

文章编号: 1000-8055(2010)06-1427-05

成形法加工的弧线齿面齿轮几何接触分析

苏进展¹, 方宗德¹, 曹雪梅²

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072;

2. 河南科技大学 机电工程学院, 洛阳 471039)

摘 要: 研究了成形法加工的弧线齿面齿轮齿面接触分析及齿面修形. 弧线产形齿条是由具有一定刀倾角的刀盘形成, 用其推导展成加工的弧线齿圆柱齿轮和成形法加工的弧线齿面齿轮齿面方程, 同时通过刀具抛物线齿廓对大轮齿面进行修形; 在此基础上, 建立了包括考虑安装误差在内的弧线齿面齿轮齿面接触分析(TCA)模型; 最后通过算例的啮合性能分析, 表明对大轮齿面修形可降低传动误差幅值和获得较好传动误差曲线, 且该类传动装置对安装误差敏感性较低.

关 键 词: 弧线齿面齿轮; 齿面接触分析; 齿面修形; 传动误差; 成形法加工

中图分类号: TH132

文献标识码: A

Tooth contact analysis of face gear drive with curvilinear shaped tooth by format cutting

SU Jin-zhan¹, FANG Zong-de¹, CAO Xue-mei²

(1. School of Mechanical Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. School of Mechatronics Engineering,

Henan University of Science of Technology, Luoyang 471039, China)

Abstract: The contact characteristics and flank modification of face gear drive with curvilinear shaped tooth by format cutting were investigated. An image rack-cutter with curvilinear shaped tooth was considered as a generating tool formed by head-cutter with a tilted angle. The tooth surface of face gear by format cutting and cylindrical gear by generation method were derived, then, flank modification of face gear was applied by the rack-cutter's parabolic profile. Based on the developed mathematical model of face gear drive, tooth contact analysis was also established by taking into consideration the assembly errors. Finally, the numerical example results show that the transmission error amplitude can be reduced and the better shape of transmission error curve can be attained, and also the sensitivity of this type gear drive is better than other face gear drives.

Key words: face gear with curvilinear shaped tooth; tooth contact analysis; flank modification; transmission errors; format cutting

面齿轮传动已在直升机主传动系统中得到应用,并在分流-汇流传动结构方面表现出了潜在的优势^[1-2].目前,国内外已对直、斜齿面齿轮进行了

大量深入的研究^[3-12];直齿、斜齿面齿轮通常采用插齿、滚齿加工,存在着加工困难且对安装误差敏感等问题^[3,6];国内尚无专用设备加工面齿轮,加

收稿日期: 2009-05-18; 修订日期: 2009-08-16

基金项目: 国家自然科学基金(50875211); 航空科技创新基金(07B53004)

作者简介: 苏进展(1982-),男,福建泉州人,博士生,主要从事齿轮设计制造研究.

之国外技术封锁,使得我国面齿轮传动技术落后于国外.弧线齿面齿轮传动是一种全新的齿轮传动结构,大小轮在传动中凹凸两啮合面为点接触,除了在强度、啮合平稳性方面具有优势外,最为重要的是加工方便,可用现有机床设备和刀盘加工.本文用产形齿条方法推导弧线齿面齿轮副齿面方程,建立齿面接触分析模型,对成形法加工的大轮齿面沿齿廓方向修形,可减小传动误差幅值和获得开口向下抛物线形传动误差曲线.

1 产形齿条齿面

弧线齿面齿轮传动是由弧线齿面齿轮(大轮)和弧线齿圆柱齿轮(小轮)组成的,大小轮加工均采用格里森刀盘;大轮齿数较多,采用成形加工可提高加工效率,小轮用展成加工.为避免加工大轮时,切削刀盘和已加工完成的轮齿产生干涉,必须将刀盘倾斜一定角度;小轮有一定刀倾角之后,可改善齿面曲率特性.本文采用产形齿条方法,借鉴圆柱齿轮设计方法,推导大小轮齿面方程.如图 1 所示为产形齿条形成过程,将刀盘绕刀盘轴线旋转形成切削锥面的一部分看成是产形齿条, S_a 固定在刀具法截面, S_b 刀盘动坐标系,绕刀盘轴线旋转 θ , S_d 刀盘辅助坐标系, S_c 产形齿条动坐标系,展成加工齿轮时随着刀盘移动.如图 2 所示,在 S_a 坐标系中刀具齿廓位置矢量为

$$\mathbf{r}_{a1}(l_f) = \begin{pmatrix} l_f \cos \alpha - a_f \\ \pm(l_f \sin \alpha + b - a \tan \alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

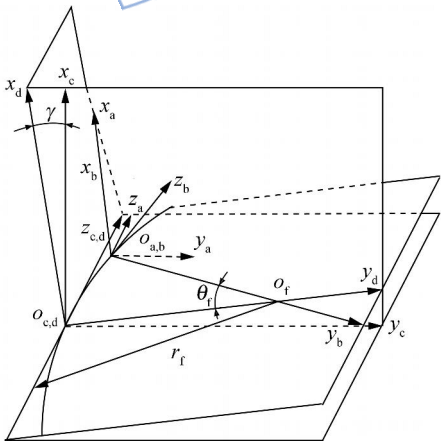


图 1 产形齿条坐标系
Fig. 1 Generating rack-cutter coordinate

l_f 为向量 $M_0 M$ 的模,是齿条齿面参数; a_f 为齿根高; $b = \pi m_n / 4$ 齿槽宽一半, m_n 为模数, a 为

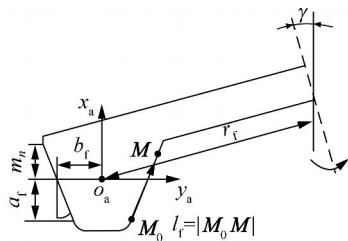


图 2 刀盘法截面图
Fig. 2 Normal section of head-cutter

压力角;正号表示右齿廓,负号为左齿廓.经坐标变换之后,可得到产形齿条齿面的位置矢量表达式为

$$\mathbf{r}_{c1}(l_f, \theta) = M_{ca}(\theta) \mathbf{r}_{a1}(l_f) \quad (2)$$

式中 $M_{ca} = M_{cd} M_{db} M_{ba}$; θ 为刀盘转角 ($-a \sin(0.5B/\pi) \leq \theta \leq a \sin(0.5B/\pi)$); π 为刀盘名义半径; B 为齿宽.

2 弧线齿圆柱齿轮齿面方程

小轮展成过程类似于直齿或者斜齿圆柱齿轮,此时产形齿条是由有一定刀倾角刀盘形成的弧线齿条刀.图 3 描述了在小轮展成过程中,产形齿条动坐标系 S_c 、固定坐标系 S_h 、小轮动坐标系 S_1 之间运动关系.小轮动坐标系 S_1 绕 z_1 旋转 ϕ_1

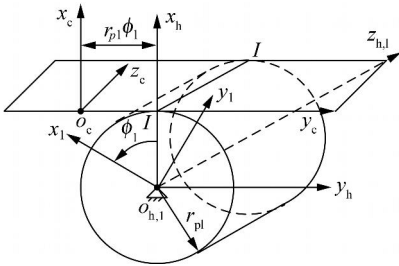


图 3 小轮展成坐标系
Fig. 3 Pinion generated coordinate

的同时,产形齿条坐标系 S_c 移动 $r_{p1} \phi_1$,所展成齿面齿宽中点处齿廓为标准渐开线,两边为对称非标准渐开线齿廓.由啮合原理^[5],在齿条齿面和被展成小轮齿面切削接触点上,法向矢量必须经过瞬轴 $F-I$,得到如下啮合条件

$$\frac{X_c - X_c}{n_{cx}} = \frac{Y_c - Y_c}{n_{cy}} = \frac{Z_c - Z_c}{n_{cz}} \quad (3)$$

式中 X_c, Y_c, Z_c 为瞬轴在齿条坐标系 S_c 的坐标, x_c, y_c, z_c 为两齿面瞬时接触点在 S_c 的坐标, n_{cx}, n_{cy}, n_{cz} 为瞬时接触点法向矢量分量;由啮合方程 $\frac{X_c - X_c}{n_{cx}} = \frac{Y_c - Y_c}{n_{cy}}$,可得到小轮加工转角 $\phi_1 = (n_{cx}$

$y_c - n_{cy} x_c) / n_{cx} r_{p1}$, 其中 $X_c = 0, Y_c = r_{p1} \phi_1, r_{p1} = m_n z_1 / 2$ 为节圆半径, z_1 为小轮齿数, 小轮齿面位置矢量和法向矢量可表示为

$$\begin{aligned} r_1(l_f, \theta) &= M_{1c}(\phi_1) r_{c1}(l_f, \theta) \\ n_1(l_f, \theta) &= \frac{\partial r_1(l_f, \theta)}{\partial \theta} \times \frac{\partial r_1(l_f, \theta)}{\partial l_f} \end{aligned} \quad (4)$$

式中 M_{1c} 为 S_c 到 S_1 的变换矩阵。

3 弧线齿面齿轮齿面方程

弧线齿面齿轮采用成形法加工, 产形齿条坐标系 S_c 如图 5 所示, 面齿轮动坐标系 S_2 , 采用成形法加工, 面齿轮固定坐标系亦是面齿轮齿面动坐标系。刀盘中心可在面齿轮齿宽上根据具体要求选取, 为了获得与弧线齿圆柱齿轮较好传动质量, 将刀盘中心选取在节圆 $r_{p2} = m_n z_2 / 2$ 处, z_2 为大轮齿数; 成形法加工面齿轮副的几何传动误差较大, 易产生较大振动噪声, 应对大轮齿面修形; 如图 4 所示, 以抛物线齿廓代替直线齿廓对大轮齿面修形, 获得大轮凸面中凸齿形, S_a 刀具法截面坐标系, S_t 齿廓坐标系, 在 S_a 坐标系下, 刀具齿面方程为

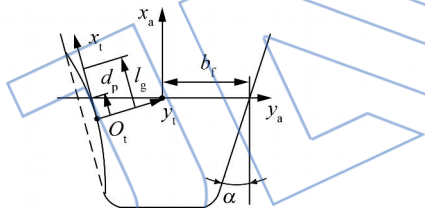


图 4 大轮齿廓抛物线修形

Fig. 4 Rack-cutter profile modification with parabolic curve

$$r_{a2}(l_g) = \begin{pmatrix} l_g \cos \alpha + a_c l_g^2 \sin \alpha - d_p \cos \alpha \\ -l_g \sin \alpha + a_c l_g^2 \cos \alpha - b - d_0 \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中 α 为压力角, a_c 为抛物线修形系数, d_p 为 S_t 坐标系原点位置, d_0 为最大修形量。经坐标变换, 可得到产形齿条齿面位置矢量和法向矢量

$$\begin{aligned} r_{c2}(l_g, \theta_g) &= M_{ca}(\theta_g) r_{a2}(l_g) \\ n_{c2}(l_g, \theta_g) &= \frac{\partial r_{c2}(l_g, \theta_g)}{\partial \theta_g} \times \frac{\partial r_{c2}(l_g, \theta_g)}{\partial l_g} \end{aligned} \quad (6)$$

式中 θ_g, l_g 为齿面参数。将产形齿条齿面位矢量和法向矢量直接转换到大轮齿面坐标系下, 得到大轮齿面位置矢量和法向矢量

$$\begin{aligned} r_2(l_g, \theta_g) &= M_{2c} r_{c2}(l_g, \theta_g) \\ n_2 &= L_{2c} n_{c2} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 M_{2c} 为 S_c 到 S_2 的变换矩阵, L_{2c} 是 M_{2c} 去掉最后一行和最后一列的矩阵, r_{p2} 为齿宽中点面齿轮半径, r_i 为大轮内径, r_o 为大轮外径。

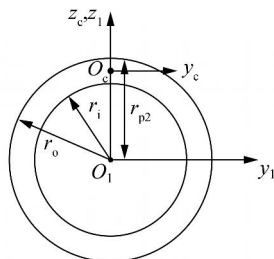


图 5 大轮加工坐标系

Fig. 5 Formate cutting coordinate

4 齿面接触分析

两齿面 Σ_1 和 Σ_2 在固定坐标系 S_f 中连续接触相切, 齿面的位置矢量和法向矢量分别相等, 如图 6 所示, 坐标系 S_1 和 S_2 分别是弧线齿圆柱齿轮和弧线齿面齿轮的齿面动坐标系, S_f 为固定坐标系, 辅助坐标系 S_q 和 S_e 模拟了齿轮间装配误差, ΔE 是轴向交错位移, Δq 为面齿轮轴向偏移误差, $\Delta \gamma$ 为轴交角误差。在固定坐标系 S_f 中齿面 Σ_1, Σ_2 位置矢量及法向矢量可表示为

$$\begin{cases} r_1^{(1)}(l_f, \theta, \phi_1) = M_{f1}(\phi_1) r_1(l_f, \theta) \\ n_1^{(1)}(l_f, \theta, \phi_1) = L_{f1}(\phi_1) n_1(l_f, \theta) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} r_2^{(2)}(l_g, \theta_g, \phi_2) = M_{f2}(\phi_2) r_2(l_g, \theta_g) \\ n_2^{(2)}(l_g, \theta_g, \phi_2) = L_{f2}(\phi_2) n_2(l_g, \theta_g) \end{cases} \quad (9)$$

式中 $l_f, \theta, l_g, \theta_g$ 分别为小轮和大轮齿面参数; $\phi_1,$

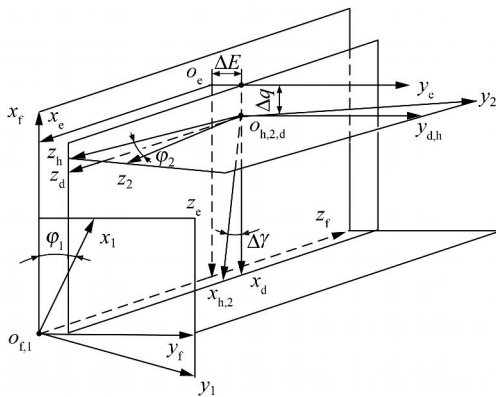


图 6 齿面啮合坐标系

Fig. 6 Coordinate system applied for meshing

ϕ_2 分别是弧线齿圆柱齿轮和弧线齿面齿轮啮合转角; M_{f1} 是 S_1 到 S_f 的变换矩阵, L_{f1} 是 M_{f1} 去掉最后一行和最后一列的矩阵; $M_{f2} = M_{fe} M_{ed} M_{dh}$ M_{h2} 是 S_2 到 S_f 的变换矩阵, L_{f2} 是 M_{f2} 去掉最后一行和最后一列的矩阵. 在坐标系 S_f 中两齿面连续相切接触得到以下方程

$$\begin{cases} r_f^{(1)}(l_f, \theta, \phi_1) = r_f^{(2)}(l_g, \theta_g, \phi_2) \\ n_f^{(1)}(l_f, \theta, \phi_1) = n_f^{(2)}(l_g, \theta_g, \phi_2) \end{cases} \quad (10)$$

将以上两矢量方程向坐标轴投影,可以得到 6 个标量方程,但由于 $|n_f^{(1)}| = |n_f^{(2)}| = 1$, 所以只能得到 5 个独立的标量方程,而未知量却有 6 个,取 ϕ_1 为输入量,求解非线性方程组(10)就可得到两齿面的一个接触点,然后以一定步长改变 ϕ_1 值,继续求解,直至求出的接触点超出齿面有效边界,得到齿面啮合迹线,接触线沿着椭圆长轴方向搜索,实际椭圆长轴在不同接触位置是不一样的,由两齿面主曲率和主方向确定.

5 算 例

以一对弧线齿面齿轮副为例,设计参数(包括刀具参数、齿轮副参数、修形参数)参见表 1,分别对修形前后齿轮副进行 TCA (tooth contact analysis) 分析,得到齿面接触印痕和传动误差见图 7 和图 8;图 9 是三种不同安装误差齿面接触印痕.

表 1 齿轮副设计参数

Table 1 Design parameters for gear drive

设计参数	数值
小轮齿数 z_1	35
大轮齿数 z_2	140
压力角 α (°)	20
模数 m_n / mm	3.175
轴交角 Γ (°)	90
小轮刀盘半径 r_{n1} / mm	160
大轮刀盘半径 r_{n2} / mm	160
刀倾角 γ (°)	5
修形系数 a_c	0.025
极点位置 d_p / mm	0.5

由图 7~图 8 可以看出,未经过修形弧线齿面齿轮副传动误差较大且开口向上,因此在啮合过程中有可能出现脱齿现象;经齿廓修抛物线形后传动误差开口向下,并且抛物线形传动误差曲线可吸收由安装误差产生的线性误差^[5],因此传

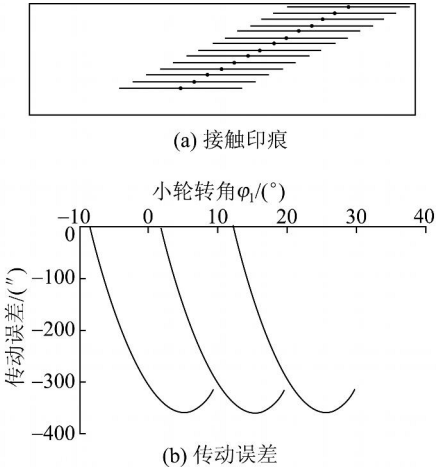


图 7 修形前接触印痕和传动误差
Fig. 7 Contact pattern and transmission error without modification

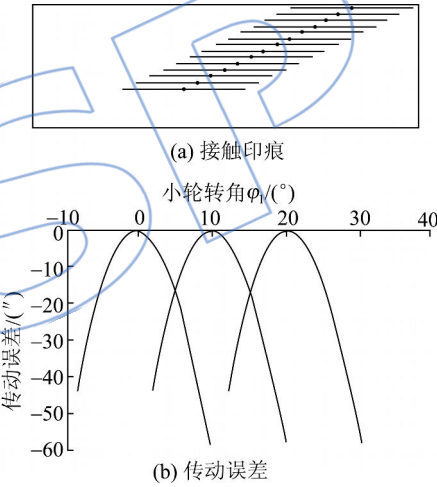


图 8 修形后接触印痕和传动误差
Fig. 8 Contact pattern and transmission error with modification

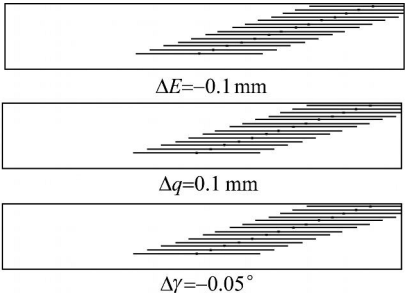


图 9 考虑安装误差接触印痕
Fig. 9 Contact pattern with assembly errors

动误差幅值也随之减小. 图 9 是安装误差分别为 $\Delta\gamma = -0.05^\circ, \Delta E = -0.1\text{ mm}, \Delta q = 0.1\text{ mm}$ 时的接触印痕;安装误差为正值时,偏向大轮大端,负值时偏向大轮小端,且对轴交角误差相比于其他

安装误差项较为敏感,但与直齿或斜齿面齿轮^[6,7]相比弧线齿面齿轮接触印痕对安装误差敏感性较低。

6 结 论

1) 推导弧线齿圆柱齿轮和弧线齿面齿轮齿面方程,建立了包括考虑安装误差在内的弧线齿面齿轮 TCA 分析模型。

2) 比较了大轮修形前后,弧线齿面齿轮接触印痕和传动误差变化情况;用成形法加工的面齿轮需经过修形方能降低传动误差幅值及获得开口向下的抛物线形传动误差曲线。

3) 分析了各种安装误差条件下的接触印痕变化,与其他类型面齿轮传动相比,弧线齿面齿轮接触印痕对安装误差敏感性较低。

参考文献:

- [1] Hendrik K, Emmeloord N. Face gear transmission: United States, 4744263 [P]. 1998-05-17.
- [2] Filler R R, Heath G F, Slaughter S C, et al. Torque splitting by a concentric face gear transmission [R]. Montreal, Canada: The American Helicopter Society 58th Annual Forum, June 11-22, 2002.
- [3] Litvin F L, Fuentes A, Zanzi C, et al. Design, generation and stress analysis of two versions of geometry of face-gear drives[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, (37): 1179-1211.
- [4] Litvin F L, Gonzalez-Perez I, Fuentes A, et al. Design generation and stress analysis of face-gear drive with helical pinion[J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2005, 194(36-38): 3870-3901.
- [5] Litvin F L, Fuentes A. Gear geometry and applied theory [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [6] 沈云波, 方宗德, 赵宁, 等. 齿廓方向修形的斜齿面齿轮啮合特性研究[J]. 中国机械工程, 2008, 19(18): 2219-2222.
- SHEN Yunbo, FANG Zongde, ZHAO Ning, et al. Meshing performance of modified face gear drive with helical pinion in the profile direction[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(18): 2219-2222. (in Chinese)
- [7] Litvin F L, Fuentes A, Zanzi C, et al. Face-gear drive with spur involute pinion: geometry generation by a worm, stress analysis [J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2002, 191(25-26): 2785-2813.
- [8] 郭辉, 赵宁, 方宗德, 等. 基于接触有限元的面齿轮传动弯曲强度研究[J]. 航空动力学报, 2008, 23(8): 1438-1442.
- GUO Hui, ZHAO Ning, FANG Zongde, et al. Research on bending strength of face-gear transmission based on contact finite element method [J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(8): 1438-1442. (in Chinese)
- [9] 沈云波, 方宗德, 赵宁, 等. 斜齿面齿轮齿宽的设计[J]. 航空动力学报, 2008, 23(4): 754-758.
- SHEN Yunbo, FANG Zongde, ZHAO Ning, et al. The design of tooth face width of face-gear drives with helical pinion[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(4): 754-758. (in Chinese)
- [10] 赵宁, 曾晓春, 郭辉, 等. 斜齿面齿轮齿面仿真及其齿轮接触分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23(10): 1927-1932.
- ZHAO Ning, ZENG Xiaochun, GUO Hui, et al. Tooth contact analysis of face gear drive with helical pinion and simulation of the tooth face[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(10): 1927-1932. (in Chinese)
- [11] 沈云波, 方宗德, 赵宁, 等. 斜齿面齿轮几何传动误差的设计[J]. 航空动力学报, 2008, 23(11): 2147-2152.
- SHEN Yunbo, FANG Zongde, ZHAO Ning, et al. Design of geometry transmission errors of helical face-gear drive[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(11): 2147-2152. (in Chinese)
- [12] 赵宁, 郭辉, 方宗德, 等. 用球形滚刀滚切面齿轮的理论误差[J]. 航空动力学报, 2009, 24(3): 677-682.
- ZHAO Ning, GUO Hui, FANG Zongde, et al. Theory error of cutting face gears with sphericity hob[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(3): 677-682. (in Chinese)