

文章编号: 1000 8055(2010)07-1653-06

突变截面燃烧室声腔纵向振荡频率规律分析

张 峤, 李军伟, 王宁飞
(北京理工大学 宇航学院, 北京 100081)

摘 要: 将药柱贴壁浇注的固体火箭发动机燃烧室简化为中间管型药两端容腔的形式, 建立了突变截面 H 型声腔的物理模型, 求解了此种声腔纵向振频的理论解和有限元解, 以对称声腔与非对称声腔为对象, 分析了一些关键几何尺寸对纵向声振频率变化的影响规律. 计算结果表明, 声振频率受装药长度与燃烧室长度的比值、装药内外径比值以及药柱浇注位置的共同影响. 从合理的装药装填率考虑, 初始振荡频率小于圆柱型声腔的振频, 并随燃面退移连续增大.

关 键 词: 固体火箭发动机; 不稳定燃烧; 声振频率; 燃烧过程; 声振型
中图分类号: V435 **文献标识码:** A

Analysis on acoustic longitudinal oscillation frequency in combustion chamber with sudden change sections

ZHANG Qiao, LI Junwei, WANG Ningfei
(School of Aerospace Engineering,
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Combustion chamber with case bonded propellant, often used in solid rocket motors, can be simplified into an “H” type sudden change section configuration with tube grain in the middle and cavities connected at both head end and aft end. In the paper, a physical model of “H” acoustic cavities was established; then the longitudinal frequency was calculated by theoretic and finite element model (FEM) methods. Symmetrical and unsymmetrical “H” acoustic cavities were used separately to investigate the influences of geometrical parameters on the oscillation frequency. The results indicate that the ratio of the length of grain to combustion chamber, the ratio of inner-outer grain radius and grain position have cooperative effects on the frequency. Considering the reasonable volumetric loading fraction of the grain, it is concluded that oscillation frequency, which is smaller than that in cylindrical cavity at beginning, increases continuously with burning surface regression.

Key words: solid rocket motor; combustion instability; acoustic oscillation frequency; combustion process; acoustic mode

固体火箭发动机声不稳定燃烧是装药燃烧过程和发动机内腔声振荡过程相互作用的结果, 可能会由于压强的突升使发动机爆炸, 或者因发动机突然失压, 使得装药燃烧终止. 因此, 对固体火箭发动机进行稳定性预估有着重要意义. 预估主

要包括两部分工作: 一是发动机内腔声学分析, 计算或测定声腔在不同时刻的振型和频率; 二是计算或测定各项增益和阻尼(α) 随装药燃烧时间的变化^[1]. 因为 α 是声振频率 f 的函数, 故声振型分析在稳定性预估中起至关重要的作用. 几十年

收稿日期: 2009 05 21; 修订日期: 2010 01 22

作者简介: 张峤(1985-), 男, 四川广元人, 博士生, 主要从事固体火箭发动机不稳定燃烧预估技术的研究.

通讯作者: 李军伟(1978-), 男, 河南漯河人, 副教授, 博士, 研究领域为微型火箭发动机燃烧室的实验和数值模拟.

来,国内外学者对发动机声腔振型计算做了大量工作. 美国 SPP/SSP (solid performance program/standard stability prediction) 软件已对 ASRM (advanced solid rocket motor), Star-Aft 等发动机进行了系统的振型计算及稳定性预估,取得了满意的效果^[2-3]. 国内从上世纪 90 年代起,也开展了一系列的振型计算工作^[4-5]. 目前被广泛采用的是方法是通过 ANSYS, NASTRAN 和 SYSNOISE 等商业软件对发动机三维声场进行有限元或边界元计算,进而提取声振型^[6-7],但是对某一特定装药在燃烧过程中声振频率变化规律进行的研究却少有报道.

固体火箭发动机工作过程中燃面退移造成声腔连续变化,而在设计中药型有各种选择,药型的变化对振型与声振频率的影响是工程技术人员十分关心的问题. 为此,本文建立了内燃管型装药声腔的物理模型,推导了此种声腔纵向振型的理论计算方法与有限元法(FEM),分析了一些关键几何尺寸对纵向声振频率变化的影响规律.

1 声腔物理模型

从声学考虑,很多贴壁浇注的固体火箭发动机燃烧室可简化为中间管型药两端容腔的形式,如图 1 所示. 不考虑喷管收敛段,仅将燃烧室作为研究对象,则发动机声腔如图 2 所示,本文统称为 H 声腔. 其中 L 为燃烧室总长, l_p 为装药长度, l_1 与 l_3 为左右容腔长度, r 与 R 分别为装药内、外

孔半径. 为方便推导,将燃烧室声腔作如下假设: ①药柱仅内孔燃烧,燃烧过程绝热; ②燃烧室燃气介质为理想气体; ③燃烧室声腔壁面为刚性壁; ④声波作线性小扰动处理.

为了分析声腔几何尺寸对声振频率变化的影响,将各部分尺寸作无量纲处理. 本文取燃烧室内径 $R=1$, 装药初始内径 $r=0.1$, 燃烧室长度 L 分别从 2 到 14(即燃烧室长径比从 1 到 7). 定义四个无量纲参数: 装药长度比 $\lambda_p = l_p/L$, 左容腔长度比 $\lambda = l_1/L$, 装药内外径比 $m = r/R$, 燃烧室长径比 $\xi = L/2R$.

2 求解过程

根据上述假设,将燃烧室内质量守恒、动量守恒、能量守恒以及物态方程经线性化处理后,燃烧室内简谐声场可用亥姆霍兹方程描述

$$\Delta^2 p + k_N^2 p = 0 \tag{1}$$

其中 k_N 为复波数($k_N = \omega_N/\bar{a}$, ω_N 是角频率).

2.1 理论求解

对于长径比较大的固体火箭发动机,燃烧室声腔前几阶纵向振型对发动机工作稳定性尤为重要. 求解这些振型时,由声腔的轴对称性,可将其简化为一维轴对称模型. 式(1)简化为

$$\frac{d^2 p}{dx^2} + k_N^2 p = 0 \tag{2}$$

如图 2 所示,声腔由 3 个容腔构成,它们的交界面均有面积的突变. 参考双亥姆霍兹燃烧器振型计算方法^[8],令声压幅值 $\tilde{p}_i (i = 1, 2, 3)$ 为

$$\tilde{p}_i = A_i \cos k_N x_i + B_i \sin k_N x_i \tag{3}$$

容腔交界面应具有压力幅值不变,容积流量相等的条件,即有如下方程组:

$$\begin{cases} \tilde{p}_1 |_{x_1=l_1} = \tilde{p}_2 |_{x_2=0} \\ \tilde{p}_2 |_{x_2=l_2} = \tilde{p}_3 |_{x_3=0} \\ S_1 v_1 |_{x_1=l_1} = S_2 v_2 |_{x_2=0} \\ S_2 v_2 |_{x_2=l_2} = S_3 v_3 |_{x_3=0} \end{cases} \tag{4}$$

边界条件为

$$\left. \frac{d\tilde{p}_1}{dx_1} \right|_{x_1=0} = 0; \quad \left. \frac{d\tilde{p}_3}{dx_3} \right|_{x_3=l_3} = 0$$

燃气为理想气体,将经典声振关系 $\tilde{v}_i = \frac{j}{\rho\omega} \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial x_i}$ (j 为虚数单位) 带入式(4),展开后可解出复波数 k_N . 计算过程为确保不会丢根,参照文献[8]中二分法进行求解. 将 k_N 代入 $f_N = \frac{k_N \bar{a}}{2\pi}$,即可求出

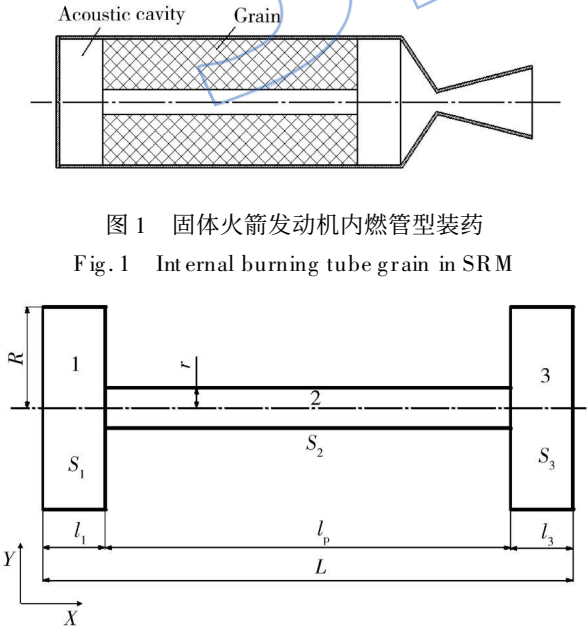


图 1 固体火箭发动机内燃管型装药

Fig. 1 Internal burning tube grain in SRM

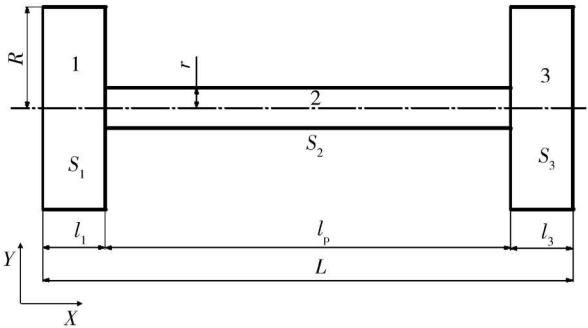


图 2 燃烧室 H 声腔

Fig. 2 H acoustic cavity configuration

声振频率,再除以长为 L 的圆柱型声腔对应的声振频率 $f_c = \frac{\bar{a}N}{2L}$ (N 取 1, 2, 3, ...), 可得到无量纲频率 $\hat{f} = \frac{N\pi}{kNL}$. 将圆柱型声腔的振频定为 1, 则可用 $\hat{f}$ 描述 H 声腔振频的相对大小.

2.2 有限元法求解

基于有限元思想, 求解声振型实质是提取声模态的过程. 使用迦辽金法直接离散式(1), 可得到声腔模态方程的单元矩阵形式^[2-4]

$$(\mathbf{K}_t - \omega_N^2 \mathbf{M}_t) \mathbf{p} = 0 \tag{6}$$

式中 $\mathbf{K}_t$ 为声刚度矩阵; $\mathbf{M}_t$ 为声质量矩阵. 通过 ANSYS 的 acoustic 30 声流体单元建立三维声腔有限元模型, 模型表面定义零位移约束. 图 3 所示为 $R=1, L=5, m=0.5, \lambda_p=0.6$ 情况下的有限元网格图, 其他情况网格划分与此类似. 为了提高计算精度与速度, 全部采用六面体结构化网格. 使用有限元法求得声特征向量 $\mathbf{p}$ 以及特征根 ω_N , 代入 $f_N = \omega_N/2\pi$ 即可求出声振频率. 同样, 也需要将其进行无量纲处理.

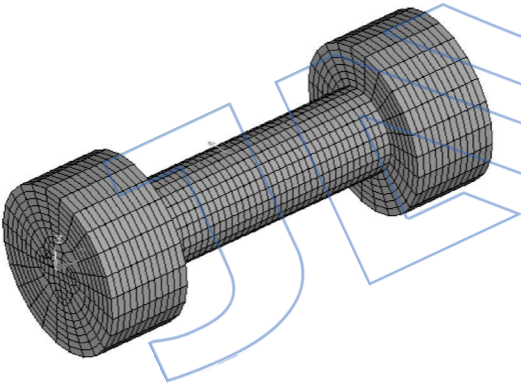


图 3 三有限元网格图
Fig. 3 Three dimensional finite element mesh

3 计算结果与分析

H 声腔的本质是突变截面声滤波器^[9-10], 几何参数 λ, λ_p 和 m 对其声振频率影响较大. 基于几何燃烧定律, 通过在 MATLAB 环境下编写程序, 求得声振频率的理论值, 并对比有限元解, 分析这些关键参数对纵向声振频率的影响规律.

3.1 几何尺寸左右对称的声腔

如图 2 所示, 此种声腔结构左右对称, $l_1 = l_3, S_1 = S_3$. 针对以下三种工况进行研究.

3.1.1 给定 λ_p 与 m , 变化 ξ

此工况下令 $\lambda_p=0.75, m$ 取 0.2, ξ 的变化范围是[1, 7]. 经计算, 无量纲声振频率 $\hat{f}$ 随燃烧室

长径比 ξ 的变化规律如图 4 所示, 当 λ_p 与 m 取定值时, 基频 $\hat{f}$ 与二阶 $\hat{f}$ 都不随燃烧室长径比 ξ 的改变而改变. 还可以看出, 理论解与有限元解非常接近, 说明计算结果是可信的.

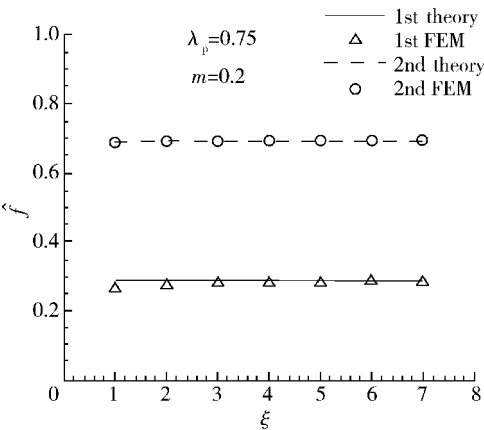


图 4 几何对称情况下无量纲基频、二阶振频随 ξ 变化曲线
Fig. 4 1st and 2nd axial nondimensional frequencies variation with ξ in symmetrical cavity

3.1.2 给定 ξ 与 m , 变化 λ_p

令 $\xi=5, m$ 分别取与 0.3 与 0.6, λ_p 变化范围是[0, 1]. 经计算, 基频 $\hat{f}$ 随 λ_p 的变化规律如图 5 (a) 所示. 从计算结果来看, m 取不同的值, $\hat{f}$ 都随 λ_p 的增大先减小后增大, 以 $\lambda_p=0.5$ 左右对称. 当 $\lambda_p=0$ 和 1 时, 声腔是纯圆柱型, $\hat{f}=1$. 当 $\lambda_p=0.5$ 时, $\hat{f}$ 取得极小值 $\hat{f}_{min}$. 对比不同的装药内孔, $m=0.3$ 时 $\hat{f}_{min}=0.37$; $m=0.6$ 时 $\hat{f}_{min}=0.68$. 这表明内径越小, $\hat{f}$ 减小的越多.

二阶 $\hat{f}$ 随 λ_p 的变化规律如图 5 (b) 所示. m 取不同的值, 结果都呈一个周期的类正弦曲线. 但并不对称. 当 $\lambda_p < 0.5$ 时, $\hat{f} > 1$; 当 $\lambda_p=0.5$ 时, $\hat{f}=1$; 当 $\lambda_p > 0.5$ 时, $\hat{f} < 1$. 计算结果表明, m 越小, 由 λ_p 改变所引起 $\hat{f}$ 的变化越剧烈.

3.1.3 给定 ξ 与 λ_p , 变化 m

为了探讨燃面退移过程中振频的变化规律, 令 $\xi=5, m$ 变化范围是[0.1, 1], 考虑到实际装药的装填率, 仅考虑 λ_p 大于 0.5 的工况. 经计算, 基频随 m 的变化规律如图 6 (a) 所示, 基频 $\hat{f}$ 初始值小于 1, 在燃面退移过程中连续增加. 比较不同药长可得, λ_p 越小, 初始基频越小, λ_p 取 0.5 时达到极小值, 为圆柱型声腔的 12.7% .

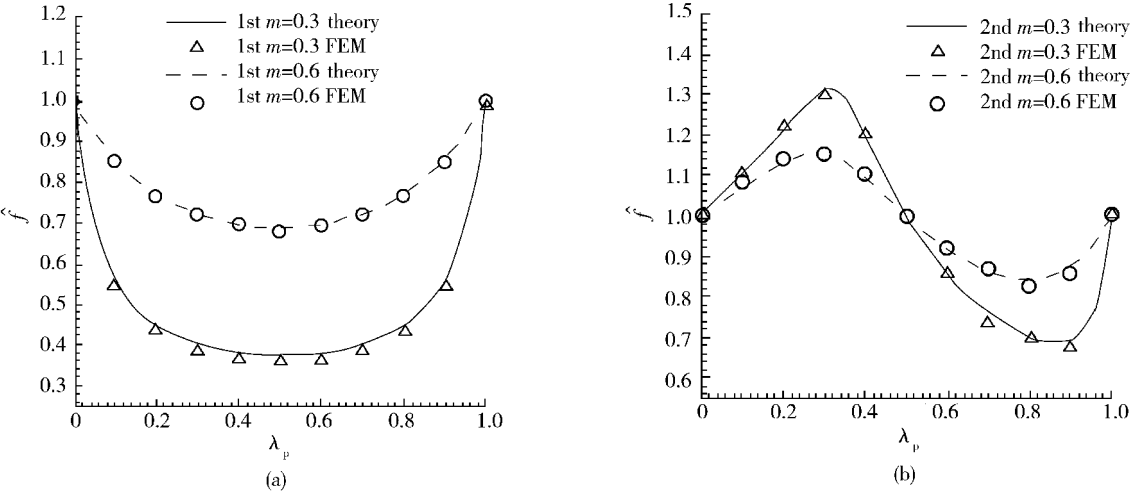


图 5 几何对称情况下无量纲基频、二阶振频随 λ_p 变化曲线

Fig. 5 1st and 2nd axial nondimensional frequencies variation with λ_p in symmetrical cavity

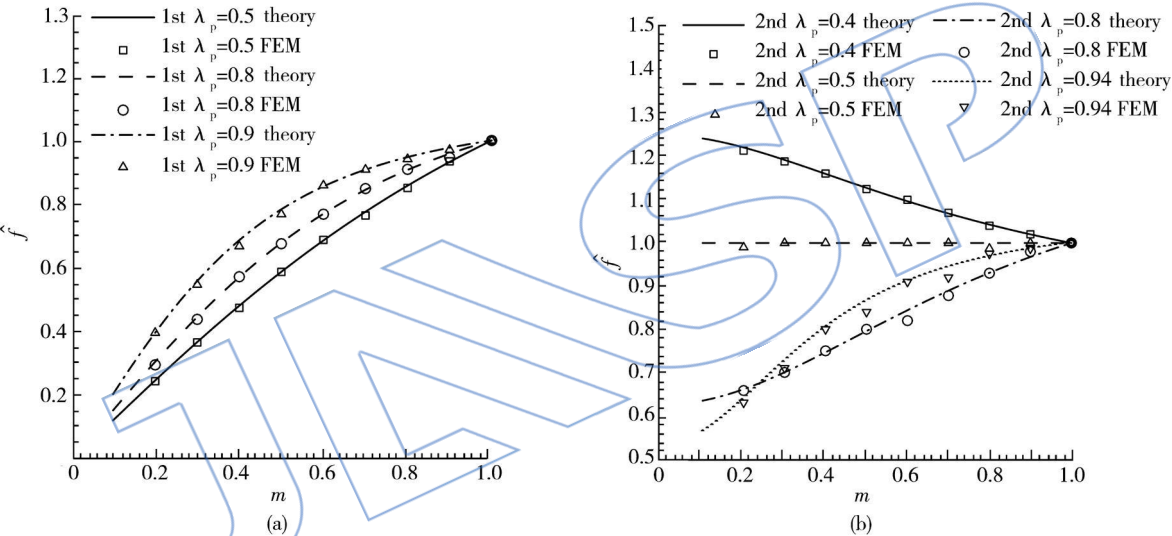


图 6 几何对称情况下无量纲基频、二阶振频随 m 变化曲线

Fig. 6 1st and 2nd axial nondimensional frequencies variation with m in symmetrical cavity

二阶振频随 m 变化规律如图 6(b) 所示. 计算结果表明, 当 $\lambda_p < 0.5$ 时, 二阶 $\hat{f}$ 初始值大于 1, 并随燃面退移不断减小. 当 $\lambda_p = 0.5$ 时, 二阶 $\hat{f}$ 恒等于 1, 说明当装药长度为燃烧室长度一半时, 二阶振频不随燃面退移而改变. 当 $\lambda_p > 0.5$ 时, $\hat{f}$ 初始值小于 1, 并随燃面退移连续递增. 经比较, 初始基频随 λ 的增大先减小后增大, λ 取 0.94 时达到极小值, 为圆柱型声腔的 56%. 对比图 6(a) 可知, 装药内孔的改变对基频的影响大于二阶振频.

3.2 几何尺寸不对称的声腔

更普遍的情况下, 燃烧室声腔结构左右并不对称, 即图 2 中 $l_1 \neq l_3$, $S_1 = S_3$, 其中当 $l_1 = 0$ 时为一特例. 针对以下三种工况进行研究.

3.2.1 $\lambda = 0$, 给定 ξ 与 m , 变化 λ_p

令 $\xi = 5$, m 分别取与 0.3 与 0.6, λ_p 变化范围是 $[0, 1]$. 此声腔结构基频随 λ_p 的变化规律与图 5 (b) 所示对称结构的二阶振频完全相同, m 取不同的值, 结果都呈一个周期的类正弦曲线. 当 $\lambda_p = 0.5$ 时, 曲线相交且纵坐标为 1. 表明当装药长度为燃烧室长度一半时, 基频不随燃面退移而改变.

二阶 $\hat{f}$ 随 λ_p 的变化规律如图 7 所示, 图像为两个周期的类正弦曲线. 同样地, m 越小, 由 λ_p 改变所引起 $\hat{f}$ 的变化越剧烈. 当 λ_p 等于 0.25, 0.5 与 0.75 时, 两条曲线相交且纵坐标都为 1, 表明当装药长度为燃烧室长度的 $1/4$, $1/2$ 以及 $3/4$ 时, 此声腔的二阶振频不随燃面退移而改变.

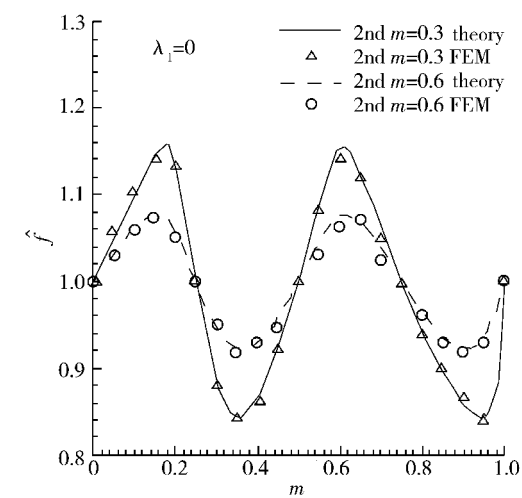


图 7 $\lambda_l = 0$ 时非对称声腔无量纲二阶振频随 λ_p 变化曲线

Fig. 7 2nd axial nondimensional frequencies variation with λ_p in unsymmetrical cavity at $\lambda_l = 0$

3. 2. 2 $\lambda = 0$, 给定 ξ 与 λ_p , 变化 m

ξ 、 λ_p 与 m 的取值与对称声腔相同. 经计算, 基频随燃面退移过程的变化规律与图 6 (b) 所示对称结构声腔的二阶振频完全相同. 与相同装药长度的对称结构相比, 基频较大, 在燃面退移前后变化幅度小.

对于二阶振频, 仅对 $\lambda_p > 0.5$ 时的情况进行研究, 计算结果如图 8 所示. 当 $0.5 < \lambda_p < 0.75$ 时, 初始 $\hat{f} > 1$, 并随燃面退移连续减小至 1, 初始振频随 λ_p 的增大先增大后减小, 当 $\lambda_p = 0.6$ 时取得极大值, 为圆柱型声腔的 1.2 倍. 当 $0.75 < \lambda_p < 1$ 时, 初始 $\hat{f} < 1$, 并随燃面退移连续增大至 1, 初始振频随 λ_p 的增大先减小后增大, λ_p 取 0.98 时达到极小值, 为圆柱型声腔的 77%. 当 λ_p 等于 0.5 与 0.75 时, $\hat{f} = 1$, 二阶振频不随燃面退移而改变.

3. 2. 3 $\lambda \neq 0$, 给定 ξ 与 λ_p , 变化 m

针对这种最普通的声腔结构, 本文提出一种研究方法: 先确定药柱总长, 之后将药柱从燃烧室前端逐渐移向尾部. 由于装药在移动过程中的左右对称性, 所以一旦药柱几何尺寸确定, 声振频率的变化规律一定介于 $\lambda = 0$ 与 $\lambda = (1 - \lambda_p) / 2$ (即对称结构) 两种特殊声腔之间.

对二阶振频的一种具体情况进行分析. 令 $\xi = 5$, $\lambda_p = 0.7$, 将 λ 从 0 渐变到 0.15 (0.15 是对称结构的 λ 取值) 可反映出此装药系列的变化规律, 计算结果如图 9 所示. 该系列曲线的上限对应为 $\lambda = 0$ 的非对称声腔, 振频随燃面退移而减小;

下限对应 $\lambda = 0.15$ 时的对称声腔, 振频随燃面退移而增大. 考虑工程实际, $\lambda \rightarrow 0$ 的情况很少, 所以基本上初始振频都小于 1, 并随燃面退移连续增大. λ 较小时, 振频在初期增长较快, 之后趋于平缓; λ 较大时, 振频的增长率基本平稳.

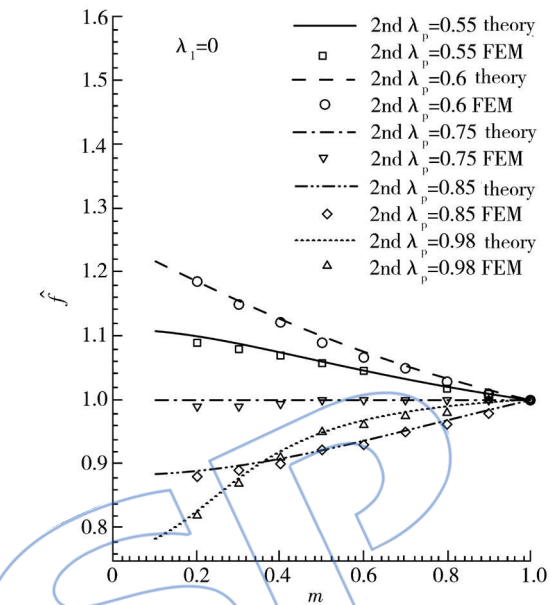


图 8 $\lambda_l = 0$ 时非对称声腔无量纲二阶振频随 m 变化曲线

Fig. 8 2nd axial nondimensional frequencies variation with m in unsymmetrical cavity at $\lambda_l = 0$

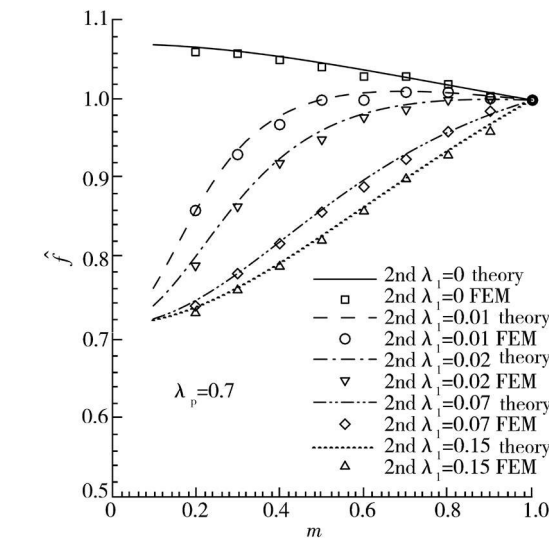


图 9 $\lambda_l = 0.7$ 时非对称声腔无量纲二阶振频随 m 变化曲线

Fig. 9 2nd axial nondimensional frequencies variation with m in unsymmetrical cavity at $\lambda_l = 0.7$

4 结 论

基于简谐声场的亥姆霍兹方程,使用理论与有限元解法,计算了贴壁浇注管型装药固体发动机燃烧室声腔的振荡频率,探讨了声腔结构几何参数对振频变化的影响规律,研究结果表明:

- 1) 燃烧室长径比 ξ 对振荡频率影响不大.
- 2) 装药内外径比 m 越小,由药长比 λ 改变所引起的基频变化越剧烈.
- 3) 燃面退移过程中,初始基频小于圆柱型声腔的振频,并随退移过程连续增大.当装药长度等于燃烧室长度一半时,基频变化最大;对于 $\lambda = 0$ 的不对称声腔,当装药长度为燃烧室长度的一半时,基频不随燃面退移而改变.
- 4) 本文仅研究了声振频率的变化规律,实际发动机工作过程中可能会出现旋涡脱落、声波与燃烧过程耦合的低频振荡^[1+12],这将是下一步研究的方向.

参考文献:

- [1] 孙维申. 固体火箭发动机不稳定燃烧[M]. 北京: 北京工业学院出版社, 1987.
SUN Weishen. Combustion instabilities in solid rocket motors [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1987. (in Chinese)
- [2] French J, Flandro G, Majdalani J. Improvements to the linear standard stability prediction program (SSP) [R]. AIAA 2004-4181, 2004.
- [3] Flandro G, Majdalani J, French J. Incorporation of nonlinear capabilities in the standard stability prediction program [R]. AIAA 2004-4182, 2004.
- [4] 谢蔚民, 贺武生. 固体火箭发动机燃烧不稳定性预估[J]. 推进技术, 1991(2): 40-45.
XIE Weimin, HE Wusheng. Prediction of combustion instability in solid rocket engine [J]. Journal of Propulsion Technology, 1991(2): 40-45. (in Chinese)
- [5] 谢蔚民, 李江, 周金仙. 固体火箭发动机燃烧稳定性预估的三维计算方法[J]. 固体火箭技术, 1994(4): 17-25.
XIE Weimin, LI Jiang, ZHOU Jinxian. Three dimensional calculation method for the prediction of the combustion stability of solid rocket motors [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 1994(4): 17-25. (in Chinese)
- [6] 樊晓波, 王敏庆, 盛美萍. 隔板应用于发动机燃烧室不稳定燃烧抑制中的二维数值计算分析[J]. 机械科学与技术, 2007, 26(9): 1118-1121.
FAN Xiaobo, WANG Mingqing, SHENG Meiping. Two dimensional numerical analysis of applying baffles to restraining the combustion instability in a marine engine [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2007, 26(9): 1118-1121. (in Chinese)
- [7] 杨向明, 刘佩进, 陈晓龙. 翼柱型装药固体火箭发动机燃烧室声场分析[J]. 宇航学报, 2008, 29(5): 1593-1597.
YANG Xiangming, LIU Peijin, CHEN Xiaolong. Analyse of acoustic property with complicated grain shape in combustion chamber of solid rocket motor [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(5): 1593-1597. (in Chinese)
- [8] 王宁飞, 孙维申, 胡竞岩. 亥姆霍兹燃烧器测量低频速度耦合响应函数可行性问题的探讨[J]. 推进技术, 1990(2): 23-28.
WANG Ningfei, SUN Weishen, HU Jingyan. A study on applicability of H-burner to measure the coupling response function of low-frequency oscillation [J]. Journal of Propulsion Technology, 1990(2): 23-28. (in Chinese)
- [9] 马大猷. 现代声学理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
MA Dayou. Modern acoustic theory foundation [M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese)
- [10] Cain A B, Kerschen E J. Simulation of powered resonance tubes: helmholtz resonator geometries [R]. AIAA 2004-2690, 2004.
- [11] Wu W J, Kung L C. Determination of triggering condition of vortex-driven acoustic combustion instability in rocket motors [J]. Journal of Propulsion and Power, 2000, 16(6): 1022-1029.
- [12] 赵震, 郭志辉, 黄勇, 等. 模型燃烧室低频不稳定燃烧的初步探讨[J]. 航空动力学报, 2003, 18(6): 803-807.
ZHAO Zhen, GUO Zhihui, HUANG Yong, et al. A preliminary investigation of low-frequency combustion instability in a model combustor [J]. Journal of Aerospace Power, 2003, 18(6): 803-807. (in Chinese)