

文章编号: 1000-8055(2010)08-1763-05

流场特性预测的两类高效方法

王保国, 吴俊宏, 刘淑艳, 钱 耕, 刘艳明
(北京理工大学 宇航学院, 北京 100081)

摘 要: 在多因素多水平试验设计方法建立数据库的基础上, 提出了预测流场特性的两类高效方法: 一类是响应面方法; 一类是小波神经网络方法. 典型算例表明, 两类方法都可以高效率的获取流场特性参数, 而且在预测的精度与计算的效率上, 小波神经网络方法较响应面方法更具有优势.

关 键 词: 小波神经网络法; 响应面法; 均匀试验设计; 流场预测; 流场特性

中图分类号: V231.3

文献标识码: A

Two effective methods for flow field performance forecast

WANG Bao guo, WU Jun hong, LIU Shu yan,
QIAN Geng, LIU Yan ming
(School of Aerospace Engineering,
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Based on database established by multi-factor and multi-level design methods, two effective methods of flow-field performance forecast were proposed. One is response surface method, and the other is wavelet neural networks method. The typical examples indicate that two methods can forecast flow-field performance effectively. The results also show that wavelet neural networks method is superior to response surface method in terms of efficiency and precision.

Key words: wavelet neural networks; response surface method;
uniform experimental design; flow-field forecast;
flow-field performance

在叶轮机械气动优化设计中, 往往涉及到大量的设计变量, 涉及到多因素多水平设计方案的三维流场计算, 虽然当今 CFD(计算流体动力学)软件普遍存在, 但方案设计所花费的机时已成为人们深感棘手的问题. 如何最大限度的利用已有的流场计算结果, 创建相应问题的气动数据库已成为人们进行气动优化设计中的重要一步. 构建气动数据库可以有多种方法, 例如全因子设计、部分因子设计、正交设计^[1]、均匀试验设计^[2]、中心复合设计以及 D -最优设计^[3]

等, 本文只选取了 D -最优设计, 用它去安排多因素多水平的试验设计方案, 并创建相应流场特性的数据库.

在已有的气动数据库上, 如何有效的完成流场特性的预测一直是众多学者们探索的目标之一. 本文仅是从众多的方法中^[4-5], 选取两类较有代表性的方法^[6-7], 并对它们的主要计算过程与数学表达式分别进行了归纳和整理, 而后将它们用于典型算例的预测计算. 另外, 文中还对这两种方法作了扼要评述.

收稿日期: 2009-06-29; 修订日期: 2009-09-15

基金项目: 国家自然科学基金(50376004); 高等学校博士学科点专项基金(20030007028)

作者简介: 王保国(1947-), 男, 山东临清人, 教授、博导, 博士, 研究领域为计算流体力学、气动热力学.

1 响应面方法的主要数学表述

设总的试验次数为 n_s , 今选取 n 元变量的完全二阶多项式模型去逼近 n_s 组试验点, 其表达式为

$$y^{(k)} = \tilde{a}_0 + \sum_{i=1}^n [\tilde{a}_i x_i^{(k)}] + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [\tilde{a}_{ij} x_i^{(k)} x_j^{(k)}] + \sum_{i=1}^n [\hat{a}_{ii} (x_i^{(k)})^2] + \tilde{\varepsilon}^{(k)} \tag{1}$$

式中 $k = 1 \sim n_s$; 引入矩阵 $\mathbf{Z}$ 以及列向量 $\mathbf{B}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\mathbf{Y}$, 于是式(1)可整理为如下形式:

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{B} + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Y} \tag{2}$$

式中 $\mathbf{Z}$ 为 $n_s \times n_r$ 的矩阵, $\mathbf{B}$ 为 n_r 行的列阵, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 与 $\mathbf{Y}$ 均为 n_s 行的列阵, 它们的表达式分别为

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & Z_1^{(1)} & Z_2^{(1)} & Z_3^{(1)} \\ 1 & Z_1^{(2)} & Z_2^{(2)} & Z_3^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Z_1^{(n_s)} & Z_2^{(n_s)} & Z_3^{(n_s)} \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\mathbf{B} = [a^1 \quad b^1 \quad b^2 \quad b^3]^T \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\tilde{\varepsilon}^{(1)} \quad \tilde{\varepsilon}^{(2)} \quad \dots \quad \tilde{\varepsilon}^{(n_s)}] \tag{5}$$

$$\mathbf{Y} = [y^{(1)} \quad y^{(2)} \quad \dots \quad y^{(n_s)}] \tag{6}$$

式中行向量 b^1, b^2, b^3 与 $\tilde{a}_i, \tilde{a}_{ij}, \hat{a}_{ii}$ 相关, 这里因篇幅所限, 其表达式不再给出. 另外, 在上述式中 n_r 为整数, 其表达式为

$$n_r = \frac{1}{2}(n+1)(n+2) \tag{7}$$

引进标量 L , 其定义为

$$L = \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{Y} - \mathbf{Z} \cdot \mathbf{B})^T \cdot (\mathbf{Y} - \mathbf{Z} \cdot \mathbf{B}) \tag{8}$$

我们希望在最小二乘的意义下, 选择合适的向量 $\mathbf{B}$, 使 L 取最小值, 即

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{B}} = 0 \tag{9}$$

也就是说, 这时的待求向量 $\mathbf{B}$ 应满足

$$\mathbf{B} = (\mathbf{Z}^T \cdot \mathbf{Z})^{-1} \cdot \mathbf{Z}^T \cdot \mathbf{Y} \tag{10}$$

显然, 一旦由式(10)获得向量 $\mathbf{B}$, 使得到了 $\tilde{a}_i, \tilde{a}_{ij}$ 与 $\hat{a}_{ii}$ 相应的值, 于是由响应面方法所预测的 y 值为

2 小波神经网络法的主要数学表达

这里讨论的小波神经网络模型是由输入层, 隐含层和输出层所组成, 如图 1 所示.

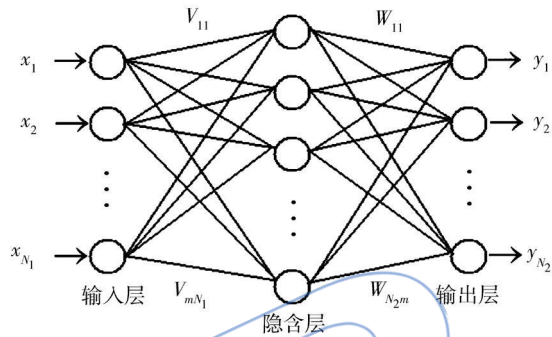


图 1 小波神经网络的一种模型
Fig. 1 Model of wavelet neural networks

令 $\mathbf{X}$ 与 $\mathbf{Y}$ 分别表示输入层的输入向量与输出层的输出向量, 其表达式分别为

$$\mathbf{X} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_{N_1}]^T \tag{12}$$

$$\mathbf{Y} = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_{N_2}]^T \tag{13}$$

令第 s 个样本的输入向量为 $\mathbf{X}^{(s)}$, 并令相对于第 s 个样本的在第 k 个神经元的输出 $y_k^{(s)}$, 其表达式为

$$y_k^{(s)} = \sum_{j=1}^m \left[W_{kj} \frac{1}{\sqrt{|a_j|}} \Psi \left[\frac{\sum_{i=1}^{N_1} \left(V_{ji} x_i^{(s)} \right) - b_j}{a_j} \right] \right] \tag{14}$$

并将式(14)中的小波函数写为

$$\frac{1}{\sqrt{|a_j|}} \Psi \left[\frac{\hat{Z}_j^{(s)} - b_j}{a_j} \right] = \Psi_{a_j, b_j} \left[\hat{Z}_j^{(s)} \right] = \frac{1}{\sqrt{|a_j|}} \Psi \left[\tilde{Z}_j^{(s)} \right] \tag{15}$$

式(15)中 $\Psi(\cdot)$ 为小波函数^[8-10]. 引入能量函数 (又称误差函数) E , 其表达式为

$$E = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^{N_2} \left[y_k^{(s)} - \tilde{y}_k^{(s)} \right]^2 = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^{N_2} \left[q_k^{(s)} \right]^2 \tag{16}$$

于是在小波神经网络训练中, $V_{ji}^{(n+1)}$, $W_{kj}^{(n+1)}$, $a_j^{(n+1)}$ 与 $b_j^{(n+1)}$ 值不断更新, 其表达式为

$$V_{ji}^{(n+1)} = V_{ji}^{(n)} - \eta \frac{\partial E}{\partial V_{ji}^{(n)}} + \beta \Delta V_{ji}^{(n)} \tag{17}$$

$$W_{kj}^{(n+1)} = W_{kj}^{(n)} - \eta \frac{\partial E}{\partial W_{kj}^{(n)}} + \beta \Delta W_{kj}^{(n)} \tag{18}$$

$$a_j^{(n+1)} = a_j^{(n)} - \eta \frac{\partial E}{\partial a_j^{(n)}} + \beta \Delta a_j^{(n)} \tag{19}$$

$$b_j^{(n+1)} = b_j^{(n)} - \eta \frac{\partial E}{\partial b_j^{(n)}} + \beta \Delta b_j^{(n)} \tag{20}$$

一直到误差函数 E 值小于预先给定的值时, 则停止小波神经网络的训练学习过程, 于是这时网络的连接权重值(即 V_{ji} 与 W_{kj}) 以及小波函数参数值(即 a_j 与 b_j) 便固定下来.

3 典型算例

典型算例选取了在现代导弹控制系统中所采用的超声速射流元件, 如图 2 所示.

这里有 5 个结构参数, 它们分别是由控制口到喉部的距离 D 、位差 S 、劈尖处半径 R 、输出通道宽度 H 以及输出口通道宽度 L . 为了安排试验设计, 我们采用了 5 因素 4 水平 D -优化设计, 于是安排了 21 组试验, 即有 21 种不同结构尺寸的射流元件. 对每一种射流元件, 求解三维雷诺平均 Navier-Stokes (N-S) 方程组^[11-12]. 表 1 给出了根据 5 因素 4 水平 D -优化设计的 21 种射流元件的具体结构参数值. 表 2 给出了使用文献[12]中的程序所计算出的流场特性值.

表 1 射流元件结构尺寸
Table 1 Structure sizes of jet devices

编号	控制口离喉部的距离 D/m	劈尖半径 R/m	输出通道宽度 W/m	位差 S/m	控制口宽度 L/m
No. 1	0. 015	0. 004	0. 016	0. 003	0. 004
No. 2	0. 025	0. 004	0. 016	0. 003	0. 004
No. 3	0. 015	0. 012	0. 016	0. 003	0. 004
No. 4	0. 015	0. 004	0. 024	0. 003	0. 004
No. 5	0. 015	0. 004	0. 016	0. 009	0. 004
No. 6	0. 015	0. 004	0. 016	0. 003	0. 010
No. 7	0. 023	0. 010	0. 016	0. 003	0. 004
No. 8	0. 023	0. 004	0. 022	0. 003	0. 004
No. 9	0. 023	0. 004	0. 016	0. 008	0. 004
No. 10	0. 023	0. 004	0. 016	0. 003	0. 009
No. 11	0. 015	0. 010	0. 022	0. 003	0. 004
No. 12	0. 015	0. 010	0. 016	0. 008	0. 004
No. 13	0. 015	0. 010	0. 016	0. 003	0. 009
No. 14	0. 015	0. 004	0. 022	0. 008	0. 004
No. 15	0. 015	0. 004	0. 022	0. 003	0. 009
No. 16	0. 015	0. 004	0. 016	0. 008	0. 009
No. 17	0. 016	0. 012	0. 024	0. 009	0. 010
No. 18	0. 025	0. 005	0. 024	0. 009	0. 010
No. 19	0. 025	0. 012	0. 017	0. 009	0. 010
No. 20	0. 025	0. 012	0. 024	0. 004	0. 010
No. 21	0. 025	0. 012	0. 024	0. 009	0. 005

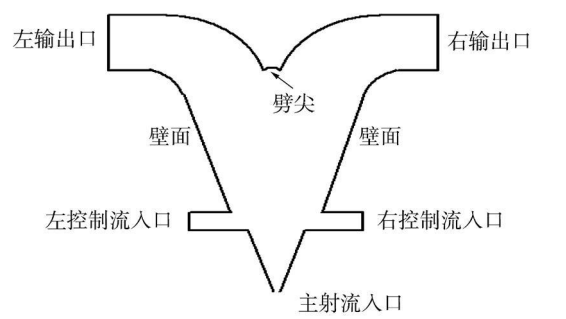


图 2 超声速射流元件结构示意图

Fig.2 Schematic diagram of supersonic jet device

表 2 求解三维 N-S 方程得到的流场特性

Table 2 Flow field performance of calculating N-S equations

编号	左输出口 x 方向推力/N	右输出口 x 方向推力/N	合推力 F/N
No. 1	10435.8	-1388.5	9047.3
No. 2	7335.6	-665.5	6670.1
No. 3	9039.4	-337.8	8701.6
No. 4	10334.2	-2013.1	8321.1
No. 5	8512.8	-72.4	8440.4
No. 6	8882.6	324.5	9207.1
No. 7	11418.6	-1212.2	10206.4
No. 8	8775.3	-46.6	8728.7
No. 9	12300.2	-1954.7	10445.5
No. 10	8042.7	-370.5	7672.2
No. 11	10661.3	-1762.9	8898.4
No. 12	10944.7	-1037.2	9907.5
No. 13	8316.1	-398.2	7917.9
No. 14	9813.9	-543.0	9270.9
No. 15	11105.4	-1958.4	9147.0
No. 16	7012.2	-34.4	6977.8
No. 17	10365.6	-1253.2	9112.4
No. 18	9904.4	-255.3	9649.1
No. 19	9962.5	-1257.5	8705.0
No. 20	9869.0	-1888.7	7980.3
No. 21	8567.1	-1268.1	7299.0

这里以合推力值为超声速射流元件的主要气动性能指标.借助于这 21 组数据,并利用式(10)求出这时向量 B 为

$$B = (Z^T \cdot Z)^{-1} \cdot Z^T \cdot Y =$$
$$\begin{bmatrix} 11494 & -378 & -141 & -41 & 208 \\ 330 & 194 & -98 & 784 & -70 & -296 \\ 32 & 102 & 96 & 620 & -401 & -2604 \\ -1309 & -614 & -817 & 1912 \end{bmatrix}^T$$

(21)

于是借助于式(11),则相应的 y 的具体表达式为

$$y =$$
$$11494 - 378x_1 - 141x_2 - 41x_3 + 208x_4 +$$
$$330x_5 + 194x_1x_2 - 98x_1x_3 + 784x_1x_4 -$$
$$70x_1x_5 - 296x_2x_3 + 32x_2x_4 + 102x_2x_5 +$$
$$96x_3x_4 + 620x_3x_5 - 401x_4x_5 - 2604x_1^2 -$$
$$1309x_2^2 - 614x_3^2 - 817x_4^2 + 1912x_5^2$$

(22)

为了检验上述响应面方法的可行性,选用了如下算例.超声速射流元件的结构参数选取

$$D = 0.019721\text{m}, \quad R = 0.007816\text{m},$$
$$H = 0.0198364\text{m}, \quad S = 0.0063408\text{m},$$
$$L = 0.0067981\text{m}.$$

利用响应面法式(22)计算出合推力预测值为11644N,而利用三维流场计算得到合推力预测值为11526N,误差在0.50%左右.另外,利用小波神经网络法计算出的合推力预测值为11599N,显然使用小波神经网络法预测的精度比响应面法要高.因篇幅所限,这里有关小波神经网络预测的详细结果将另文发表.

4 结 论

- 1) 本文扼要而准确地给出了响应面方法与小波神经网络方法的主要数学表述,并分别用它们完成了典型算例.算例表明:使用它们可以较好的预测流场特性.
- 2) 比较上述两种预测方法可以发现:在预测过程中,小波神经网络方法的权重是经过计算精确得到的,响应面方法则是在最小二乘意义下逼近的,相比之下,在预测某些较复杂问题时,小波神经网络方法显示出一定的有效性;在预测的精度与计算的效率上,小波神经网络方法也具有优势.

参考文献:

- [1] 赵选民. 试验设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [2] 方开泰. 均匀设计与均匀设计表[M]. 北京: 科学出版社, 1994.
- [3] 高瑞贞, 张京军, 郑骥, 等. 基于改进遗传算法主动柔性结构压电元件位置优化[J]. 计算力学学报, 2008, 25(4): 542-546.
- GAO Ruizhen, ZHANG Jingjun, ZHENG Ji, et al. Application of improved genetic algorithms for pizeoelectric element placement of active flexible structures[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2008, 25(4): 542-546. (in Chinese)
- [4] 宋云雪, 张科星, 史永胜. 基于多元线性回归的发动机性能参数预测[J]. 航空动力学报, 2009, 24(2): 427-431.
- SONG Yunxue, ZHANG Kexing, SHI Yongsheng. Research on aeroengine performance parameters forecast based on multiple linear regression forecasting method [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(2): 427-431. (in Chinese)
- [5] 王治华, 傅惠民. 广义时变 ARMA 序列预测方法[J]. 航空动力学报, 2005, 20(5): 713-717.
- WANG Zhihua, FU Huimin. Prediction method for generalized time varying ARMA series[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(5): 713-717. (in Chinese)
- [6] Myers R H, Montgomer D C. Response surface methodology[M]. New York: Wiley & Sons, 1995.
- [7] 王保国, 刘淑艳, 钱耕, 等. 一种小波神经网络与遗传算法结合的优化方法[J]. 航空动力学报, 2008, 23(11): 1953-1960.
- WANG Baoguo, LIU Shuyan, QIAN Geng, et al. Optimization method by combination of wavelet neural networks and genetic algorithm[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(11): 1953-1960. (in Chinese)
- [8] Daubechies I. Ten lectures on wavelets[M]. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.
- [9] Morlet J, Arens G, Fourgeau E, et al. Wave propagation and sampling theory: Part I - Complex signal and scattering in multilayered media [J]. Geophysics, 1982, 47(2): 203-221.
- [10] Morlet J, Arens G, Fourgeau E, et al. Wave propagation and sampling theory: Part II - Sampling theory and complex waves[J]. Geophysics, 1982, 47(2): 222-236.
- [11] 王保国, 刘淑艳, 黄伟光. 气体动力学[M]. 北京: 国防科工委所属五所院校(北京理工大学、北京航空航天大学、西北工业大学、哈尔滨工程大学、哈尔滨工业大学) 出版社, 2005.
- [12] 王保国, 卞荫贵. 关于三维 Navier Stokes 方程的粘性项计算[J]. 空气动力学报, 1994, 12(4): 375-382.
- WANG Baoguo, BIAN Yingui. On numerical computation of viscous terms for 3 D Navier-Stokes equations[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 1994, 12(4): 375-382. (in Chinese)