

文章编号: 1000-8055(2010)08-1768-08

超声速平面剪切层多模态混合扰动 数值分析

关发明, 沈 清, 王 强

(中国航天科技集团公司 中国航天空气动力技术研究院, 北京 100074)

摘 要: 对 $Ma_\infty = 1.2$ 二维空间发展超声速平面自由剪切层进行扰动模态及流动结构数值分析. 使用线性稳定理论和扰动直接数值模拟方法对超声速剪切层中不同流向站位的流动剖面进行扰动参数分析和局部扰动直接数值模拟, 获得了剪切层不同站位处的扰动特性. 通过特定单频扰动下的直接数值模拟, 在剪切层的不同区域内, 无相差地促发了慢模态、混合模态和快模态等多种声涡模态, 得到了特定单频扰动促发的多模态无相差不稳定波.

关 键 词: 超声速平面剪切层; 线性稳定性; 直接数值模拟; 局部扰动; 多模态混合扰动

中图分类号: O357.52

文献标识码: A

Numerical analysis of multi-mode mixed disturbance wave in a supersonic plane shear layer

GUAN Fa ming, SHEN Qing, WANG Qiang

(China Academy of Aerospace Aerodynamics,

China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100074, China)

Abstract: Disturbance modes and flow structures were numerically analyzed for a two-dimensional spatial evolving supersonic plane free shear layer at $Ma_\infty = 1.2$. The disturbance modes and the disturbances parameters of streamwise stations were analyzed with linear stability theory (LST) method and disturbance form direct numerical simulation (DNS) method. The disturbance wave evolving of specially designed disturbance frequency was simulated with disturbance form DNS method. It is found that the multi-mode disturbance without phase difference is produced by the specially designed disturbance frequency in the shear layer.

Key words: supersonic plane shear layer; linear stability; direct numerical simulation; local disturbance; multi mode mixed disturbance

超声速剪切层通常是由不同速度的两股高速流动相遇而形成的复杂流动现象, 具有突出的理论研究意义和广泛的工程应用背景. 例如, 可压缩湍流机理分析和超燃混合增强技术开发等. 就超燃冲压发动机燃烧室中的燃料与空气的混合问题而言, 燃烧室内的流动为超声速流动, 驻留时间短, 且受强压缩效应的影响, 燃料与超声速空气形

成的剪切层发展缓慢, 燃料与空气的掺混困难, 从而导致点火困难、燃烧效率低、燃烧不稳定等情况, 严重时甚至使发动机熄火. 因此, 通过深入细致的理论分析, 揭示超声速剪切层的失稳特征, 认识其复杂的演化途径, 可对实现流动的有效控制及超声速混合增强技术的突破, 奠定坚实的基础.

在超声速剪切层从失稳、转捩到充分发展湍

收稿日期: 2009-06-02; 修订日期: 2010-06-29

基金项目: 国家自然科学基金(10772168)

作者简介: 关发明(1979-), 男, 黑龙江佳木斯人, 高级工程师, 博士, 从事高超声速复杂流动和超燃冲压发动机流动机理研究.

流的整个过程中,失稳阶段具有重要影响.在两股高速气流以不同速度相互剪切的作用下,超声速剪切层的平均速度剖面存在自然拐点,呈现出 Kelvin-Helmholtz 不稳定性.对流 Mach 数 Ma_c 是一个描述剪切层压缩性强弱的参数,包含速度比、密度比、Mach 数等流动参数对剪切层增长率的影响^[1].在低 Ma_c 流动中,不稳定扰动波是第一模态(first mode),可在快速流和慢速流之间交界面附近促发二维涡卷结构;而在高 Ma_c 流动中,会出现第二模态的不稳定扰动波.研究表明^[2-4],在 $Ma_c=1.2$ 的超声速平面剪切层流动中,最不稳定扰动波是第二模态,其相速度介于快速流和慢速流的自由流流向速度之间.根据相速度的大小,可将扰动波区分为慢模态(S-mode)和快模态(F-mode).慢模态在快速流一侧为超声速,在慢速流一侧为亚声速,而快模态则相反,快模态和慢模态被统称为超声速模态.

2007 年,沈清等^[5]分析了 $Ma_c=1.2$ 超声速平面剪切层中快/慢模态的特征函数,认为快/慢模态是有别于声模态和涡模态的一种扰动波,兼有两者的远场及局部波动特征.不同于已有研究^[6],沈清等称其为声辐射涡模态(本文改称作“声涡模态”).他们还在文中推断,超声速平面剪切层在特殊的单频受迫扰动条件下能够促发多模态无相差混合扰动波.

本文以沈清等^[5]的研究为基础,仍考虑 $Ma_c=1.2$ 超声速平面剪切层,进一步讨论不同流向位置处定常平均流的稳定性及其空间演化结构.通过线性稳定性理论(linear stability theory,简称 LST)和直接数值模拟(direct numerical simulation,简称 DNS)的结果对比,认识其失稳现象和失稳特征.

1 物理模型和数值方法

所研究的二维空间发展的平面自由剪切层模型流场中,快速流位于上层,其自由流 Mach 数 $Ma_1=3.5$;慢速流位于下层,其自由流 Mach 数 $Ma_2=1.1$.两股自由流的温度和压力都相等,静温 $T=1200\text{K}$.根据文献[1]中对流 Mach 数 Ma_c 的定义,在等压等比热比的条件下,有

$$Ma_c = \frac{Ma_1(1-\lambda_u)}{1+\lambda_v^{1/2}}$$

其中 λ_u 和 λ_v 分别是下层对上层自由流速度比和温度比.由此可知物理模型所对应的对流 Mach 数 $Ma_c=1.2$.取 Reynolds 数 $Re_l=10^6$.

以入口截面与上下层界面的交点为原点建立 Descartes 坐标系, x 为流向坐标, y 为横向坐标.按如前所述的剪切层物理流动条件建立剪切层数值流场.流向计算区域取为 $0 \leq x \leq 7.0$, 网格以 $\Delta x=0.001$ 均匀分布;横向计算区域取为 $-0.532 \leq y \leq 0.532$, 网格以 $\Delta y_{\min}=0.0001$ 非均匀分布,于快速流与慢速流界面附近加密.

计算分为两步进行:定常平均场计算和非定常扰动场计算.定常平均场计算采用具有时间/空间二阶精度的 NND 格式^[7](non-oscillatory and no-free parameters dissipation scheme)差分求解二维可压缩 Navier-Stokes 方程.

非定常扰动场计算采用的是文献[5]中使用的时间/空间三阶精度的改进 MacCormack 有限差分方法,求解二维可压缩扰动形式的 Navier-Stokes 方程^[8].研究证明^[9],该数值方法用于超声速平面自由剪切层失稳直接数值模拟有很大优势,可以清晰地捕捉振幅很小扰动波的非线性时/空发展过程.

在超声速入口边界上,设定来流条件;在出口边界上,流动变量由线性外推给出;在上下层远场边界上,速度和压力采用线性外推,密度由绝热条件确定,以此避免外行波动的边界反射.研究表明^[10],采用该边界条件处理方法模拟超声速平面剪切层流动不会在计算域边界上产生非物理的扰动波,使得计算更加真实有效.

在计算域入口边界对 $y=0$ 点的横向速度施加基频波扰动,即

$$v' = \varepsilon \sin(\omega t) \tag{1}$$

其中 ω 为扰动频率, ε 为扰动振幅.

2 空间模式线性稳定性理论

扰动场变量采用 Tollmien-Schlichting 行谐波假设.设 $f'=(u',v',T',p')$, 则有分离变量形式

$$f'(x,y,t) = f(y) e^{i(\alpha x - \omega t)}$$

其中 f 为扰动特征函数, ω 为扰动频率, α 为流向复波数,据此导出的扰动参数复色散关系特征值问题由王强等^[11]发展的 SCD-MNR(symmetric compact difference modified Newton Raphson iteration)高精度高效率边值局部算法求解.

定义扰动相速度和扰动波长分别为

$$c_{ph} = \frac{\omega}{\alpha_r}, \quad \lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$$

扰动波相对快速流自由流和慢速流自由流的

对流 Mach 数分别为

$$Ma_{c1} = \frac{U_1 - c_{ph}}{c_1}$$
$$Ma_{c2} = \frac{c_{ph} - U_2}{c_2}$$

其中 U_1 和 U_2 分别是快速流和慢速流自由流流向速度, c_1 和 c_2 分别是快速流和慢速流自由流声速. 慢模态扰动倾斜角和快模态扰动倾斜角分别为

$$\theta_1 = \arcsin \frac{1}{Ma_{c1}}$$
$$\theta_2 = \arcsin \frac{1}{Ma_{c2}}$$

3 不同站位流动剖面线性稳定性

在剪切层定常平均流场中的 $x_{in} = 1.0$ 至 $x_{in} = 6.0$ 处等距截取 6 个站位的流动剖面, 图 1 是不同站位处流向平均速度分布, 图 2 是不同站位处

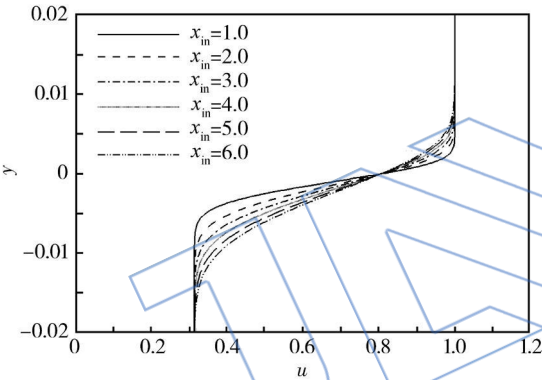


图 1 流向不同站位定常平均流流向速度剖面
Fig. 1 Steady mean streamwise velocity profiles at streamwise stations

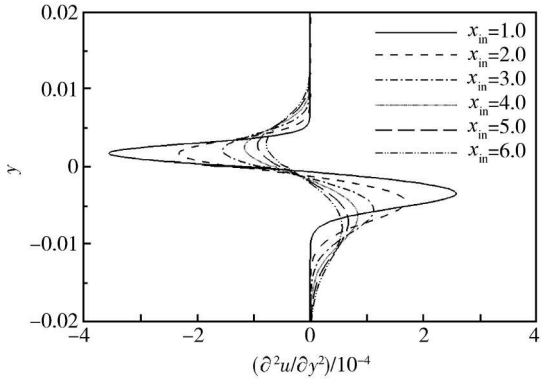


图 2 流向不同站位定常平均流流向速度沿横向二阶导数
Fig. 2 Steady mean streamwise velocity second order derivatives at streamwise stations

流向平均速度分布沿横向的二阶导数. 沿着流向发展, 在定常平均流场中剪切层厚度逐渐增加, 流向速度沿横向的梯度逐渐减小.

对等距截取的 6 个站位的流动剖面进行线性稳定性分析. 图 3 是各个站位处的一组不稳定扰动波参数随扰动频率的变化曲线. 如图 3(a) 所示, 在所计算的频率范围内存在两组均始于 $\omega \approx 0$ 的扰动增长率 α 曲线. 在主频段, 流向实波数 α 与扰动频率 ω 之间近似呈线性增长关系(图 3(b)), 且快模态的实波数小于对应频率的慢模态的实波数. 相应扰动波的相速度介于上层快速流和下层慢速流的自由流流向速度之间(图 3(c)), 较短不稳定频段曲线上的 c_{ph} 值一致小于较长不稳定频段曲线上的 c_{ph} 值, 参照文献[12], 它们所对应的扰动波可分别被称作慢模态和快模态.

随着流向站位向下游移动, 慢模态和快模态的不稳定频率范围逐渐缩小, 对应的扰动波的增长率也逐渐降低, 快模态和慢模态对应的最不稳定频率逐渐减小. 在 $x_{in} = 1.0$ 站位, 最不稳定波是慢模态扰动, 随着向剪切层下游的发展, 慢模态的最不扰动波增长率相对于快模态最不扰动波增长率逐渐降低, 在 $x_{in} = 2.0$ 站位最不扰动波已经是快模态扰动, 如图 3(a) 所示. 在不同流向站位处扰动波的实波数有较小的变化, 在主频段上, 同一扰动频率下慢模态的实波数沿着流向站位向下游逐渐有较小的增大, 而快模态的情况与之相反, 如图 3(b) 所示. 根据扰动波相速度的定义, 扰动波的相速度与实波数成反比关系, 因此主频段, 同一频率下慢模态扰动的相速度沿着流向站位向下游逐渐有较小的降低, 而快模态的情况与之相反. 由图 3(d) 可知, 慢模态扰动在快速流一侧为超声速, 在慢速流一侧为亚声速, 而快模态扰动的情况与之相反(图 3(e)). 在主频段上, 快模态和慢模态扰动波波长近似为常数, 前者稍大于后者, 如图 3(f) 所示.

4 局部扰动数值模拟

此处的局部扰动模拟是指在剪切层定常平均流场中截取某一流体参数剖面, 并以该流动剖面沿流向无梯度地构造一个线性化流场, 在该流场中模拟扰动波的发展. 使用的扰动场直接数值模拟方法是包含扰动形式 Navier Stokes 方程的全部非线性项的, 这也是扰动场直接数值模拟与线性稳定性理论的一个本质区别, 所以局部扰动特性可以反映扰动波在某一流体剖面处的非线性发

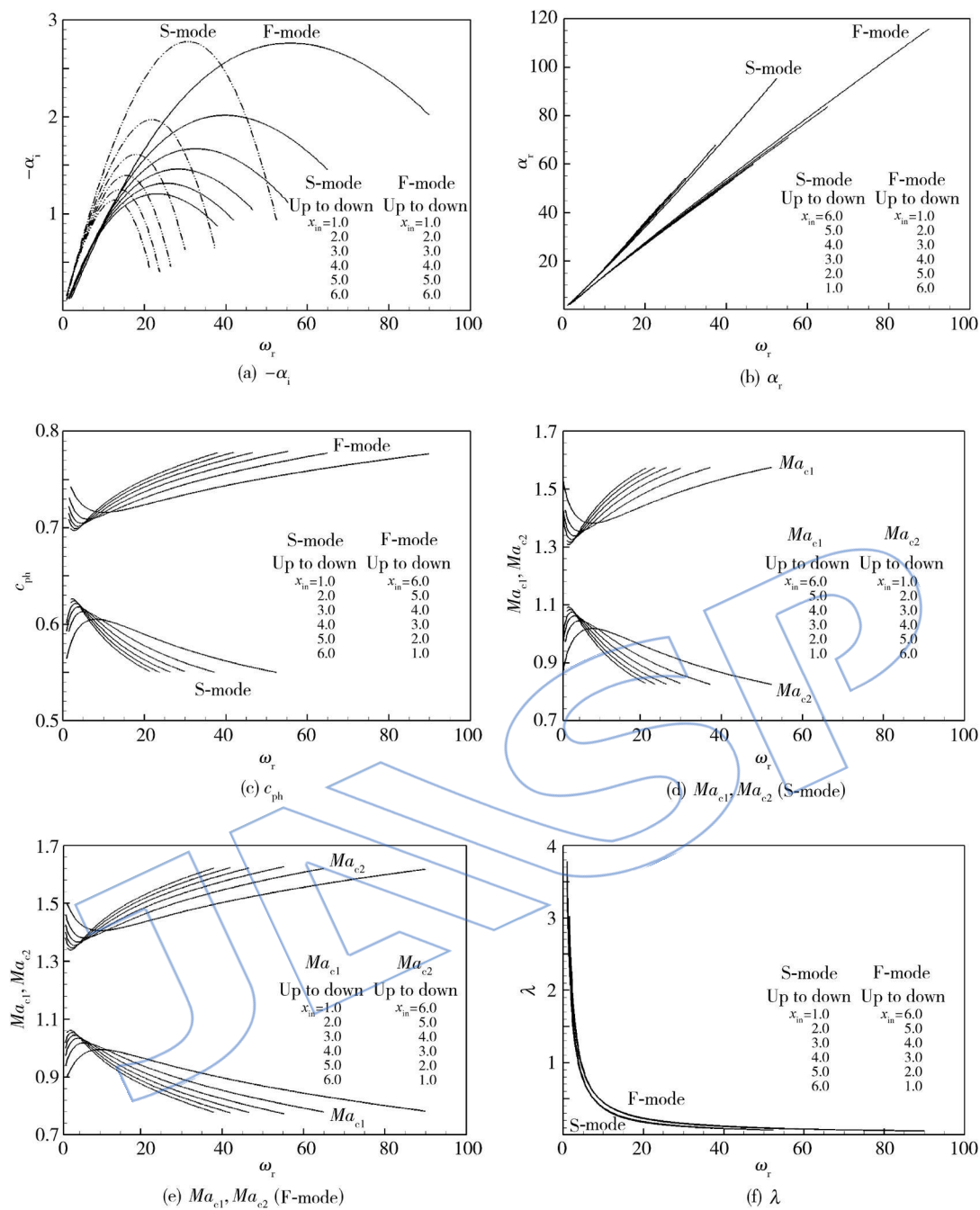


图 3 不同站位剖面的不同扰动参数随扰动频率变化曲线

Fig. 3 Variation in different disturbance parameters with frequency at streamwise stations

展情况。

选取与上文线性稳定性分析中相同的流动剖面,即在剪切层定常平均流场中 $x=1.0\sim 6.0$ 处等距截取的 6 个站位流动剖面,分别以该 6 个剖面线性化构造流场,构造的线性化流场计算区域流向为 $0\leq x\leq 1.5$, 横向与所截取的流动剖面相同,计算网格间距与用于剪切层定常平均流场计算的相同.在 6 组计算中,分别在计算域 $y=0$ 入口截面引入相同的横向速度基频谐波扰动,形如式(1),扰动频率 $\omega=20.0$, 扰动振幅 $\varepsilon=10^{-4}$,

用上文介绍的扰动场直接数值模拟方法模拟该扰动波在剪切层内的发展,结果如图 4 所示.

为了便于对直接数值模拟结果进行定性比较分析,令线性稳定性单一模态扰动的二维扰动压力场为

$$p'(x,y) = \varepsilon e^{-\alpha_i x} \cdot$$

$$[\hat{p}_r(y) \cos(\alpha x) - \hat{p}_i(y) \sin(\alpha x)]$$

其中 $\hat{p}_r$ 和 $\hat{p}_i$ 分别为扰动压力特征函数的实部和虚部.混合扰动模态的二维扰动压力场为

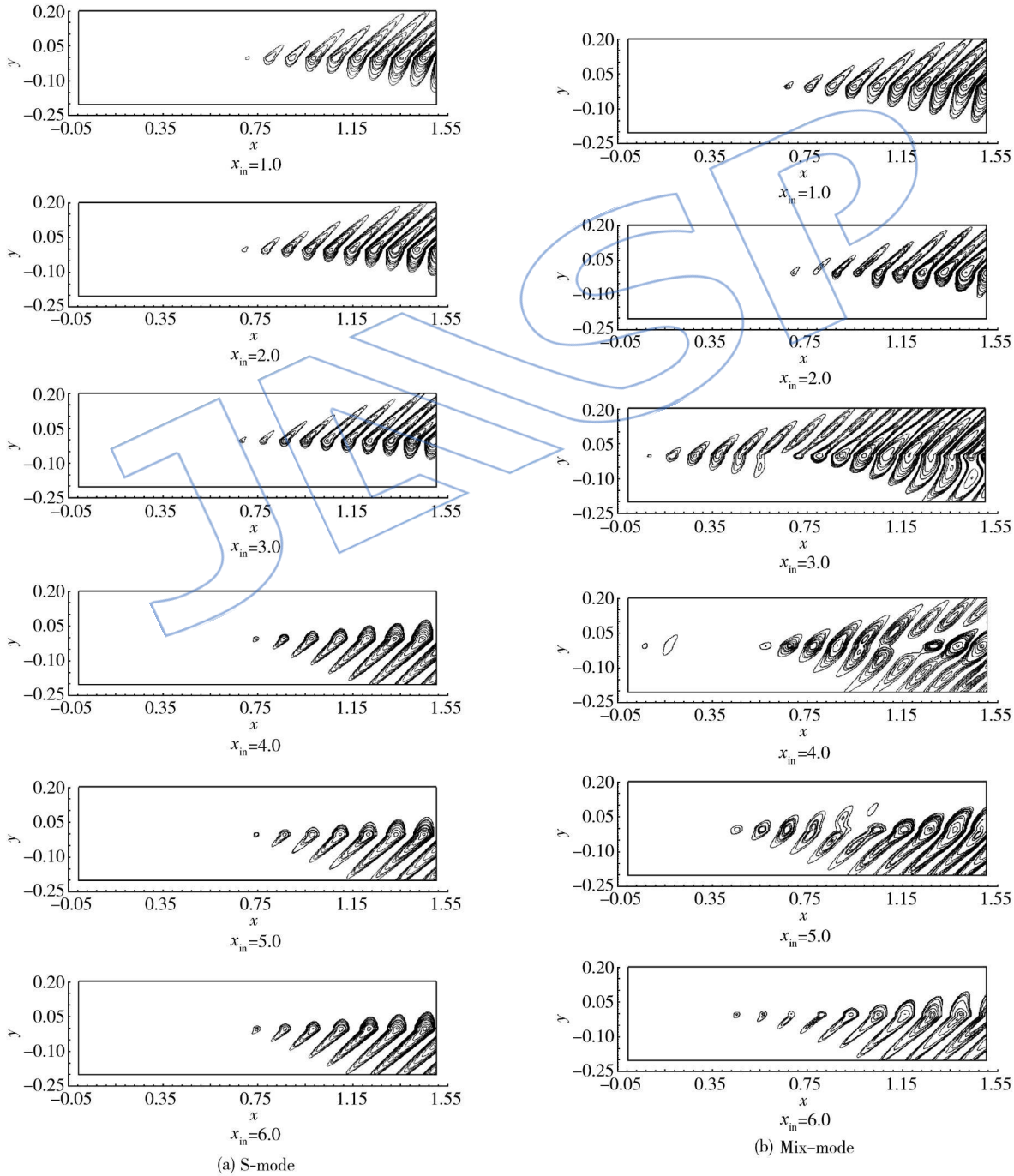
$$p'_m(x,y) = p'_s(x,y) + p'_i(x,y)$$

其中 $p'_s(x, y)$ 和 $p'_f(x, y)$ 分别为慢模态和快模态的单一模态扰动二维扰动压力场。

表 1 定量给出了扰动频率 $\omega = 20.0$ 时各个流向站位扰动波复波数的线性稳定性结果和局部扰动直接数值模拟结果. 局部扰动直接数值模拟的复波数是沿 x 轴以流向复波数为 $\alpha = \alpha_r + \alpha_i i$ 的波函数 $e^{-\alpha x} \sin(\alpha_r x)$ 拟合 $y = 0$ 处的 p' 曲线得到的, 其中对 $x_{in} = 3.0$ 和 $x_{in} = 4.0$ 两个站位处的局部扰动结果拟合失败. 在图 4 中, 图 4(a) 线性稳定性单一模态扰动的二维扰动压力场, 图 4(b) 混合模态扰动的二维扰动压力场, 图 4(c) 局部扰

动直接数值模拟得到的二维扰动压力场。

结合表 1 和图 4 可发现, 当快模态或慢模态中的某一单一模态的扰动波绝对占优时, 即快模态或慢模态扰动波增长率明显大于另一模态时, 线性稳定性的结果与局部扰动直接数值模拟的结果定性和定量上吻合得都较好, 如 $x_{in} = 1.0, 2.0, 5.0, 6.0$ 站位处; 而在快慢模态增长率较为接近时, 定性上, 线性稳定性单一模态得到的扰动场与局部扰动直接数值模拟的结果有很大差别, 而线性稳定性快模态和慢模态无相差叠加得到的扰动场与局部扰动直接数值模拟的结果较为相似, 如 $x_{in} = 3.0$ 和 $x_{in} = 4.0$ 站位处。



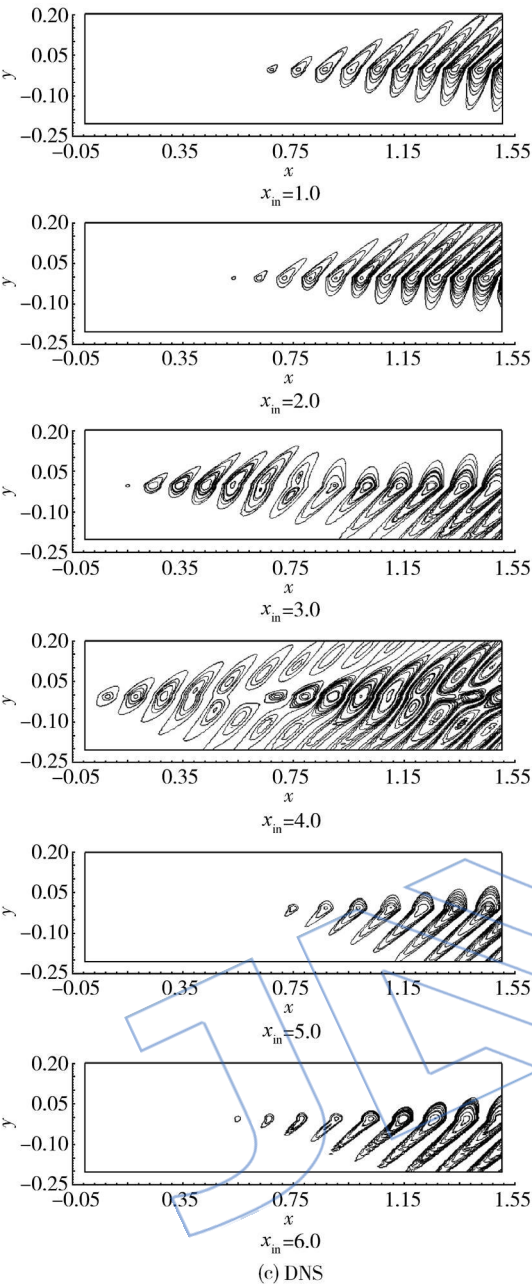


图 4 扰动压力等直线

Fig. 4 Disturbance pressure contours

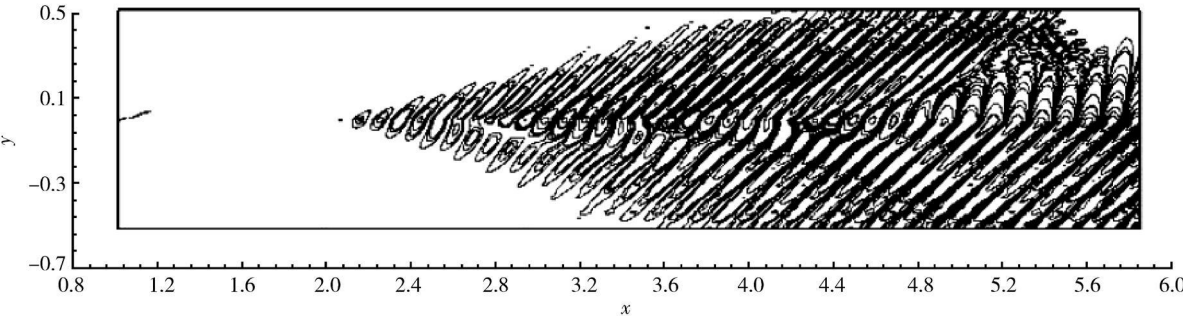


图 5 扰动直接数值模拟得到的扰动压力等直线

Fig. 5 Disturbance pressure contours with DSN method

表 1 扰动频率 $\omega=20.0$ 时不同站位处扰动波复波数
Table 1 Wave numbers of disturbance frequency
 $\omega=20.0$ at different stations

x_{in}	α (S mode)	α (F mode)	α (DNS)
1.0	33.93– 2.401 i	27.63– 1.645 i	33.7– 2.6 i
2.0	34.62– 1.952 i	27.36– 1.561 i	34.6– 1.6 i
3.0	35.13– 1.585 i	27.14– 1.452 i	
4.0	35.53– 1.250 i	26.95– 1.353 i	
5.0	35.85– 0.937 i	26.81– 1.265 i	26.8– 1.3 i
6.0	36.11– 0.641 i	26.68– 1.187 i	26.7– 1.2 i

5 模态无相差混合扰动

在上文中对不同流向站位的线性稳定性和局部扰动直接数值模拟的对比和分析表明,由于剪切层定常平均流在流向不同站位处的速度剖面的不同,同一扰动频率的扰动波在同一剪切层的不同流向站位剖面可以促发出不同的扰动模式.为了考察单一扰动频率扰动波在剪切层内连续演化是否可以促发多模态无相差混合扰动模式,特设置如下算例.

在剪切层定常平均流场中截取扰动数值模拟计算区域 $1.0 \leq x \leq 6.0$ 作为基本流场.在计算域 $y=0$ 入口截面引入形如式(1)的横向速度基频谐波扰动,扰动频率 $\omega=20.0$, 扰动振幅 $\varepsilon=10^{-4}$, 用上文中介绍的扰动场直接数值模拟方法模拟该扰动波在剪切层内的演化.图 5 所示的是基频谐波扰动在剪切层内所促发的扰动压力等值线图,在 $1.0 \leq x \leq 2.5$ 的流向区域内扰动波向快速流一侧倾斜,在慢速流一侧快速衰减,表现的特性是慢模式占优的;而在 $5.0 \leq x \leq 6.0$ 的流向区域内

扰动波向慢速流一侧倾斜,在快速流一侧快速衰减,表现的特性是快模态占优的.在这两个区域之间的流场范围内,扰动波无相差地向快速流和慢速流倾斜,表现的特性是慢模态与快模态作用相当的混合模态.

上文中对剪切层流向6个不同站位速度剖面进行了线性稳定性分析,得到了不同站位处的扰动参数,根据这6个站位处的扰动参数可以插值

得到 $1.0 \leq x \leq 6.0$ 流场的扰动参数,如扰动波数和扰动特征函数等,于是可得到扰动波线性稳定性在剪切层的演化,同样也可得到由线性稳定性插值得到的流场结构,如图6所示.对比图5和图6,扰动直接数值模拟得到的流场结构与通过线性稳定性扰动参数插值得到的流场结构是相似的,但扰动模态出现的流向站位略有不同,扰动直接数值模拟流场的混合模态范围较大.

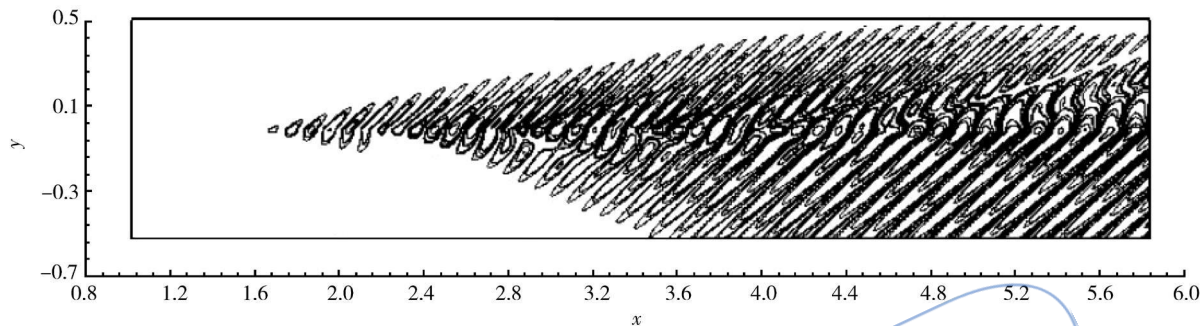


图6 线性稳定性差值得到的扰动压力等直线

Fig.6 Disturbance pressure contours with LST method

6 结 论

使用线性稳定理论和扰动直接数值模拟对 $Ma_c=1.2$ 的同一超声速剪切层中不同流向站位进行扰动参数分析和局部扰动直接数值模拟,获得了不同站位处的扰动特性.对特定的单频扰动进行直接数值模拟,在剪切层的不同区域内,扰动波无相差地促发了慢模态、混合模态和快模态,得到了特定频率扰动波促发的多模态无相差扰动.通过结果分析可得出以下结论:

1) 在 $Ma_c=1.2$ 超声速平面剪切层中,存在两种最不稳定扰动失稳模态,分别是慢模态扰动和快模态扰动;

2) 单一频率的扰动波在剪切层的失稳过程受两种最不稳定扰动模态中增长率较大的一种主导,在两种增长率较接近时同时受两者主导;

3) 随着剪切层的发展,剪切层厚度增加,剪切层失稳最终会由快模态扰动失稳主导.

参考文献

[1] Papamoschou D, Roshko A. Observations of supersonic free shear layers[R]. AIAA Paper 86-0162, 1986.

[2] 王强,傅德薰,马延文.超声速粘性剪切流空间稳定性对称紧致差分数值分析[J].空气动力学报,2000,18(4): 434-440.

WANG Qiang, FU Dexun, MA Yanwen. Numerical analysis of viscous spatial stability in supersonic shear layers

using symmetric compact difference method[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2000, 18(4): 434-400. (in Chinese)

[3] 李峰,程晓丽,王强.超声速空气介质自由扩散混合流涡的演化[J].航空动力学报,2010,25(2): 373-378.

LI Feng, CHENG Xiaoli, WANG Qiang. Vortex evolution in supersonic air free diffused mixing layers[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(2): 373-378. (in Chinese)

[4] SHEN Qing, GUAN Faming, CHENG Shufen. A new type of low drag scramjet combustor based on turbulent mixing enhancement[R]. AIAA Paper 2008-2536, 2008.

[5] 沈清,王强,庄逢甘.超声速平面自由剪切层声辐射涡模态数值分析[J].力学学报,2007,39(1): 7-14.

SHEN Qing, WANG Qiang, ZHUANG Fenggan. Numerical analysis of acoustic radiation vortical modes in a spatially evolving supersonic plane shear layer[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2007, 39(1): 7-14. (in Chinese)

[6] Grosch C E, Jackson T L. Inviscid spatial stability of a three dimensional compressible mixing layer[J]. J. Fluid Mech., 1991, 231: 35-50.

[7] SHEN Qing, ZHANG Hanxin. A new upwind NND scheme for Euler equations and its application to the supersonic flow[C] // Proceedings of Asia Workshop on Computational Fluid Dynamics. Mianyang: [s. n.], 1994: 55-58.

[8] GUAN Faming, SHEN Qing, ZHUANG Fenggan, et al. Three dimensional numerical simulation on controlled stability of a planar supersonic free shear layer[R]. AIAA Paper 2007-1311, 2007.

[9] GUAN Faming, SHEN Qing, WANG Qiang. Direct numerical simulation on secondary instability in a planar

personic shear layer at $Ma_c=0.5$ [R]. Malaysia: The Eleventh Asian Congress of Fluid Mechanics, The Institution of Engineers, 2006.

[10] GUAN Faming, SHEN Qing. A DNS approach to stability about a supersonic mixing layer flow[C] // Computational Methods of Multiphase Flow IV, Volume 56, WIT Transactions of Engineering Sciences. Southampton, Boston: WIT Presses, 2007.

[11] 王强, 傅德薰, 马延文. 粘性可压混合层时间稳定性对称紧致差分求解[J]. 计算力学学报, 2002, 19(1): 1-6.

WANG Qiang, FU Dexun, MA Yanwen. Numerical solution for the viscous temporal stability of compressible mixing layers with symmetric compact difference schemes[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2002, 19(1): 1-6. (in Chinese)

[12] Jackson T L, Grosch C E. Inviscid spatial stability of a compressible mixing layer[J]. J. Fluid Mech., 1989, 208: 609-637.

