

文章编号:1000-8055(2011)10-2167-07

一种改进的类 DES 湍流模拟方法

汪洪波, 孙明波, 吴海燕, 王振国

(国防科学技术大学 航天与材料工程学院, 长沙 410073)

摘 要: 构造了一种基于一方程 S-A (Spalart-Allmaras) 模型和一方程 Yoshizawa 亚格子模型的混合 RANS/LES (Reynolds-averaged Navier-Stokes/large eddy simulation) 湍流模拟方法. 在涡黏假设的基础上, 将 Yoshizawa 亚格子湍动能方程转化为等效的亚格子湍流涡黏性输运方程, 并采用混合函数将其与 S-A 模型方程进行混合, 从而改进了 DES (detached eddy simulation) 模型的亚格子行为, 同时克服了其依靠网格控制模型转换的缺点. 模拟了超声速的带斜坡凹腔流动, 并与相同网格下的 LES 及 DES 结果进行了比较, 结果表明该混合 RANS/LES 方法在远离壁面的自由剪切流区域与 LES 行为一致, 而在附着边界层区域表现优于 LES 和 DES 方法.

关 键 词: 混合 RANS/LES (Reynolds-averaged Navier-Stokes/large eddy simulation); 混合函数; 凹腔; 超声速; 亚格子模型

中图分类号: V435.12

文献标志码: A

Improved DES-like method for simulation of turbulent flows

WANG Hong-bo, SUN Ming-bo, WU Hai-yan, WANG Zhen-guo

(College of Aerospace and Materials Engineering,

National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A hybrid RANS/LES (Reynolds-averaged Navier-Stokes/large eddy simulation) approach based on one-equation S-A (Spalart-Allmaras) RANS model and one-equation Yoshizawa SGS (sub-grid scale) model was developed. The turbulent kinetic energy transport equation of the SGS model was transformed to an equivalent eddy viscosity transport equation, and then blended with the S-A model equation to generate a hybrid eddy viscosity transport equation, wherein both the SGS behavior and the grid-depending RANS-LES transition of DES were improved. The hybrid RANS/LES approach was then applied to simulate a supersonic, ramped cavity flow, where LES and DES were also implemented on the same mesh for comparison. It shows that the hybrid RANS/LES acts like LES in the free shear flow far away from the wall and outperforms LES and DES in the attached boundary layer.

Key words: hybrid RANS/LES (Reynolds-averaged Navier-Stokes/large eddy simulation); blending function; cavity; supersonic; sub-grid scale model

LES (large eddy simulation) 方法已被越来越广泛地用于各种湍流流动的模拟, 因为对于一些复杂流动, 如非平衡、三维分离流动, 其无疑是一种更优于 RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes)

的方法. 然而, 将 LES 用于高雷诺数近壁流动仍然存在一定的困难, 因为此时需要很高的网格分辨率来捕捉近壁区域的湍流小尺度涡结构. 例如, Spalart 等^[1]估算, 对雷诺数为 10^7 的机翼流动进

收稿日期: 2010-11-02; 修订日期: 2011-02-21

作者简介: 汪洪波 (1983-), 男, 四川峨眉人, 博士生, 研究方向为高超声速推进技术.

行大涡模拟,所需网格数约为 10^{11} ,如此巨大的网格数是目前计算机难以承受的.相比而言,RANS更适用于近壁区域的模拟,因为此时只需要对壁面垂直方向的网格进行加密而在壁面平行方向保持很粗的网格,从而可以大大减少总的网格数量.为了将RANS和LES的优点结合起来,许多学者提出了混合RANS/LES方法,并成功用于各种复杂流动.

最早和应用最广的混合RANS/LES方法之一是DES(detached eddy simulation)^[1].该方法调整了经典S-A(Spalart-Allmaras)^[2]RANS模型中的长度尺度,使得模型在大尺度分离区或远离壁面区域减小模型的湍流涡黏度从而成为一种亚格子模型.自提出以来,DES被广泛用于各种湍流流动的模拟,并取得了一定成功^[3-7].然而,DES也存在一些严重的不足.最明显的一点就是该模型从RANS到LES的转换是由网格控制的,因而网格的加密会影响湍流模型的转换进而严重影响计算结果.DDES(delayed DES)的提出从一定程度上改善了这个问题,但会引起结果对初场的敏感^[8].另外,当RANS与LES的转换界面位于边界层内时,近壁区域RANS湍流模型产生的高湍流涡黏性会作为亚格子涡黏性侵入外层LES区,从而严重影响LES区的计算结果^[9].

本文采用经典一方程Yoshizawa^[10]亚格子模型取代DES中的类S-A亚格子模型,并引入混合函数构造混合RANS/LES模拟方法,以克服前面提到的DES存在的一些不足.在超声速的带斜坡凹腔流动模拟中对所构造的方法进行了检验,并与相同网格下的LES及DES结果进行了比较,计算表明新构造的混合RANS/LES方法在该类型复杂流动中表现优于LES和DES方法.

1 湍流模型

构造混合RANS/LES模拟方法的湍流模型方程简要概述如下.

1.1 一方程Yoshizawa^[10]亚格子模型

$$\frac{D\rho k}{Dt} = P_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - D_k \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} \nu_t &= C_\mu k^{1/2} \Delta, \quad P_k = 2\rho \nu_t \Omega_{ij} \Omega_{ij}, \\ D_k &= C_d \rho \frac{k^{3/2}}{\Delta}, \quad \sigma_k = \frac{1}{Pr_t}, \quad C_\mu = 0.05, \\ C_d &= 1.0, \quad \Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}. \end{aligned}$$

1.2 一方程S-A^[2]RANS模型

一方程S-A RANS湍流模型由于其简单而有效的特性,被广泛应用.该模型中,湍流涡黏度直接由输运方程求解

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = C_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] + C_{b2} \left[\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right]^2 \right\} - C_{w1} f_w \frac{\tilde{\nu}^2}{d^2} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} \nu_t &= \tilde{\nu} f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}, \quad \tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, \\ f_{v2} &= 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}, \quad S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \\ \Omega_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad f_w = g \left(\frac{1 + C_{w3}}{g^6 + C_{w3}} \right)^{1/6}, \\ g &= r + C_{w2} (r^6 - r), \quad r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}, \quad \sigma = \frac{2}{3}, \\ C_{b1} &= 0.1355, \quad C_{b2} = 0.622, \quad C_{v1} = 7.1, \\ C_{w1} &= \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma}, \quad C_{w2} = 0.3, \quad C_{w3} = 2.0. \end{aligned}$$

1.3 经典的DES^[1]方法

DES的基本思想是在以小尺度涡耗散为主要特征的近壁区域采用RANS,而在以大尺度涡输运为主要特征的区域采用LES.该方法可通过将S-A RANS模型中的 d 用 $\tilde{d}$ 代替来实现

$$\tilde{d} = \min(d, C_{des} \Delta_{max}) \quad (3)$$

其中 $\Delta_{max} = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$, $C_{des} = 0.65$.

1.4 混合RANS/LES方法

为了克服经典DES方法存在的一些缺点,同时保持其一方程模型简单、计算量小以及收敛性好的优点,本文基于对模型方程进行混合的思想构造RANS/LES湍流模拟方法,采用一个混合函数实现RANS-LES转换,下面将简要推导其构造过程.

为了实现亚格子(sub-grid scale,简称SGS)模型方程与RANS模型方程的混合,首先在涡黏假设基础上将亚格子湍动能方程转化为等效湍流涡黏性输运方程.根据亚格子模型中 ν_t 的定义有

$$k = \nu_t^2 / (C_\mu \Delta^2) \quad (4)$$

将式(4)代入式(1)有

$$\begin{aligned} \frac{D\nu_t}{Dt} &= \frac{1}{2} C_\mu \Delta^2 \Omega_{ij} \Omega_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \right] + \\ &\quad \left[\frac{\nu}{\nu_t} + \sigma_k \right] \left[\frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} \right]^2 - \frac{C_d}{2C_\mu} \frac{\nu_t^2}{\Delta^2} + P_\Delta \end{aligned} \quad (5)$$

其中 P_Δ 是由网格拉伸或者说空间滤波宽度的不均匀性引起的附加项。

$$P_\Delta = \frac{3\nu_t}{\Delta^2}(\nu + \sigma_k \nu_t) \left(\frac{\partial \Delta}{\partial x_j} \right)^2 - \frac{4}{\Delta}(\nu + \sigma_k \nu_t) \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial x_j} \frac{\partial \nu_t}{\partial x_j} - \frac{\nu_t}{\Delta} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial \Delta}{\partial x_j} \right] \quad (6)$$

如果能保证在 LES 区域有 $f_{v1} = 1.0$, 则可通过关系式 $\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}$ 将关于 ν_t 的亚格子方程(5)转化为关于工作变量 $\tilde{\nu}$ 的方程

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = \frac{1}{2} C_\mu \Delta^2 \Omega_{ij} \Omega_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_k \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] + \left(\frac{\nu}{\tilde{\nu}} + \sigma_k \right) \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 - \frac{C_d}{2C_\mu} \frac{\tilde{\nu}^2}{\Delta^2} + P_\Delta \quad (7)$$

基于变形后的亚格子方程(7)与 S-A RANS 模型方程(2)的相似性,可以采用一个混合函数 F 将其混合

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = P_v + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_{v1} \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] + \sigma_{v2} \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 - D_v + (1 - F) P_\Delta \quad (8)$$

其中

$$P_v = F(C_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu}) + (1 - F) \left\{ \frac{1}{2} C_\mu \Delta^2 \Omega_{ij} \Omega_{ij} \right\},$$

$$\sigma_{v1} = F \frac{1}{\sigma} + (1 - F) \sigma_k,$$

$$\sigma_{v2} = F \frac{C_{b2}}{\sigma} + (1 - F) \left(\frac{\nu}{\tilde{\nu}} + \sigma_k \right),$$

$$D_v = F \left\{ C_{w1} f_w \frac{\tilde{\nu}^2}{d^2} \right\} + (1 - F) \left\{ \frac{C_d}{2C_\mu} \frac{\tilde{\nu}^2}{\Delta^2} \right\}.$$

混合函数 F 在近壁 RANS 区等于 1, 在远离壁面的 LES 区等于 0.

为了使模型在 LES 区恢复为原来的亚格子模型,将 S-A RANS 模型中的 f_{v1} 重新定义为

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + \Gamma(F) C_{v1}^3} \quad (9)$$

其中 $\Gamma(F)$ 在 RANS 区应该为 1, 在 LES 区应该为 0, 为实现快速转换, 本文取

$$\Gamma(F) = F^{20} \quad (10)$$

2 数值方法

本文无黏项的离散采用 Jiang 和 Shu^[11] 发展的五阶 WENO(weighted essentially non-oscillatory)格式, 此格式对捕捉激波及复杂流动结构的能力已在该文献中得到验证. 黏性项的离散采用二阶中心差分方法. 时间积分采用双时间步方法, 其内迭代采用 LU-SGS(lower-upper symmetric Gauss-Seidel)方法.

3 结果和讨论

3.1 计算对象

本文选取 Settles 和 Horstman 等^[12-13] 的超声速流体流过带斜坡凹腔的流场为计算对象. 该流场具有较复杂的流动特征, 包括附着边界层、大分离区、自由剪切层、再附边界层及再附激波, 适合用于检验混合 RANS/LES 方法. 计算来流条件如表 1 所示, 其中 δ 为凹腔前缘处边界层厚度. 计算网格的二维示意图如图 1, 计算区域的展向宽度为 5δ , 总的网格数为 $281 \times 81 \times 101$.

表 1 来流条件

Table 1 Inflow conditions

Ma_∞	p_∞/Pa	T_∞/K	$\rho_\infty/(\text{kg}/\text{m}^3)$	$Re_\infty/10^7$	δ/cm
2.92	21240	95.4	0.77	6.7	0.29

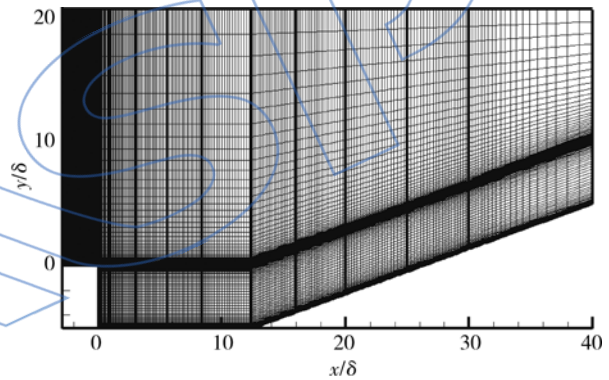


图 1 计算网格二维示意图

Fig. 1 Schematic of computational mesh in two-dimensional view

3.2 边界条件

计算区域的左边界为超声速入口, 根据来流给定所有物理量; 上边界和右边界为出口, 物理量采用一阶外推; 所有壁面给定为零滑移、绝热壁; 展向采用周期性边界条件.

3.3 计算结果

采用 S-A 模型计算二维平板边界层流动, 在边界层厚度与实验值匹配的位置提取剖面物理量, 进行展向拓展后作为三维计算的入口来流平均值.

为做对比研究, 同时采用 RANS, LES, DES 和混合 RANS/LES 方法对流场进行了计算. LES 采用了两种不同的入口条件: 一种是仅给定入口平均值; 另一种是在给定平均值的基础上采用

Xiao 等^[14]的 recycling/rescaling 方法添加湍流入口条件. 对于 RANS, DES 和混合 RANS/LES, 仅给定入口平均值.

混合 RANS/LES 中的混合函数为

$$F = \begin{cases} 1.0, & y \leq y_{\text{start}} \\ 0, & y \geq y_{\text{end}} \\ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\tanh \left[\frac{C_{f1} (d/d_0 - C_{f2})}{(1 - 2C_{f2}) d/d_0 + C_{f2}} \right]}{\tanh(C_{f1})} \right), & \text{else} \end{cases}$$

其中 $C_{f1} = 2.0$, $C_{f2} = 0.2$, $d = y - y_{\text{start}}$, $d_0 = y_{\text{end}} - y_{\text{start}}$, y 是到壁面的距离, y_{start} 和 y_{end} 分别表示 RANS-LES 转换区域开始和结束的地方. 本文采用了两套参数构造混合函数 F , 其具体描述见表 2.

表 2 混合参数描述

Table 2 Description of blending parameters

名称	描述
Hybrid A	$y_{\text{start}} = \delta$, $y_{\text{end}} = 2\delta$
Hybrid B	$y_{\text{start}} = 2\delta$, $y_{\text{end}} = 3\delta$

图 2~图 5 所示为各物理量的时均统计结果. 其中 x' 是以凹腔底壁与斜坡相交点为原点, 沿壁面测量的坐标值. 由图 2 可见, 各种计算方法所得的壁面压力分布基本一致, 可以认为该算例的压力分布对湍流模型不敏感.

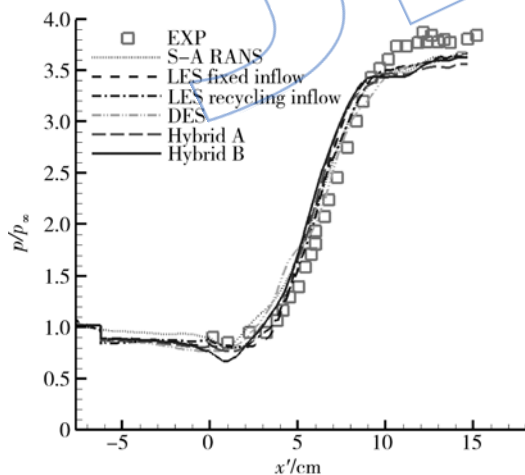


图 2 壁面压力分布

Fig. 2 Distributions of wall pressure

表面摩擦因数 C_f 的分布如图 3 所示, 这是一个对模型很敏感的量, 因而对它的正确预测一直是各种湍流模型面临的一个重要挑战. 由于壁面摩擦的作用, 近壁区流体将不断损失动量以克服

摩擦; 同时外层高速流体将通过分子及湍流扩散不断将动量传递给内层流体以维持其动量平衡. 这种湍流扩散在 RANS 中是通过模型模拟的, 而在 LES 中主要是通过其对湍流涡结构的直接求解而实现的, 下面将基于此详细分析各种方法的计算结果.

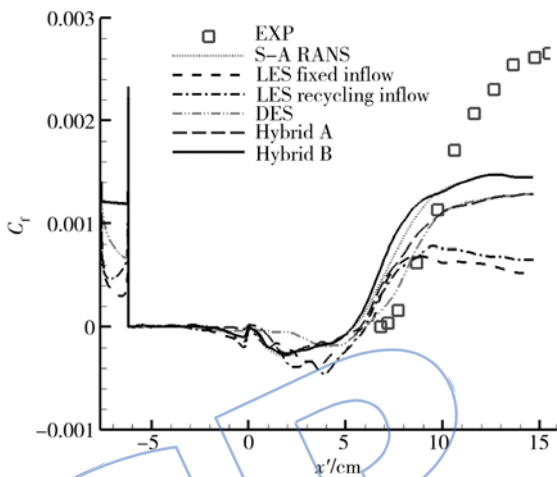


图 3 表面摩擦因数分布

Fig. 3 Distributions of skin friction factor

固定入口条件的 LES 在上游附着边界层区域及下游再附区域均严重低估了 C_f , 采用 recycling/rescaling 方法引入湍流入口条件后, 在上游附着边界层内建立起了持续的大尺度湍流结构 (这一点可从图 6 所示温度云图中看到), 从而增强了 LES 直接求解湍流的能力, 使结果有一定的改善, 然而由于网格精细程度远远达不到标准 LES 的要求, 此时结果仍然偏离实验值很远. DES 的结果较 LES 有所改善, 这是近壁 RANS 模型对湍流模拟所起的积极作用, 但是结果依然较差, 这是因为在本文所采用的网格条件下, DES 中 RANS-LES 的转换很靠近壁面, 以至附着边界层的外层是由 LES 求解, 所以存在与 LES 相似的问题.

Hybrid A 在凹腔上游附着边界层区域结果优于 DES 和 LES, 因为此时 RANS-LES 转换位于附着边界层以外, 模型的计算结果与 RANS 一致. 而在下游边界层再附区域, 其结果与 DES 基本一致, 但是比 RANS 的结果差一些. 究其原因, 此区域边界层厚度较上游有明显增加, hybrid A 的 RANS-LES 转换位置位于边界层内太靠近壁面的地方, 因而存在与 DES 类似的问题. Hybrid B 的混合函数推迟了附着流中 RANS-LES 的转换, 在所有附着流区域均取得了与 RANS 一致的

结果,满足了 DES 或混合 RANS/LES 模型在附着边界层内恢复为 RANS 的要求.由此可见,混合函数的选取是混合 RANS/LES 方法的一个关键,因为其直接影响模型的转换.值得注意的是,虽然 RANS 和 hybrid B 在再附边界层区域的结果最好,但与实验值仍有一定差异,这也说明 RANS 在计算此类复杂流动时存在局限性.

图 4 所示为凹腔上游附着边界层内的速度分布与平板边界层壁面律理论值的对照.由图可见,RANS 和 hybrid 方法的结果与壁面律吻合较好,而其他模型计算结果偏离理论值较远.

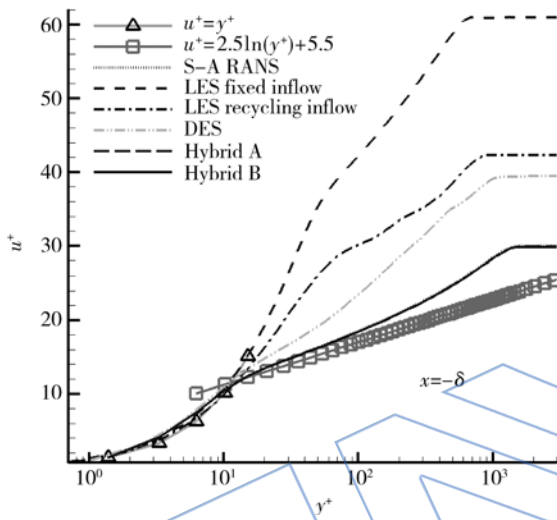


图 4 凹腔上游边界层速度剖面

Fig. 4 Velocity profiles of upstream boundary layer

图 5 所示为自由剪切流区域的时均速度分布.可以发现,此区域的时均统计结果对湍流模型不敏感,除了 RANS 结果略差一些外,所有模型的结果基本一致.

以上是时均统计计算结果,图 7~图 9 给出瞬时流场计算结果.因为 RANS 模型耗散大,计算结果趋于定常,在此不做分析. Hybrid A 与 hybrid B 结果类似,只给出后者的结果.

图 7 所示分别为 DES 和 hybrid B 计算所得的瞬时压力等值线图.上游来流于凹腔前缘处分离后,在凹腔唇口形成自由剪切层并在凹腔内部形成回流区.自由剪切层发展至下游时,再附于后斜坡并形成较强的再附激波.由图可见,相对于 DES 而言,hybrid B 捕捉到了剪切层内更加精细的涡结构发展过程,这在下文还将做进一步分析.

由于大尺度涡运动主导了湍流中的质量、动量及能量输运过程,所以对其非定常行为的有效捕捉具有重要意义.图 9 所示为瞬时涡量云图.由

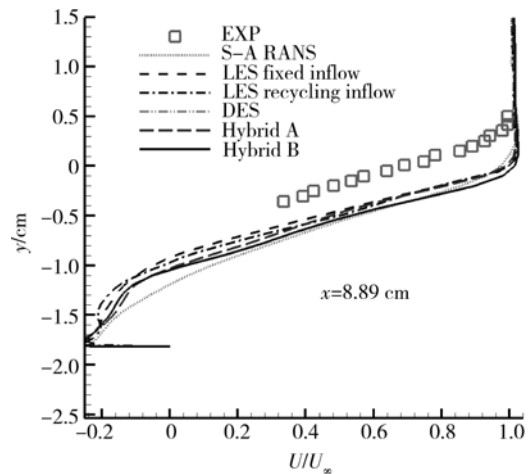
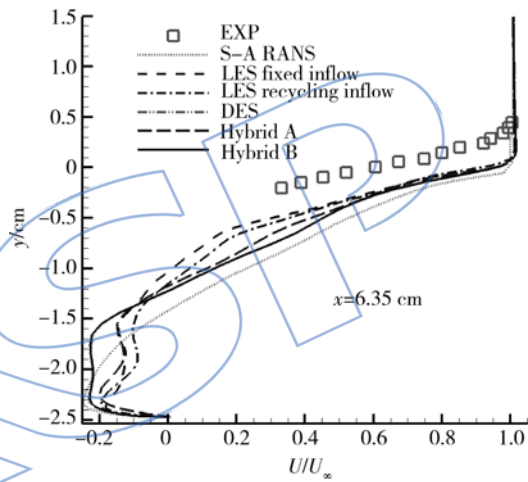
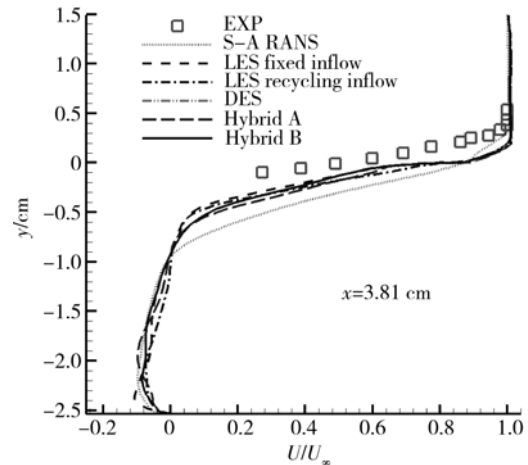


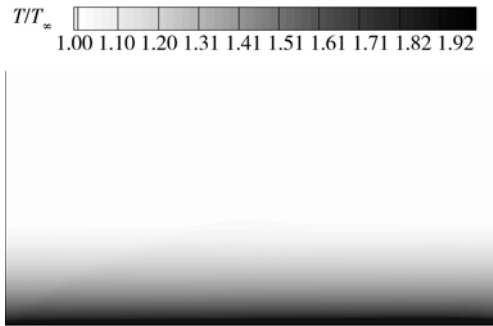
图 5 自由剪切层速度剖面

Fig. 5 Velocity profiles of free shear layer

图可见,LES 与混合 RANS/LES 方法的计算结果类似:凹腔自由剪切层在离开前缘后很快卷起了明显的大尺度结构;此湍流结构在向下游输运的过程中不断发展并使剪切层厚度不断增加. DES 未能捕捉到剪切层前期的失稳过程,因而也

未捕捉到明显的大尺度涡结构的卷起过程. 究其原因, 可能是因为其中类 S-A 亚格子模型在此算例中表现不佳, 这一点可由图 8 的湍流涡黏性云图

看出. 可以发现, DES 中的类 S-A 亚格子模型在自由剪切层中产生的涡黏性过大, 亦即耗散性过强, 从而抑制了大尺度结构的发展. 混合 RANS/LES



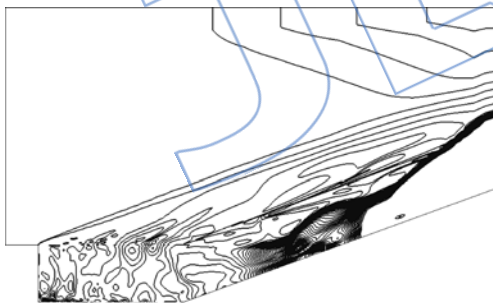
(a) LES fixed inflow



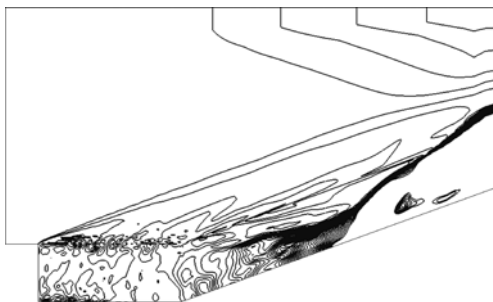
(b) LES recycling inflow

图 6 凹腔上游边界层温度云图

Fig. 6 Temperature contours of upstream boundary layer



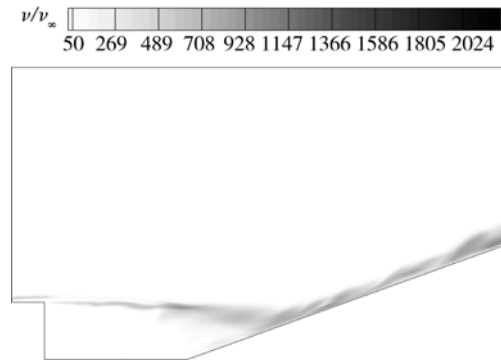
(a) DES



(b) Hybrid B

图 7 压力等值线图

Fig. 7 Contours of pressure



(a) DES



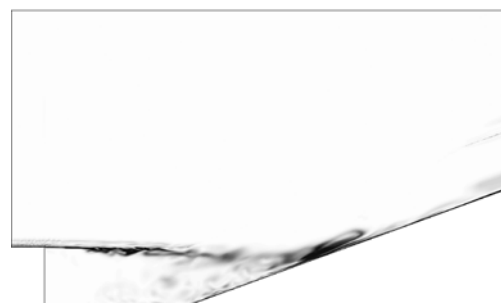
(b) Hybrid B

图 8 湍流涡黏性云图

Fig. 8 Contours of turbulent viscosity



(a) LES fixed inflow



(b) LES recycling inflow

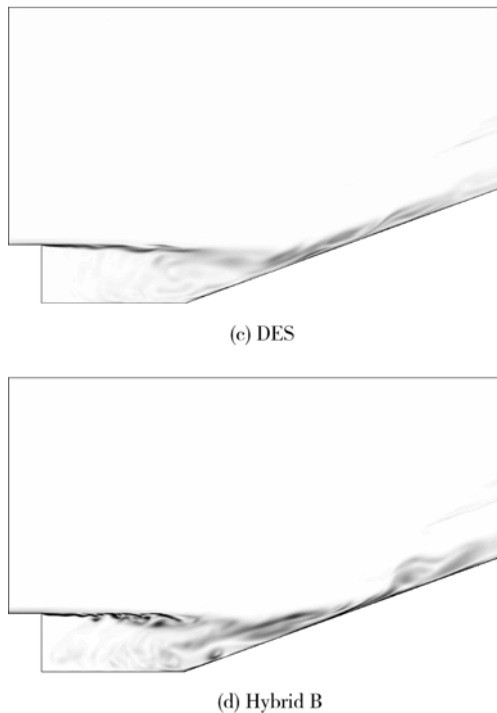


图 9 涡量云图

Fig. 9 Contours of vorticity

模型在自由剪切流区域完全恢复为经典的 Yoshizawa 亚格子模型^[10],其亚格子涡黏性远小于 DES 模型预测的值.

4 结 论

在涡黏假设的基础上,将 Yoshizawa^[10] 亚格子湍动能方程转化为等效的亚格子湍流涡黏性输运方程,并采用混合函数将其与 S-A^[2] 模型方程进行混合,从而构造出新的混合 RANS/LES 湍流模拟方法.用超声速凹腔流动算例检验了模型,并与相同网格下的 RANS,LES 及 DES 结果进行了比较,主要结论如下:

1) DES 中的类 S-A 亚格子模型在凹腔自由剪切流区域耗散过大,表现不佳;新混合方法使模型在自由剪切流区域恢复为标准 Yoshizawa^[10] 亚格子模型,更好地捕捉到了湍流大尺度结构.

2) 采用混合函数控制 RANS-LES 转换,克服了 DES 依靠网格控制模型转换的缺点,可使模型在附着边界层流动区域恢复为 RANS,从而更准确地预测流场统计平均量.

3) 混合函数的正确选取是混合 RANS/LES

方法成功的一个关键,应该依据问题的具体特点选择恰当的混合函数.

参考文献:

- [1] Spalart P R, Jou W H, Strelets M, et al. Comments on the feasibility of LES for wings and on a hybrid RANS/LES approach[C] // Advances in DNS/LES. Columbus, OH: Greyden Press, 1997: 137-147.
- [2] Spalart P R, Allmaras S R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows[R]. AIAA Paper 92-0439, 1992.
- [3] Shur M, Spalart P R, Strelets M, et al. Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack[J]. Engineering Turbulence Modelling and Experiments, 1999, 4: 669-678.
- [4] Strelets M. DES of massively separated flows[R]. AIAA Paper 2001-0879, 2001.
- [5] Hedges L S, Travin A K, Spalart P R. Detached-eddy simulations over a simplified landing gear[J]. Journal of Fluids Engineering, 2002, 124(2): 413-423.
- [6] Forsythe J R, Squires K D, Wurtzler K E, et al. DES of fighter aircraft at high alpha[R]. AIAA Paper 2002-0591, 2002.
- [7] Keating A, Piomelli U. A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation[J]. Journal of Turbulence, 2006, 7(12): 1-24.
- [8] Fröhlich J, Terzi D. Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2008, 44(5): 349-377.
- [9] Temmerman L, Hadziabicić M, Leschziner M A, et al. A hybrid two-layer URANS-LES approach for large eddy simulation at high Reynolds numbers[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2005, 26(2): 173-190.
- [10] Yoshizawa A, Horiuti K. A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows[J]. Journal of the Physical Society of Japan, 1985, 54(8): 2834-2839.
- [11] Jiang G S, Shu C W. Efficient implementation of weighted ENO schemes[J]. Journal of Computational Physics, 1996, 126(1): 202-228.
- [12] Settles G S, Williams D R, Baca B K, et al. Reattachment of a compressible turbulent free shear layer[J]. AIAA Journal, 1982, 20(1): 60-67.
- [13] Horstman C C, Settles G S, Williams D R, et al. A reattaching free shear layer in compressible turbulent flow[J]. AIAA Journal, 1982, 20(1): 79-85.
- [14] Xiao X, Edwards J R, Hassan H A, et al. Inflow boundary conditions for hybrid large eddy/Reynolds averaged Navier-Stokes simulations[J]. AIAA Journal, 2003, 41(8): 1481-1489.