

文章编号:1000-8055(2011)05-1124-04

确定性仿真结果检验与状态分析方法

傅惠民, 邬文娟

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘 要: 为判断多状态的仿真结果正确与否,建立了变异系数相等情况下的确定性仿真结果检验方法.同时,在变异系数相等或方差相等的情况下,分别建立了一种确定性仿真结果状态分析方法,可对仿真结果的各个状态逐一进行分析,以确定哪些状态已被正确仿真,哪些状态尚未被正确模拟,从而指导仿真软件的编制.

关 键 词: 仿真; 数值计算; 有限元分析; 检验; 小样本

中图分类号: TB301; O211

文献标志码: A

Methods for test and state analysis of determinate simulation results

FU Hui-min, WU Wen-juan

(Research Center of Small Sample Technology,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: In order to judge whether the simulation results are right or not, the method for test of determinate simulation results with equal variation coefficient was established. Furthermore, the methods for state analysis of determinate simulation results with equal variation coefficient or equal variance were established, which can analyze every state of the simulation results and determine which states are simulated correctly and which are not. In this way, the method can guide the programming of simulation software.

Key words: simulation; numerical calculation; finite element analysis; test; small sample

仿真技术已发展为与物理试验、理论推导并列的三大研究方法之一.在试验过于危险、试验代价昂贵或试验过程漫长等情况下,仿真技术都大有用武之地,并已广泛应用于工程技术^[1]、社会科学、经济学^[2]、生命科学、军事学^[3-4]等各个领域.然而,仿真结果的正确性与可信性是仿真技术永恒的生命线^[5].只有保证了仿真结果的正确可信,仿真技术才具有实际应用的价值和意义^[6].为此,文献[7-12]建立了仿真结果的小样本检验和分析

方法,能够有效地对仿真结果的正确性与可信性进行检验和分析.

变异系数相等和方差相等是两种最为常见的情况,工程中可进行对比检验.为此,本文进一步在变异系数相等的情况下建立了确定性仿真结果检验方法,并在变异系数相等或方差相等的情况下,分别建立了一种确定性仿真结果状态分析方法.不仅可以有效地判断多状态的仿真结果正确与否,而且还可以对仿真结果的各个状态逐一进

收稿日期:2010-11-22; 修订日期:2011-02-28

基金项目:国家自然科学基金(10472006)

作者简介:傅惠民(1956—),男,浙江遂昌人,“长江学者”特聘教授,博士,从事小样本信息技术、软校准技术、数据融合方法及可靠性研究.

行分析.

1 变异系数相等时的检验与状态分析

1.1 基本模型

设 μ'_i 为第 i 个状态下真值 μ_i 的仿真结果, $i=1, 2, \dots, m$. 当该仿真结果正确时, 有

$$\mu'_i = \mu_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

为了检验仿真结果 μ'_i 是否满足式(1), 在第 i 个状态下进行了 n_i 个试样的独立试验, 试验值记为 X_{ij} , $i=1, 2, \dots, m$; $j=1, 2, \dots, n_i$. 通常试验结果存在分散性, 且遵循正态分布.

当各状态的变异系数相等时, 有

$$X_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2) \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n_i \quad (2)$$

式中

$$\sigma_i = C_v \mu_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

其中 C_v 为变异系数. 若令

$$Y_{ij} = \frac{X_{ij} - \mu'_i}{\mu'_i} \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n_i \quad (4)$$

则当仿真结果 μ'_i 正确, 即式(1)成立时, 有

$$Y_{ij} \sim N(0, C_v^2) \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n_i \quad (5)$$

因此, 通过检验 Y_{ij} 是否来自于均值为零的正态母体, 可以判断仿真结果 μ'_i 是否正确.

1.2 仿真结果检验

对于给定的显著性水平 α , 若

$$F = \frac{S_a/m}{S_e/(n-m)} \geq F_\alpha(m, n-m) \quad (6)$$

则可以断定仿真结果不正确. 式中

$$S_a = \sum_{i=1}^m n_i \bar{Y}_i^2 \quad (7)$$

$$S_e = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 \quad (8)$$

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

可以证明, 当仿真结果正确时, 有

$$S_e/C_v^2 \sim \chi^2(n-m) \quad (10)$$

$$S_a/C_v^2 \sim \chi^2(m) \quad (11)$$

式中 $n = \sum_{i=1}^m n_i$.

1.3 仿真结果状态分析

当仿真结果不正确时, 下面给出需要重点进

行分析检查的状态. 首先, 在剔除第 l 个状态的试验数据和仿真结果后, 计算

$$F_l = \frac{S_{al}/(m-1)}{S_{el}/(n-n_l-m+1)} \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

式中

$$S_{al} = \sum_{i \neq l} n_i \bar{Y}_i^2 \quad (13)$$

$$S_{el} = \sum_{i \neq l} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 \quad (14)$$

其中 $\bar{Y}_i$ 由式(9)给出. 令

$$r_l = \frac{F_l}{F_\alpha(m-1, n-n_l-m+1)} \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

$$r_{\min} = \min\{r_1, r_2, \dots, r_m\} \quad (16)$$

则 r_l ($l=1, 2, \dots, m$) 中与 $r_{\min}$ 相等的项所对应的剔除状态的仿真结果需要进行重点分析检查. 对于剩下的其余状态, 可按 1.2 节方法重新进行检查, 如果式(6)成立, 则再采用本节方法进一步从剩余状态中确定出需要重点分析检查的状态, 以此往复直到式(6)不成立为止, 即可确定出全部需要重点分析检查的状态.

上述状态分析需要至少两个状态有重复的试验数据. 当遇到只在一个状态有重复试验数据时, 可先按下述方法对该状态进行检验, 然后再对其余状态按上述逐一剔除的方法确定要进行重点分析检查的状态.

设只在第 k 个状态有重复试验数据, 若下式成立:

$$\frac{\sqrt{n_k} |\bar{Y}_k|}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n_k} (Y_{kj} - \bar{Y}_k)^2 / (n_k - 1)}} \geq t_{\alpha/2}(n_k - 1) \quad (17)$$

则在显著性水平 α 下, 可以断定该状态的仿真结果 μ'_k 不正确. 此时需对该状态重新仿真, 直至式(17)不成立.

2 方差相等时的检验与状态分析

2.1 基本模型

设 μ'_i, μ_i 和 X_{ij} 的定义与 1.1 节相同, $i=1, 2, \dots, m$; $j=1, 2, \dots, n_i$. 对于各个状态的方差相等且遵循正态分布时, 有

$$X_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma^2) \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n_i \quad (18)$$

若令

$$Y_{ij} = X_{ij} - \mu'_i$$

$$i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n_i \quad (19)$$

则当仿真结果 μ'_i 正确, 即式(1)成立时, 有

$$Y_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n_i \quad (20)$$

因此, 通过检验 Y_{ij} 是否来自于均值为零的正态母体, 可以判断仿真得到的 μ'_i 正确与否。

2.2 仿真结果检验

对于给定的显著性水平 α , 若式(6)成立, 则可以断定仿真结果不正确. 计算 S_a 和 S_e 的 Y_{ij} 由式(19)给出. 可以证明

$$S_e / \sigma^2 \sim \chi^2(n-m) \quad (21)$$

并且当仿真结果正确时, 有

$$S_a / \sigma^2 \sim \chi^2(m) \quad (22)$$

2.3 仿真结果状态分析

当仿真结果不正确时, 下面给出方差相等时的仿真结果状态分析方法. 首先将 $n_i \bar{Y}_{(i)}^2$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 从小到大排列, 得到 $n_{(1)} \bar{Y}_{(1)}^2 \leq n_{(2)} \bar{Y}_{(2)}^2 \leq \dots \leq n_{(m)} \bar{Y}_{(m)}^2$, 然后确定使下面两式:

$$\sum_{i=1}^k n_{(i)} \bar{Y}_{(i)}^2 \geq \frac{k S_e F_\alpha(k, n-m)}{n-m} \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^{k-1} n_{(i)} \bar{Y}_{(i)}^2 < \frac{(k-1) S_e F_\alpha(k-1, n-m)}{n-m} \quad (24)$$

同时成立的 k , 则 $n_{(k)} \bar{Y}_{(k)}^2$ ($i = k, k+1, \dots, m$) 以及 $n_{(i)} \bar{Y}_{(i)}^2$ ($i = 1, 2, \dots, k-1$) 中与 $n_{(k)} \bar{Y}_{(k)}^2$ 相等的项所对应的仿真结果需要进行重点分析检查, 以确定其不正确的原因。

3 计算举例

下面就变异系数相等和方差相等的情况分别给出一个算例, 以具体说明本文方法的操作流程。

3.1 变异系数相等时的检验与状态分析算例

在表1中, 第2列是某产品性能的真值 μ_i , 第3列是变异系数 C_v , 第4列是仿真结果 μ'_i , 第5列是试验结果 X_{ij} . 根据工程实际的需要, 现主要考虑其5个状态. 从表1中可以看到, 此时各状态的变异系数 C_v 是相等的. 在工程实际中, 真值 μ_i 未知, 算例给出各状态真值 μ_i 是为了能够直接地看到本文方法的检验与分析效果。

表1 各状态真值、变异系数、仿真结果和试验结果

Table 1 Truth values, variation coefficients, simulation results and experiment results in 5 states

状态 i	真值 μ_i	变异系数 C_v	仿真结果 μ'_i	试验结果 X_{ij}
1	10	0.1	10	10.1, 11.6
2	20	0.1	20	20.5
3	30	0.1	30	31.5, 27.4, 33.0
4	40	0.1	40	37.1, 48.8
5	50	0.1	50	55.0

现采用本文提出的变异系数相等时的仿真结果检验方法对表1中的数据进行处理, 仿真检验结果列于表2. 从表2中可以看到, 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下, 可以得出表1中仿真结果 μ'_i 全都正确, $i=1, 2, \dots, 5$. 通过直接比较表1中各状态真值 μ_i 和仿真结果 μ'_i , 可知本文方法的检验结论正确。

表2 变异系数相等时的仿真结果检验表 ($\alpha=0.05$)

Table 2 Simulation results test with equal variation coefficient ($\alpha=0.05$)

平方和 S	F 值	F_α 值	检验结论
$S_a=0.04$	0.41	6.26	$F < F_\alpha$
$S_e=0.07$			不拒绝该仿真结果

3.2 方差相等时的检验与状态分析算例

本例考虑各状态试验结果的标准差 σ 均相等的情况. 表3给出了各状态的真值 μ_i 、仿真结果 μ'_i 和试验结果 X_{ij} . 显然, 此时第4个状态下的仿真结果 μ'_4 和第5个状态下的仿真结果 μ'_5 错误, 而其他各状态的仿真结果正确。

表3 各状态真值、仿真结果和试验结果

Table 3 Truth values, simulation results and experiment results in 5 states

状态 i	真值 μ_i	仿真结果 μ'_i	试验结果 X_{ij}
1	40	40	36.2
2	60	60	51.9
3	80	80	81.2
4	100	110	101.6, 98.4, 104.1
5	120	125	117.8, 121.6, 116.9

首先,采用方差相等时的仿真结果检验方法对表3中的数据进行处理,仿真检验结果列于表4。从表4中可以看到,在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下,可以得出表3中仿真结果存在错误。

表4 方差相等时的仿真结果检验表($\alpha=0.05$)

Table 4 Simulation results test with equal variance ($\alpha=0.05$)

平方和 S	F 值	F_{α} 值	检验结论
$S_a=421.66$	11.72	6.26	$F > F_{\alpha}$
$S_c=28.77$			拒绝该仿真结果

然后,采用方差相等时的仿真结果状态分析方法进一步对表3中的数据进行处理,可得当 $k=4$ 时,式(23)和式(24)同时成立。即在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下,可以得出表3中第4个状态下的仿真结果 μ'_4 和第5个状态下的仿真结果 μ'_5 错误,而其他各状态的仿真结果正确。由表3可知,本文方法的检验和分析结论均正确。

4 结 论

1) 在变异系数相等的情况下,建立了一种确定性仿真结果检验方法。该方法能够判断多状态的仿真结果正确与否。

2) 在变异系数相等或方差相等的情况下,分别建立了一种确定性仿真结果状态分析方法。当仿真结果不正确时,并非所有状态全都仿真错误,采用该方法可以进一步对仿真结果的各个状态逐一进行分析,以确定哪些状态已被正确仿真,哪些状态尚未被正确模拟,从而指导仿真软件的编制。

3) 本文方法能够对多状态的仿真结果进行整体检验,与单一状态的假设检验相比,具有所需试样少和精度高的特点。

参考文献:

[1] Polack F A, Andrews P S, Sampson A T. The engineering of concurrent simulations of complex systems[C]// 2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Trondheim, Norway; IEEE, 2009: 217-224.

[2] Ang C S, Zaphiris P. Simulating social networks of online communities: simulation as a method for sociability design [C]// Lecture Notes in Computer Science. Uppsala, Sweden; Springer-Verlag, 2009: 443-456.

[3] GAO Yuan, GU Liangxian, PAN Lei. Modeling and simulating dynamics of missiles with deflectable nose control [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, 22 (5): 474-479.

[4] Riou J, Garnier E, Deck S, et al. Improvement of delayed-detached eddy simulation applied to separated flow over missile fin[J]. AIAA Journal, 2009, 47(2): 345-360.

[5] LIU Fei, YANG Ming. An optimal design method for simulation verification, validation and accreditation schemes [J]. Simulation, 2009, 85(6): 375-386.

[6] David N. Validation and verification in social simulation: patterns and clarification of terminology [C] // Lecture Notes in Computer Science. Brescia, Italy: Springer-Verlag, 2009: 117-129.

[7] 傅惠民. 异方差分析方法[J]. 机械强度, 2005, 27(2): 196-201.

FU Huimin. Method for heteroscedastic analysis[J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(2): 196-201. (in Chinese)

[8] 傅惠民, 邹文娟. 多因子异方差分析[J]. 航空动力学报, 2005, 20(3): 345-350.

FU Huimin, WU Wenjuan. Multi-way heteroscedastic analysis[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(3): 345-350. (in Chinese)

[9] 傅惠民. 仿真结果统计检验方法[J]. 机械强度, 2005, 27(5): 598-603.

FU Huimin. Statistical test method for simulation results [J]. Journal of Mechanical Strength, 2005, 27(5): 598-603. (in Chinese)

[10] 傅惠民, 邹文娟. 确定性仿真结果检验和因子分析方法[J]. 航空动力学报, 2007, 22(2): 169-174.

FU Huimin, WU Wenjuan. Methods for test and factor analysis of determinate simulation results [J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(2): 169-174. (in Chinese)

[11] 邹文娟, 傅惠民. 仿真结果检验和状态分析方法[J]. 航空动力学报, 2010, 25(5): 1092-1096.

WU Wenjuan, FU Huimin. Method for test and state analysis of simulation results [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(5): 1092-1096. (in Chinese)

[12] 邹文娟, 傅惠民. 双因子仿真结果水平分析方法[J]. 航空动力学报, 2010, 25(9): 2019-2022.

WU Wenjuan, FU Huimin. Double factor lever analysis method of simulation results [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(9): 2019-2022. (in Chinese)