

文章编号:1000-8055(2011)11-2439-06

基于秩相关系数的加速贮存退化 失效机理一致性检验

冯 静

(国防科技大学 信息系统与管理学院, 长沙 410073)

摘 要: 利用加速贮存试验数据推断长贮产品贮存寿命的前提是,提高应力水平仅仅增大失效速率而不改变失效机理.提出了基于 Spearman 秩相关系数的贮存退化失效机理一致性检验的非参数定量方法.分析了加速贮存退化失效机理一致性检验的内涵就是检验退化曲线形状的一致性;然后给出了基于 Spearman 秩相关系数检验配对样本序列一致性的原理和步骤;进一步,通过某型发射药实例数据和单调递减退化仿真数据,验证了方法的有效性.

关 键 词: 长贮产品; 加速退化试验; 失效机理一致性检验; Spearman 秩相关系数; 均衡测量; 非参数方法

中图分类号: V435; TB114.3

文献标志码: A

Consistent test of accelerated storage degradation failure mechanism based on rank correlation coefficient

FENG Jing

(College of Information System and Management,
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The premise of predicting storage life from accelerated storage test data is the consistency of failure mechanism between use condition and raised stresses. Nonparametric consistent test method for accelerated storage degradation failure mechanism was proposed based on Spearman rank correlation coefficient. If the failure mechanism is consistent in different stresses, the shape of the degradation path is the same. This is essential to consistent test. The Spearman rank correlation coefficient was proposed to measure the difference of the curve shape in different stresses. At last, two examples were given to illustrate the validity of the method.

Key words: long-storage-products; accelerated degradation test;
consistent test of failure mechanism;
Spearman rank correlation coefficient; equivalent measure;
nonparametric method

对于导弹、固体火箭发动机等长期贮存、一次使用的长贮产品,产品的有效贮存寿命是装备的重要设计和使用指标之一.但长贮产品在正常贮

存应力下状态变化极其缓慢,为了尽快获取产品的贮存失效规律并预测贮存寿命,通常采用提高应力的方式加速产品的贮存失效.对于某些长贮

收稿日期:2010-12-03; 修订日期:2011-07-15

基金项目:国家自然科学基金(60804054)

作者简介:冯静(1975—),女,安徽芜湖人,副教授,博士,主要研究方向为试验鉴定、小子样理论、信息融合.

产品,即使在加速应力下,也很难观测到失效寿命数据,只能通过监测产品某些关键性能参数的退化失效规律,预测产品在正常应力下的贮存寿命.为了保证这种统计推断的可信性,必须论证产品在正常应力和加速应力下贮存时具有相同的失效机理,即提高应力水平仅仅增大失效速率而不改变失效机理^[1].这是进行加速贮存退化试验设计的重要前提,也是解决长贮产品贮存寿命预测的关键问题.目前,国内外文献中关于加速试验失效机理一致性检验方法的研究,主要分为三类:第一类是突发失效产品的一致性检验^[2-3],如正态分布方差的一致性;Weibull 分布产品形状参数的一致性;第二类是失效机理明确的退化失效产品^[4-8],一般采用参数方法,检验两种应力下的退化轨道是否属于同一族而参数不同的随机过程;第三类是失效机理不明确的退化失效产品^[9],一般凭借专家经验进行定性判断,此时结论具有一定的主观性,难以推广应用.实际中遇到的大量长贮产品,由于贮存失效过程与多种因素有关,失效机理一般很难定量描述^[10],针对这类长贮产品,提出了基于 Spearman 秩相关系数的非参数^[11]定量检验方法.分析了退化失效机理一致性检验的内涵,将两种应力下退化失效机理一致性检验的问题,等价于两种应力下退化曲线形状的一致性检验,给出了统计检验的规则,并用实例和仿真数据说明了方法的正确性和有效性.

1 加速贮存退化失效机理一致性检验的内涵

1.1 加速贮存退化试验概述

很多长贮产品,在正常贮存应力条件下,产品性能参数的变化极其缓慢,导致在很长的测量周期内,参数的变化微乎其微,甚至这种微小的变化都比不上测量误差.例如某型发射药在正常应力下贮存时,其关键成分二苯胺的含量在贮存 11 年后仅仅减少了 0.06%,而对该发射药一般规定,如果二苯胺的含量低于 0.63%,可以判为失效,因此,在正常贮存应力下,要获得产品的贮存失效数据是极其困难的.对于这类产品,为了对其贮存可靠性指标进行有效的统计推断,如果在正常贮存应力下进行试验,往往需要很长的试验时间、较多的测量次数、较多的试验样品个数,特别在破坏性试验情况下样品需要更多,否则,用所测退化数据对模型作统计推断的精度较差,有时甚至无法得出合理的结果.但这些试验要求,对于试验费用

昂贵、研制周期有限的长贮产品而言,往往是很难满足的.

产品的失效,是由失效机理决定的,同一件产品中,往往存在着不同的失效机理.但是,失效机理是否发展和发展速度的快慢,与受到的外界应力条件有密切关系,不同类型的应力将会促使不同失效机理的发展,应力水平高时,失效机理发展的速度就快.因此,为了尽快获得产品的贮存状态信息,往往通过提高应力水平,促使关键性能参数在贮存过程中退化速度加快,这就是加速贮存退化试验.

工程上,最常用的是恒定应力加速贮存退化试验^[3],它的试验和分析过程是:①选定一组加速应力水平 $S_i (i = 1, 2, \dots, k)$, 均高于正常应力水平 S_0 , 即 $S_0 < S_1 < \dots < S_k$; ②然后将参试样品分为 k 组,第 i 组样品在应力水平 S_i 下进行贮存试验 ($i = 1, 2, \dots, k$), 试验中,对反映贮存状态变化的关键性能参数进行连续监测或每隔一段时间测量一次;③根据应力水平 S_i 下的试验数据对估计产品在 S_i 下的贮存可靠性指标 $\theta_i (i = 1, 2, \dots, k)$; ④根据 $\{(S_i, \theta_i), i = 1, \dots, k\}$ 确定应力水平与可靠性指标的关系 $\theta = f(S)$, 由 $\theta = f(S)$ 推断正常贮存应力 S_0 下的贮存可靠性指标 $\theta_0 = f(S_0)$.

显然,进行加速贮存退化试验的目的,是利用高应力水平下的贮存试验数据外推正常应力 S_0 下产品的贮存可靠性指标,因此为了保证统计推断的可信性,必须验证长贮产品在高应力水平 S_i 与在正常应力水平 S_0 下的失效机理相同.由于长贮产品在贮存中的失效与多种因素有关,失效机理往往难以通过随机过程定量描述,因此,需要研究基于试验数据的加速退化失效机理一致性检验的非参数定量方法.

1.2 退化失效机理一致性检验的内涵

加速贮存退化失效机理一致性非参数检验的内涵,如图 1 所示.设表征长贮产品贮存状态变化的参数为 X , 该参数随贮存时间的变化规律记为 $X(t)$, 即产品贮存时间 t 时,该参数的取值为 $X(t)$. 贮存的正常应力水平为 S_0 , 选定加速应力 S_2, S_1 , 使 $S_2 > S_1 > S_0$, 在 S_i 下的贮存状态参数记为 $X_i(t), i = 0, 1, 2$. 图 1 所示为在 S_1, S_2 应力水平下,各投入 1 个产品进行贮存试验获得的状态参数变化规律示意图.在 $t = 0$ 时测得各样品的初值为 $X_i(0), i = 1, 2$, 由于产品的初值与应力

水平无关,所以图 1 中显示 $X_1(0) = X_2(0)$; 设产品在贮存过程中采用均衡测量方式采集数据,即所有产品的测量时刻相同. 选定 $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$, 测得产品在应力 S_i 下贮存了 t_j 时状态参数值为 $X_i(t_j)$, $i = 1, 2; j = 1, 2, \dots, n$.

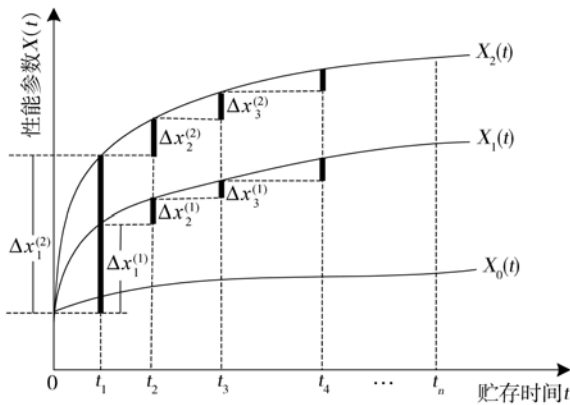


图 1 加速贮存失效机理一致性非参数检验的内涵

Fig. 1 Meaning of nonparametric consistent test of failure mechanism for accelerated storage test

令 $\Delta x_j^{(i)} = X_i(t_j) - X_i(t_{j-1})$

其中 $i = 1, 2; j = 1, 2, \dots, n; t_0 = 0$. $\Delta x_j^{(i)}$ 表示产品在应力 S_i 下贮存时,在 $[t_{j-1}, t_j]$ 时间段内性能参数的退化量.

检验应力水平 S_1 和 S_2 下贮存失效机理的一致性,就等价于检验 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ 两条函数曲线的形状是否近似相同,因此,需将贮存试验得到的贮存状态信息转化为反映曲线 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ 的变化规律的数据列. 表现 $X_1(t)$ 变化规律的数据列为 $T_1 = \{\Delta x_1^{(1)}, \Delta x_2^{(1)}, \Delta x_3^{(1)}, \dots, \Delta x_n^{(1)}\}$; 表现 $X_2(t)$ 变化规律的数据列为 $T_2 = \{\Delta x_1^{(2)}, \Delta x_2^{(2)}, \Delta x_3^{(2)}, \dots, \Delta x_n^{(2)}\}$.

由于测量数据是采用均衡测量方式获得的,因此,如果两条曲线 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ 的变化规律基本相同,则若在某个时间间隔 $[t_{j-1}, t_j]$ 中, $X(t)$ 在应力 S_1 下的退化量 $\Delta x_j^{(1)}$ 较大,则在应力 S_2 下的退化量 $\Delta x_j^{(2)}$ 也应该较大,也即 T_1 序列中各数据相对大小的顺序与 T_2 序列中各数据相对大小的顺序基本相同,则可认为产品在应力水平 S_1 和 S_2 下的贮存失效机理一致. 因此,如果将 T_1 和 T_2 序列中的数按从小到大排列,对任意的 $k = 1, 2, \dots, n$, $\Delta x_1^{(k)}$ 在 T_1 中若排在第 h 位,则 $\Delta x_2^{(k)}$ 在 T_2 中也应排在第 h 位. 下文将根据这一原理,进行加速贮存退化失效机理的一致性检验.

2 Spearman 秩相关系数检验 原理和步骤

利用 Spearman 秩相关系数检验加速贮存退化失效机理一致性的原理是:首先根据加速贮存试验数据构造反映性能退化曲线形状变化规律的配对样本,再通过 Spearman 秩相关系数衡量配对样本序列中各数据“序”变化的一致性,完成两个应力水平下加速退化失效机理的一致性检验.

2.1 秩

记 $H = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ 为来自总体 X 的简单随机样本序列,将 H 中的值按从小到大的顺序排列,设排序结果为

$$x_{(1)} < x_{(2)} < \dots < x_{(n)}$$

若 $x_i = x_{(k)}$, 即 x_i 排在第 k 位,则 x_i 的秩 $R(x_i) = k$. 若 H 中有重复数据,则它们的秩也相同,且其秩为这些数据所对应的序的平均值^[12].

2.2 Spearman 秩相关系数检验基本原理和 计算步骤

贮存退化失效机理一致性检验的基本假设为

H_0 : S_1 和 S_2 下的贮存失效机理不一致;

H_1 : S_1 和 S_2 下的贮存失效机理一致.

运用 Spearman 秩相关系数进行一致性检验的过程分为如下三步:

2.2.1 计算配对样本观测值的秩

对于 1.2 节中得到的表现 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ 变化规律的数据列

$$T_1 = \{\Delta x_1^{(1)}, \Delta x_2^{(1)}, \Delta x_3^{(1)}, \dots, \Delta x_n^{(1)}\}$$

$$T_2 = \{\Delta x_1^{(2)}, \Delta x_2^{(2)}, \Delta x_3^{(2)}, \dots, \Delta x_n^{(2)}\}$$

由于试验过程中采用的均衡测量方式,因此可将 $(\Delta x_j^{(1)}, \Delta x_j^{(2)})$ 看做配对样本, $j = 1, 2, \dots, n$. 对任意 $j = 1, 2, \dots, n$, 设 $\Delta x_j^{(1)}$ 在 T_1 中的秩为 $R_j^{(1)}$, $\Delta x_j^{(2)}$ 在 T_2 中的秩为 $R_j^{(2)}$. 配对样本数据与秩如表 1 所示.

表 1 配对样本数据及秩

Table 1 Pair samples and corresponding rank

样本编号	配对样本 (1)	配对样本 (2)	配对样本 (1)的秩	配对样本 (2)的秩
1	$\Delta x_1^{(1)}$	$\Delta x_1^{(2)}$	$R_1^{(1)}$	$R_1^{(2)}$
2	$\Delta x_2^{(1)}$	$\Delta x_2^{(2)}$	$R_2^{(1)}$	$R_2^{(2)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$\Delta x_n^{(1)}$	$\Delta x_n^{(2)}$	$R_n^{(1)}$	$R_n^{(2)}$

2.2.2 计算序列的秩相关系数

计算序列 (T_1, T_2) 的样本自相关系数 r_s [12]

$$r_s = \frac{\sum_{j=1}^n (R_j^{(1)} - \bar{R}^{(1)})(R_j^{(2)} - \bar{R}^{(2)})}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (R_j^{(1)} - \bar{R}^{(1)})^2 \sum_{j=1}^n (R_j^{(2)} - \bar{R}^{(2)})^2}} \quad (1)$$

其中

$$\bar{R}^{(1)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_j^{(1)}, \quad \bar{R}^{(2)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_j^{(2)}$$

由于 (T_1, T_2) 是来自随机过程 $X_1(t), X_2(t)$

的配对样本序列, 所以 r_s 是随机变量. 可以证明, 在 H_0 成立的条件下, r_s 为对称分布, 为便于应用, 工程上已经给出了随机变量 r_s 的 $1-\alpha$ 分位数 $C_{1-\alpha}$ 数表 [12].

将数据排序后, 相同的数据点构成一个结 (tie), 重复数据的个数称为结长. 当 n 较大时, 可以证明, 在 H_0 成立的条件下, 当 T_1 和 T_2 中无结存在时, r_s 的期望和方差分别为

$$E(r_s) = 0, \quad \text{Var}(r_s) = \frac{1}{n-1}$$

当 T_1 和 T_2 中有结存在时, 仍有 $E(r_s) = 0$, 但 r_s 的方差为

$$\text{Var}(r_s) = \frac{1}{n-1} + \frac{n(n-2) \sum_{t=1}^{g_x} (\tau_{x,t}^3 - \tau_{x,t}) \sum_{t=1}^{g_y} (\tau_{y,t}^3 - \tau_{y,t})}{\left[n(n^2-1) - \sum_{t=1}^{g_x} (\tau_{x,t}^3 - \tau_{x,t}) \right] \left[n(n^2-1) - \sum_{t=1}^{g_y} (\tau_{y,t}^3 - \tau_{y,t}) \right]}$$

其中 g_x 为 T_1 中结的个数, $\tau_{x,t}$ 为 T_1 中第 t ($t=1, 2, \dots, g_x$) 个结的结长. g_y 为 T_2 中结的个数, $\tau_{y,t}$ 为 T_2 中第 t ($t=1, 2, \dots, g_y$) 个结的结长. 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 可以证明

$$\frac{r_s}{\sqrt{\text{Var}(r_s)}} \sim N(0, 1) \quad (2)$$

所以, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 可用正态分布的 U 检验 [12] 方法进行检验.

2.2.3 一致性检验判别规则

若 $r_s \geq C_{1-\alpha}$, 则 T_1 和 T_2 的相关性较强, 于是 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ 的曲线形状相似性很大, 即应力对性能参数的影响程度一致, 也即贮存失效机理一致. 否则认为 T_1 和 T_2 不相关或负相关, 于是产品在应力水平 S_1 和 S_2 下贮存时, 应力对性能参

数的影响程度不一致, 也即贮存失效机理不一致.

3 实例分析

3.1 发射药实例数据

对某发射药作温度加速贮存试验, 取得试验数据如表 2 所示. 对该发射药一般规定, 如果二苯胺的含量低于原出厂含量的一半时, 可以判为失效. 在本试验中, 原出厂含量为 1.26%, 因此其允许下限为 0.63%. 由数据可见, 贮存温度越高, 则二苯胺含量减少得越快, 如图 2 所示, 下面采用 Spearman 秩相关系数法考察该发射药的贮存退化失效机理在不同温度下是否一致. 由于测量时刻相同, 对原始数据作处理, 得到 50, 60, 70 °C 下测量间隔的退化量序列:

$$T_1 = \{-0.123, -0.064, -0.06, -0.057, -0.054, -0.05, -0.048\}$$

$$T_2 = \{-0.207, -0.114, -0.101, -0.09, -0.08, -0.072, -0.064\}$$

$$T_3 = \{-0.278, -0.181, -0.148, -0.12, -0.098, -0.08, -0.065\}$$

表 2 不同贮存温度下某发射药贮存时间与二苯胺的含量

Table 2 Content of diphenyl in propellant under different storage temperatures

贮存温度/°C	贮存时间/d							
	0	10	20	30	40	50	60	70
50	1.26	1.137	1.073	1.012	0.955	0.901	0.850	0.802
60	1.26	1.053	0.940	0.838	0.748	0.667	0.595	0.531
70	1.26	0.982	0.801	0.653	0.533	0.434	0.354	0.289

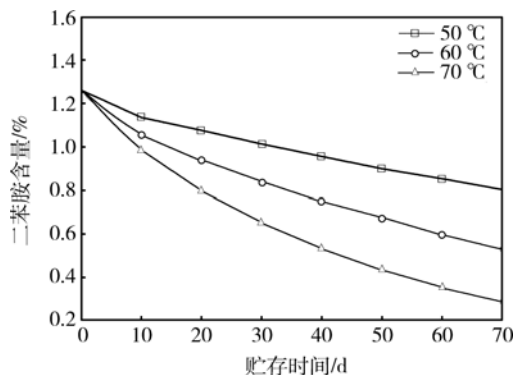


图 2 发射药中二苯胺含量随贮存时间的变化曲线
Fig.2 Change of quantity of diphenyl in propellant with storage time

利用式(1)计算 Spearman 秩相关系数: T_1 与 T_2 的一致性 $r_{s12} = 1$, T_1 与 T_3 的一致性 $r_{s13} = 1$, T_2 与 T_3 的一致性 $r_{s23} = 1$. 由判别准则可知, 这三个温度下的退化曲线所对应的退化失效机理完全一致. 因此, 可以利用这三个温度下的贮存退化试验数据得到加速方程模型, 并预测正常应力 (20 °C) 下的贮存寿命.

3.2 单调下降退化失效仿真数据

对于性能参数单调下降的退化失效类型, 性能参数的退化规律大致可分为如图 3 所示的三大类: $X_1(t)$ 对应凹型退化; $X_2(t)$ 对应线型退化; $X_3(t)$ 对应凸型退化. 由工程经验可知, 这三条曲线所对应的失效机理完全不同. 下面通过 Spearman 秩相关系数进行检验, 以验证文中方法

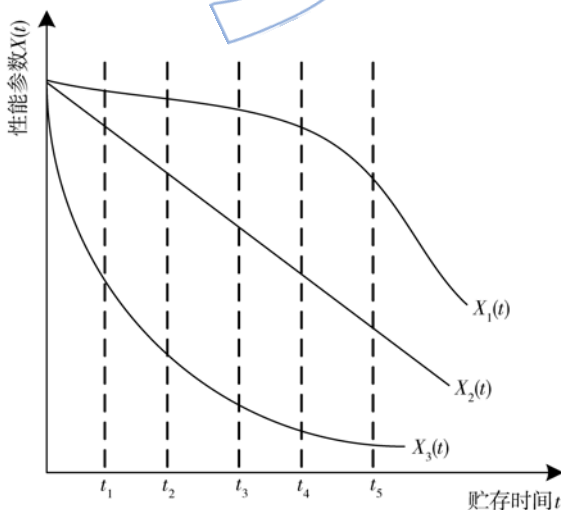


图 3 凹型、线型、凸型仿真示例数据
Fig.3 Simulation data of concave, linear and convex curve

的正确性和有效性.

在产品贮存期间, 任意确定测量时刻 $0, t_1, t_2, \dots, t_5$, 获得三条退化曲线在 t_j 时刻的性能参数值

$$X_1(t) = \{18, 17.5, 17.1, 16.5, 15.8, 13.5\}$$

$$X_2(t) = \{18, 16, 13.5, 11.3, 9, 6.5\}$$

$$X_3(t) = \{18, 9, 5.5, 3, 2, 1.4\}$$

于是, 检验序列为

$$T_1 = \{-0.5, -0.4, -0.6, -0.7, -2.3\}$$

$$T_2 = \{-2, -2.5, -2.2, -2.3, -2.5\}$$

$$T_3 = \{-9, -3.5, -2.5, -1, -0.6\}$$

式中 T_i 与 T_j 的 Spearman 秩相关系数为 $r_{s12} = 0.2052$, $r_{s13} = -0.9$, $r_{s23} = -0.56429$. 取 $\alpha = 0.05$, 由于 $n = 5$, 查表得临界值 $C_{1-\alpha} = 0.9$, 若 $r_{sij} > C_{1-\alpha}$, 则 $X_i(t)$ 与 $X_j(t)$ 两条曲线所对应的退化过程具有相同的失效机理. 由计算结果显然可见, $X_1(t)$, $X_2(t)$, $X_3(t)$ 所对应的退化过程均具有不同的失效机理, 这与通常的工程经验认识完全相同.

4 结 论

对于长贮产品, 尽快获得贮存失效规律的重要方法是进行加速贮存退化试验, 即由高应力下的失效数据外推出正常应力下的贮存可靠性指标. 而这种外推的前提是, 产品在加速应力水平和正常应力水平下, 具有相同的失效机理, 也即, 提高应力仅仅加快了产品的失效速度, 而没有引入新的失效机理, 否则外推的结果是不可信的. 由于产品的贮存失效过程复杂, 理论上有时很难将其贮存失效机理定量数学模型研究清楚, 往往凭借主观经验和定性分析来判断失效机理是否一致, 缺乏一定的理论支撑, 本文给出的基于 Spearman 秩相关系数的方法, 是一种非参数的定量推断方法, 不需要作任何关于退化曲线分布的假设, 仅从试验数据出发就可作出失效机理一致与否的判断, 适用性较强, 实例和仿真示例也进一步说明了该方法的合理性.

具体应用本文的方法时, 需注意: ①在进行加速退化试验设计时, 可先进行少量的短时间的摸底试验, 根据试验数据判断失效机理一致性, 从而确定产品失效机理保持不变的极限应力范围; ②在进行贮存寿命预测时, 在判断失效机理的一致性后, 可采用高应力下的数据外推得到正常应力的贮存寿命; ③文献[12]的附表 17 给出了试验数据 $n \leq 100$ 的 $C_{1-\alpha}$ 临界值表, 若数据量 $n > 100$,

则可根据正态分布分位数确定临界值和判别规则;④若在加速应力水平 S_i 下投试多个产品,为了消除个体差异,可先通过取均值的方法将多条退化曲线合并为一条退化曲线,再应用本文的方法进行检验。

本文给出的基于 Spearman 秩相关系数的贮存失效机理一致性检验方法,对于均衡测量数据,即参试各样本测量时刻相同,可直接应用;若是非均衡测量数据,可首先利用插值或填补技术,转化为均衡数据情况,再进行检验。而插值和填补方法的科学性,将直接影响到失效机理一致性检验的结论,因此,非均衡数据下的一致性检验问题将是下一步需要研究的问题。

参考文献:

- [1] 吴国栋,李海昌.加速寿命试验的相关性研究[J].军械工程学院学报,1997,9(4):39-43.
WU Guodong, LI Haicang. The correlativity study of accelerated life test[J]. Journal of Ordnance Engineering College, 1997, 9(4): 39-43. (in Chinese)
- [2] 茆诗松,王玲玲.加速寿命试验[M].北京:科学出版社,2000.
- [3] 茆诗松,汤银才,王玲玲.可靠性统计[M].北京:高等教育出版社,2008.
- [4] Corradini M G. Shelf-life estimation from accelerated storage data[J]. Trends in Food Science & Technology, 2007, 18(1): 37-47.
- [5] Hough G. Sensory shelf-life predictions by survival analysis accelerated storage models[J]. Food Quality and Preference 2006, 17(4): 468-473.
- [6] Wise L J, Schrimpf R D, Parks H G, et al. A generalized model for the lifetime of microelectronic components applied to storage conditions[J]. Microelectronics Reliability 2001, 41(3): 317-322.
- [7] Liao C M, Tseng S T. Optimal design for step-stress accelerated degradation tests[J]. IEEE Transaction on Reliability, 2006, 55(1): 59-66.
- [8] Yu H F. Designing an accelerated degradation experiment with a reciprocal Weibull degradation rate[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2006, 136(3): 282-297.
- [9] Mohammadian S H, Daoud A K, Routhier F. Qualitative accelerated degradation testing: practical approaches[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2010, 95(1): 149-159.
- [10] Luvalle M J. Extrapolation and confounding in accelerated material degradation and failure studies[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2009, 139(12): 1707-1721.
- [11] 孙山泽.非参数统计讲义[M].北京:北京大学出版社,2000.
- [12] 武小悦,刘琦.应用统计学[M].长沙:国防科技大学出版社,2009.