要影响指标,为民航降低运行风险提出合理的建议;又可以对民航安全的综合指数进行分析,为行业的安全运行提供预警.

关 键 词: 风险预测; 航空安全; 民用航空; 灰色系统; 神经网络

中图分类号: V328.1

文献标识码: A

Gray neural network model of aviation safety risk

WANG Yan-yang, CAO Yi-hua

(School of Aeronautic Science and Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A non-linear online model of China civil aviation risk was developed by using gray neural network method. Risk model inputs are represented by risk monitoring indicators about China civil aviation safety and output is represented by composite safety index of assessing China civil aviation industry safety. Numerical computation software was programmed based on this model. The agreement of the perception data of computation software with the actual data of composite safety index indicates that, using gray neural network method is correct. Using this risk model, the main influential factors from numerous risk monitoring indicators about civil aviation safety can be found out, and the reasonable proposal can be made for reducing China civil aviation safety risk. On the other hand, analysis of composite safety index of assessing China civil aviation industry safety can be made for providing a warning about China civil aviation safety.

Key words: risk perception; aviation safety; civil aviation; grey system; neural network

为了提高民航运行的安全水平,各国都建立了大量的行业规章或国家标准,来规范民用航空的运行.但是,传统的管理体系只是重视规章符合性,即便是完全按照规章的要求运行,各种事故和事故征候还是难以避免的,因此,民航规章只是航

空运输业的最低运行标准.各个国家和民航组织都在持续改进管理,以不断提高民航的安全水平.1995年国际民航组织(International Civil Aviation Organization,简称ICAO)启动了安全监督计划,后来发展为普遍安全监督审计计划,由

收稿日期:2010-02-09; **修订日期:**2010-03-30

作者简介:王衍洋(1971-),男,辽宁营口人,讲师,硕士,主要从事飞行力学、飞行安全等领域的教学与研究工作.

E-mail: wangyanyang@buaa.edu.cn

ICAO 组织有关专家,对成员国进行安全评估并帮助实施改正措施.国际航空运输协会于 2003 年开始使用运行安全审计计划帮助行业将事故率降低更低,该计划综合了安全审计、设施安全、安全数据管理与分析、安全管理系统、飞行操作和货物安全等方面,从而使行业有一个更安全的标准.美国联邦航空局(Federal Aviation Administration, 简称 FAA)从 1998 年开始应用系统安全管理思想对航空公司进行安全监察,建立了美国航空运输监察工作系统,采用航空承运人评估工具等一系列监察工具对承运人进行监察管理.在安全评价方面,FAA 在 2003 年提出的单一安全指数指标^[1]成为新的民航运行安全评价指标.FAA 的 AAR-490 风险分析部门长期资助开发航空安全风险分析和原型工具,建立了智能安全性能、评估和控制系统,以及性能测量简化工具、集群决策支持系统、航空系统风险模型等原型系统,分别用于性能分析和评价、性能测量、航空安全风险因素重要性分析和对航空系统风险因素的复杂相互作用进行建模.

中国民航在安全监察领域也进行了研究,并建立了民航行业事件诱因层面风险监测指标体系^[2],从人、机、环境和管理四个方面建立比较全面的指标,从事件发生的诱因层面监测行业运行的情况.另一方面,在民航运行的结果评价方面,除了使用传统的万小时事故率、万架次事故率、亿客公里死亡率等指标^[3]外,国内也提出了综合指数评价方法^[4].综合指数不仅包含了 FAA 的单一指数指标使用的事故、事故征候的数据,还包括了不安全事件的数据,更加全面的体现民航运行的安全水平.

对于民航系统的运行风险模型的研究,国内刚刚开展.本文基于系统安全思想,建立了民航事件诱因层面风险监测指标与民航运行的安全评价指标之间的关系模型,确定诱因指标和安全评价指标的因果关系.利用本文建立的模型,根据当前民航运行的结果评价指标状况,分析各个诱因指标对于民航实际安全水平的影响程度,给出提升民航运行安全水平的建议,实现一个闭环的管理过程,对于提高我国民航运行的安全水平具有实际意义.

本文采用灰色神经网络方法,建立民航行业事件诱因层面风险监测指标和安全评价指标之间的非线性模型.诱因层面风险监测指标采用文献[2]中的 27 个 2 级行业监测指标,民航运行的结

果评价指标采用文献[4]中的综合指数真实值,因此,该模型能够反映民航运行的安全风险.

1 神经网络模型

一个 3 层的前馈神经网络能够以任意精度逼近任何连续的非线性函数映射^[5-7],因此,本文采用前馈神经网络建立模型.由于径向基函数(radial basis function,简称 RBF)神经网络具有单隐层、“局部映射”等特性^[8],尤其是“局部映射”特性,与我们的应用背景非常符合:对于不同的输入,宁愿模型没有输出,也不希望得到有较大误差的输出.并且,在前向网络中 RBF 网络是完成映射功能的最优网络^[9],因此本文采用 RBF 神经网络作为基本的建模方法.

1.1 RBF 模型

RBF 网络结构是一个由输入层、隐含层和一个线性输出层组成的 3 层结构前向网络,隐含层中采用径向基函数 $\Phi(x) = e^{-\frac{\|x-c\|^2}{r^2}}$, x 为输入, c 和 r 是隐节点的数据中心与宽度,而输出层采用线性激活函数.

如图 1 所示为 $n \times h \times m$ 结构的 RBF 网络,即网络具有 n 个输入, h 个隐节点, m 个输出.其中 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ 为网络输入矢量, $b_1, \dots, b_m$ 为输出单元偏移, $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ 为网络输出, $\phi_i(x)$ 为第 i 个隐节点的激活函数,采用高斯函数 $\phi_i(x) = e^{-\frac{\|x-c_i\|^2}{r_i^2}}$,图中输出层节点中的 Σ 表示输出层神经元采用线性激活函数, $W \in \mathbb{R}^{h \times m}$ 为输出权矩阵.如图 1 所示的 RBF 网的第 k 个输出可表示为 $y_k = \sum_{i=1}^h w_{ik} \phi_i(\|x - c_i\|) + b_k, c_i \in \mathbb{R}^n$ 是网络第 i 个节点的数据中心, r_i 为该隐节点的宽度.

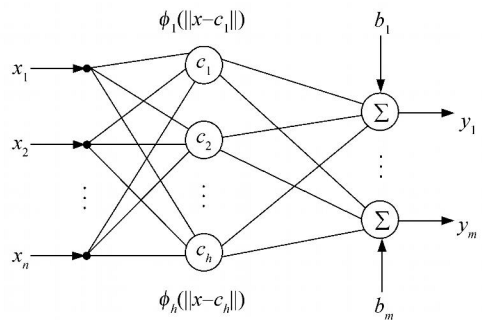


图 1 RBF 网络结构

Fig.1 RBF network structure

1.2 RON 神经网络模型

由于 RBF 网络的隐节点中心的参数比较难确定,实际建模中,我们采用改进的 RBF 网络——资源优化网络(resource optimizing network,简称 RON)方法^[8]. RON 神经网络是一种在线建模方法, RON 神经网络建模的基本思想是在网络学习过程中同时使用多个样本,在线动态调节网络参数:在当前网络对样本偏差过大时在线生成新的隐节点;当偏差较小时,通过调节数据中心、输出权值和偏移等参数来降低误差;当隐节点长期不被激活使用时,删除隐节点;当网络中产生重合的隐节点时,合并冗余的隐节点.

以一个 $ir-h-1$ 网络结构的 RBF 网为例,其 RBF 网模型为

$$f(x) = \sum_{i=1}^h w_i \Phi_i(x) + b \quad (1)$$

式中 $f(x) \in \mathbf{R}$ 为网络的输出;输出权值 $w = [w_1, w_2, \dots, w_h]$, w_i 为第 i 个隐节点的输出权值; b 为输出偏移.

考虑 RBF 网络在线学习的情况. 假定当前 RBF 网络中已经有 h 个隐节点 ($h \geq 0$). 一般来说,对于最新输入的新样本 (x_n, y_n) , 神经网络的输出 $f(x_n)$ 与样本输出 y_n 之间都会存在偏差 e_n , 即

$$e_n = y_n - f(x_n) \quad (2)$$

为了使神经网络对新样本的偏差 e_n 维持在精度许可的范围内,需要调整该 RBF 网的各种参数,包括网络的结构参数和各种权值的大小. RON 神经网络采用如下的调整原理在线生成网络.

1) 滑动窗口

滑动窗口是一个固定长度的先进先出的队列,队列中的元素就是在线输入的训练样本. 例如,长度为 L 的滑动窗口可以表示为

$$[(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_L, y_L)] \quad (3)$$

在训练时,样本按顺序排列,依次进入窗口,窗口中 (x_L, y_L) 一直是最新的样本, (x_1, y_1) 是最老的样本.

在训练过程中,网络对所有样本的误差加权求和,作为网络的误差. 求和时,新样本的训练误差采用较大的加权系数,这样就强调了新样本的信息. 由于滑动窗口中的所有样本都同时作为神经网络的训练样本,因此提高了算法的鲁棒性.

2) 隐节点在线生成

网络训练时,对于每个进入到滑动窗口中的新样本 (x_n, y_n) ,首先要确定网络是否需要增加新的隐节点. 如果当前的网络对于新样本满足新性条件

$$d_n = \|x_n - c_{\text{nearest}}\| > \delta_{\min} \quad (4)$$

$$e_n = \|y_n - f(x_n)\| > \epsilon_{\min} \quad (5)$$

说明样本 (x_n, y_n) 就不能由当前网络实现,此时,就需要增加新的隐节点.

式(4)中 d_n 代表样本输入与最近的隐节点的距离. 条件式(4)成立,意味着新样本离网络现有的所有隐节点都较远,即没有激活任意一个隐节点. 条件式(5)意味着当前神经网络对新样本的输出偏差过大,无法通过参数的调整使网络的输出满足要求.

这两个条件(式(4)和式(5))必须同时满足,才增加新的隐节点,新增隐节点的中心取为 x_n .

3) 网络参数在线调节

如果当前神经网络对新样本不满足第 2) 步的新性条件时,采用梯度法调节网络隐节点的中心和宽度,逐渐消除偏差,直到网络误差满足要求.

4) 隐节点在线合并和删除

在用梯度法调节网络中的数据中心位置和宽度时,如果两个或多个隐节点数据中心比较接近,隐节点的宽度 r 数值也基本相等,此时这些隐节点所起的作用比较接近,应该合并;另外,如果某些隐节点长时间未被激活,逐渐偏离工作区域,变成无用的隐节点,则将该隐节点删除.

2 灰色神经网络模型

因为事故是小概率事件,因此我们选用的文献[4]中的民航运行结果评价指标的计算采样周期为月. 同时,受国内开展民航行业事件诱因层面风险监测指标体系研究时间的限制,目前只有 1998 年以后的数据,因此在训练 RON 神经网络时,训练样本不足的问题就突显出来. 而灰色系统理论恰好能够解决这个问题.

2.1 灰色系统简介

灰色系统理论是 20 世纪 80 年代由邓聚龙教授创立的理论,是一种研究少数据、贫信息不确定性问题的新方法. 灰色系统着重研究概率统计、模糊数学所不能解决的“小样本、贫信息不确定”问题,并依据信息覆盖,通过序列生成寻求现实规

律.其特点是“少数据建模”^[10].

累加生成是灰色系统理论中非常重要的方法,是把灰色过程由灰变白的主要手段.

以一次累加为例,设 $x^{(0)}$ 为原始序列

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \cdots, x^{(0)}(n)) \quad (6)$$

D 为序列算子

$$X^{(0)} D = (x^{(0)}(1)d, x^{(0)}(2)d, \cdots, x^{(0)}(n)d)$$

其中

$$x^{(0)}(k)d = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \quad k = 1, 2, \cdots, n \quad (7)$$

则称 D 为 $X^{(0)}$ 的一次累加生成算子,称为 1-A GO (accumulating generation operator),记为

$$X^{(1)} = X^{(0)} D = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \cdots, x^{(1)}(n)) \quad (8)$$

累减生成算子是累加生成算子的逆算子.对于式(6)表达的原始序列 $X^{(0)}$, D 为序列算子

$$X^{(0)} D = (x^{(0)}(1)d, x^{(0)}(2)d, \cdots, x^{(0)}(n)d)$$

其中

$$x^{(0)}(k)d = x^{(1)}(k) - x^{(1)}(k-1), \quad k = 2, 3, \cdots, n \quad (9)$$

则称 D 为 $X^{(0)}$ 的一次累减生成算子,记为

$$a^{(1)} X^{(0)} = X^{(0)} D = (a^{(1)} x^{(0)}(2), a^{(1)} x^{(0)}(3), \cdots, a^{(1)} x^{(0)}(n)) \quad (10)$$

灰色模型的建立过程,一般要经历思想开发、因素分析、量化、动态化、优化五个步骤,称为五步建模^[11].如图 2 所示,这五个步骤分别形成语言模型、网络模型、量化模型、动态模型和优化模型.

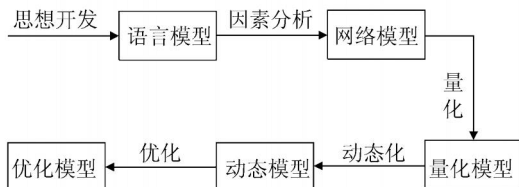


图 2 灰色系统建模过程

Fig. 2 Grey system modeling process

2.2 灰色神经网络

灰色神经网络是神经网络与灰色系统理论融

合的一种混杂神经网络.神经网络技术与灰色系统的融合可以有 5 种方式^[12].

1) 简单组合

根据灰色系统和神经网络方法的特点,对于研究对象系统的不同部分,分别使用不同的方法,两者之间没有直接的关系.

2) 串联结合

灰色模型与神经网络模型串联使用,即把一个方法的输出作为为另一方法的输入,用户根据系统的物理特点选择串联的先后顺序.

3) 用神经网络增强灰色系统

根据使用的灰色系统灰色微分方程的特点,构建包含灰色微分方程参数的神经网络结构,并从已知的灰色系统数据中提取样本数据对神经网络进行训练,当神经网络收敛时,可以从神经网络中对应得到灰微分方程参数(即将其白化),这样就可以得到满足一定精度的微分方程,从而实现了满足精度要求的连续系统模型.

4) 用灰色系统改善神经网络

用神经网络技术求解灰色系统时,可以用灰色系统中的确定性信息来指导构建神经网络的结构,从而改进神经网络的构建过程或学习算法.

5) 神经网络和灰色系统的完全融合

对于前向神经网络,在原有神经网络的基础上,在网络的前端加上一个灰化层对输入的信息进行灰化处理;在其后端加上一个白化层,对经过处理的灰色输出信息进行白化处理,从而获得确定的输出结果.这种融合方式也被称为灰色神经网络.

灰色系统和神经网络的融合使用方式非常灵活多样,根据所要建立的民航运行风险模型的特点,采用灰色系统理论的主要目的是解决神经网络训练样本不足的问题,因此采用灰色神经网络的融合方式建模.

如图 3 所示,灰色神经网络模型由 3 部分组成:灰化层,神经网络模块和白化层.其中灰化层对原始数据进行一次累加生成(1-A GO)处理,通过累加可以将原始数据中蕴含的积分特性或规律充分显露出来,经过这样处理的数据作为神经网络模块的输入,可以使神经网络学习一个相对简单的系统,这样可以减低网络的复杂程度,提高网络的训练效率和网络的泛化能力,最后神经网络的预测输出还需要经过白化处理——累减生成处理,从而得到需要的预测结果值.

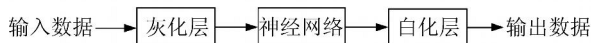


图 3 灰色神经网络模型

Fig. 3 Grey neural network model

灰色神经网络计算过程如下：

1) 检验样本数据序列的非负性. 如果样本数据中有负数, 先进行非负化处理, 即将所有数据加最小负数的绝对值. 若样本数据中含有零值, 则需对其做一次累加处理, 消除其中的零值.

2) 检验样本数据序列的准光滑性和准指数规律. 若满足, 则转第 3) 步; 否则, 对样本数据序列数据进行平滑处理.

3) 设满足第 1) 步、第 2) 步条件的样本数据序列为

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)) \quad (11)$$

4) 选取 RON 模型的滑动窗口的长度, 将其记为 n , 则样本的数据序列仍然可以表达为式 (11) 的形式.

5) 计算第 4) 步得到的样本数据序列的 1-A GO 序列

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$$

其中

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

6) 把样本数据的 1-A GO 序列 $X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$ 作为神经网络 (RON) 的样本数据, 训练 RON 模型.

如果需要利用网络进行预测, 则需要后 2 步的计算.

7) 对 RON 模型的输出进行累减还原处理, 即 $x^{(0)}(n+1) = x^{(1)}(n+1) - x^{(1)}(n)$ 得到网络的预测输出值.

8) 根据第 2) 步、第 1) 步过程对于数据的实际处理情况, 采取对应的逆过程对 $x^{(0)}(n+1)$ 进行处理, 处理的结果就是灰色神经网络系统的真实预测输出结果.

3 民航运行风险的灰色神经网络模型

3.1 模型

在文献[2]中, 民航行业事件诱因层面风险监控指标体系的建立方式是从人、机、环境和管理四

个方面进行的, 其中每个方面的指标均来自飞行、机务、空管和机场 4 个子系统指标体系中对对应方面的指标. 合成后的行业指标分 4 级, 其中前两级指标如图 4 所示. 我们选取第二级的 27 个指标作为民航运行风险模型的输入量. 各项输入指标的意义见图 4.

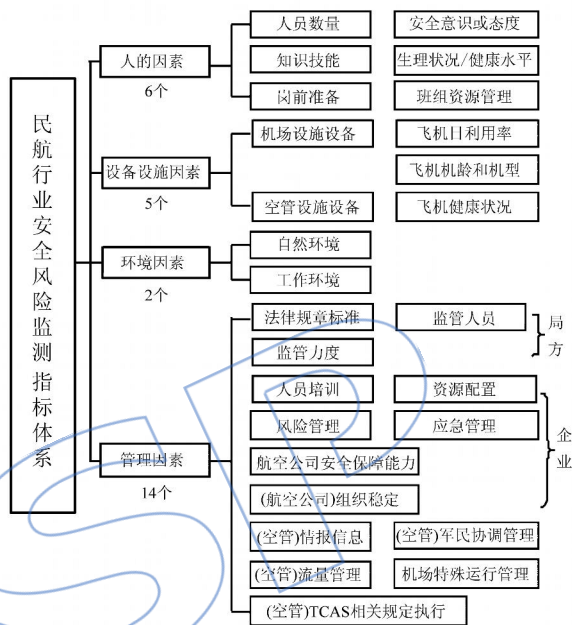


图 4 民航行业安全风险监测指标

Fig. 4 Civil aviation safety risk monitoring indicators

网络的输出采用民航事故、事故征候、不安全事件表征的民航系统风险量化模型的研究结果, 选用综合指数值作为网络的输出. 用于训练网络的样本数据并没有采用按照滚动平均值方法得到的综合指数, 而是使用综合指数的真实值, 这么做的原因是真实值更能直接反映所选计算周期(年/月)的安全水平, 这样训练出来的网络对于仿真计算有实际的意义.

因此本文建立的民航运行风险灰色神经网络模型是个 27 输入, 单输出的系统.

3.2 结果分析

根据上面的灰色神经网络模型编制的模型计算软件可以对民航整体或各个地区管理局的安全风险因素进行计算分析, 时间周期可以选取年度或月度进行. 下面以全国民航年度风险计算为例, 进行结果分析.

取 1998 年到 2008 年间共 11 年的数据, 经归一化处理后, 作为训练样本. 网络参数取滑动窗口长度 $L = 24$, 最小激活距离 $\delta_{\min} = 50$, 样本与神经

网络的最小激活偏差值 $\varepsilon_{\min} = 0.000\,000\,1$,最大训练次数 = 2 000. 民航运行风险模型网络在线生成,生成的网络模型对于全国民航安全综合指数的年度预测值见表 1. 由表 1 可知,网络模型对于年度民航安全综合指数预测值的最大误差为 0.00059798%,灰色神经网络方法提高了模型的精度,满足民航安全风险监测分析的需要.

表 1 全国民航安全综合指数的年度预测值

Table 1 Annual forecast value of China civil aviation composite safety index

年度	样本值/ 10^{-9}	网络预测值/ 10^{-9}	相对误差/%
1998	0.012581806	0.012581804	0.00001617
1999	0.473588041	0.473588042	0.00000029
2000	0.110892033	0.110892033	0.00000013
2001	0.000166442	0.000166442	0.00009069
2002	0.343216185	0.343216185	0.00000014
2003	0.000055295	0.000055295	0.00059798
2004	0.063322847	0.063322847	0.00000056
2005	0.001988321	0.001988321	0.00001834
2006	0.000062862	0.000062862	0.00002399
2007	0.000115843	0.000115843	0.00012857
2008	0.001742035	0.001742035	0.00001084

3.3 应用举例

利用前面建立的民航运行风险模型我们就可以进行影响民航运行安全的风险监测指标分析,找出对民航运行安全影响较大的监测指标,有针对性的采取措施,降低行业风险. 例如,分别将 27 个风险监测指标单独改变,利用建立的模型预测民航安全综合指数,将输出的民航安全综合指数预测值与输入不发生变化时的安全综合指数值进行对比,考察系统模型的输出(民航安全综合指数)随输入(单个风险监测指标)变化的灵敏度,从而,找到对民航安全运行影响大的监测指标,重点关注. 针对全国年度运行风险模型,以模型输入变化 1% 为例,计算了输出值的增量,图 5 给出了影响最大的 5 个监测指标的影响结果,纵坐标为预测输出值与系统输入未改变时的实际输出值的差. 从图中可知,在当前阶段,行业的专业人员数量是对民航的安全影响最大的因素. 增加从业人员的数量是现阶段比较有效的提升安全水平的手段. 这一结果与近年来我国民航飞速发展,从业人

员数量明显不足,已成为民航运行安全的隐患相吻合.

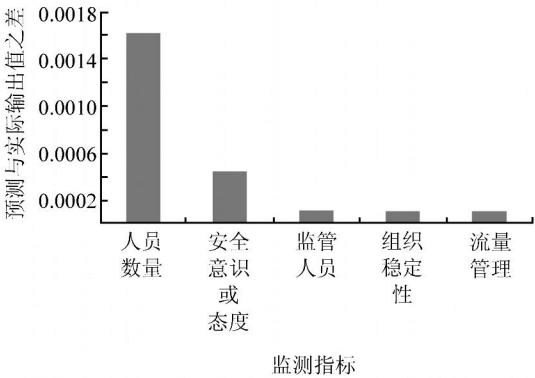


图 5 风险监测指标影响

Fig.5 Risk monitoring indicators influence result

4 结 论

本文建立了基于灰色神经网络的民航运行风险在线模型,采用灰色系统理论,降低了神经网络模型对样本数量的要求. 通过仿真计算,验证了采用灰色神经网络建立在线民航运行风险监测模型的可行性.

利用这个模型既可以根据诱因层面监测指标值预测当前行业的安全综合指数值,从而了解民航运行安全水平;也可以根据当前的安全综合指数值,利用模型对诱因层面的监测指标的影响进行定量的分析,提出降低民航运行风险的努力方向. 基于本文研究的在线民航运行风险灰色神经网络模型已经开始在民航管理部门试用,为民航安全运行提供了量化的参考数据,对于提高民航运行安全具有一定的实用价值.

参考文献:

[1] Air Safety Week. Single index proposed to measure safety of aviation system [EB/ OL]. Pace Publications, 2003 [2010-01-25]. http://findartides.com/p/articles/mi_m0UBT/is_35_17/ai_107767512.

[2] 李敬,陈艳秋,何珮. 中国民航业安全风险监测与仿真研究 [J]. 中国安全科学学报, 2009, 19 (7) : 20-25.
LI Jing, CHEN Yanqiu, HE Pei. Research on risk monitoring and simulation of China's civil aviation industry [J]. China Safety Science Journal, 2009, 19 (7) : 20-25. (in Chinese)

[3] 徐柏龄. 前车之鉴——新中国民航飞行安全回顾与思考 [M]. 北京: 中国民航出版社, 1999: 8.
XU Bailing. Lessons drawn from other's mistakes-new China civil aviation flight safety review and reflection

- [M]. Beijing: China Civil Aviation Press, 1999: 8. (in Chinese)
- [4] LI Jing, WANG Yanyang. The safety indices of China civil aviation industry[C] //FSF 60th Annual International Air Safety Seminar. Seoul, Korea: Flight Safety Foundation, 2007: 1-15.
- [5] 史忠科. 神经网络控制理论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2000: 44-45.
- SHI Zhongke. Neural network control theory[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2000: 44-45. (in Chinese)
- [6] 田景文, 高美娟. 人工神经网络算法研究及应用[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2006: 45-47.
- TIAN Jingwen, GAO Meijuan. Artificial neural network algorithms research and application[M]. Beijing: Institute of Technology Press, 2006: 45-47. (in Chinese)
- [7] Hartman E J, Keeler J D, Kowalski J M. Layered neural networks with Gaussian hidden units as universal approximations[J]. Neural Computation, 1990(2): 210-215.
- [8] 魏海坤. 神经网络结构设计的理论与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005: 65, 153-159.
- WEI Haikun. Theory and method of neural network structure design[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005: 65, 153-159. (in Chinese)
- [9] Kung S Y. Digital neural networks[M]. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1993: 175-179.
- [10] 刘思峰, 郭天榜, 党耀国. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999: 3.
- LIU Sifeng, GUO Tianbang, DANG Yaoguo. Grey system theory and practical applications[M]. Beijing: Science Press, 1999: 3. (in Chinese)
- [11] 刘思峰, 谢乃明. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 95-96.
- LIU Sifeng, XIE Naiming. Grey system theory and practical applications[M]. Beijing: Science Press, 2008: 95-96. (in Chinese)
- [12] 吕宏辉, 钟珞, 夏红霞. 灰色系统与神经网络融合技术探索[J]. 微机发展, 2000, 10(3): 3-5.
- LÜ Honghui, ZHONG Luo, XIA Hongxia. Exploring in fusion technology of grey system and neural networks[J]. Microcomputer Evolution, 2000, 10(3): 3-5. (in Chinese)