

文章编号:1000-8055(2011)08-1836-05

正态分布定时无失效寿命分散系数

傅惠民, 张勇波

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘 要: 针对现有分散系数计算公式只适用于完全数据,以及近年来在寿命试验中大量出现的无失效数据并不适用的情况,将完全数据的寿命分散系数的概念推广到定时无失效寿命数据,提出定时无失效数据寿命分散系数方法,给出了相应的寿命分散系数计算公式.理论分析和结算结果表明,定时无失效数据寿命分散系数 L_t^* 明显小于完全数据寿命分散系数 L_t ,从而能有效提高被完全数据寿命分散系数过分压低的安全使用寿命.

关 键 词: 正态分布; 定时无失效数据; 截尾试验; 寿命预测; 分散系数; 可靠性

中图分类号: TB301; O211

文献标识码: A

Life scatter factor of time truncated zero-failure data subjected to normal distribution

FU Hui-min, ZHANG Yong-bo

(Research Center of Small Sample Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: For the existing method to calculate the life scatter factor only fits to complete data, it is not suitable for the time truncated zero-failure data which are significantly increasing in the life tests. Therefore, this study introduced the theory of complete data scatter factor into the situation of time truncated zero-failure data, and proposed a method for the life analysis of normal time truncated zero-failure data by providing the formula of life scatter calculation. According to the theory analysis and calculating result, it shows that the scatter factor of time truncated zero-failure data is significantly smaller than the completed data, and thus the method proposed by this study can fully utilize the depressed safety life by complete data scatter factor method.

Key words: normal distribution; time truncated zero-failure data; truncated test; life assessment; scatter factor; reliability

在进行整机寿命试验时,试验件极少,通常只有一件或两件.如何根据有限的试验数据确定产品安全寿命就成了一个十分重要的问题,国内外广泛应用的是“分散系数”法^[1-8],在试验数据均为完全数据的情况,已有大量较为成熟的方法进行

处理.但是,随着产品可靠性的提高,试验结果中出现了大量的定时无失效数据,即试验到规定时刻仍无一产品失效的情况,这就给分散系数的确定提出了新的问题,如果仍然采用完全数据的分散系数进行计算,就会人为地过分压低产品的安

收稿日期:2010-12-19; 修订日期:2011-04-19

基金项目:国家自然科学基金(10472006);北京市教育委员会共建项目(XK100060418)

作者简介:傅惠民(1956—),男,浙江遂昌人,“长江学者”特聘教授,博士,从事小样本信息技术、软校准技术、数据融合方法及可靠性研究.

全寿命,使其得不到充分的利用.文献[9]建立了一种正态分布定时无失效数据可靠性分析方法,能够在正态分布情况下根据定时无失效数据进行可靠性评估和寿命预测.本文在此基础上,进一步对正态分布定时无失效数据的寿命分散系数进行了研究,将完全数据寿命分散系数的概念推广到定时无失效数据的情况,给出了相应的寿命分散系数计算公式,能有效提高产品的预测寿命.

1 完全数据寿命分散系数

设产品对数寿命 $X = \lg N$ 服从正态分布,即

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (1)$$

式中 μ 为均值, σ 为标准差. 则理论疲劳寿命分散系数定义为^[10]

$$L_t = \frac{N_{50}}{N_R} \quad (2)$$

式中 N_{50} 为中值寿命, N_R 为可靠度为 R 的安全寿命.

由于可靠度为 R 的安全对数寿命为

$$\lg N_R = \mu - u_R \sigma \quad (3)$$

式中 u_R 是可靠度为 R 的标准正态偏量^[11]

$$R = \Phi(u_R) = \int_{-\infty}^{u_R} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (4)$$

可通过计算或查表得到. 所以,将式(3)代入式(2)得到

$$L_t = 10^{u_R \sigma} \quad (5)$$

此时,可由下式求得可靠度为 R 的安全寿命

$$N_R = \frac{N_{50}}{10^{u_R \sigma}} \quad (6)$$

但是,式(6)中的理论值 N_{50} 往往也是未知的,所以,用少量试件测得的中值试验寿命 $[N_{50}]_t$ 代替理论中值寿命 N_{50} ,还必须考虑置信度.

对于完全寿命试验数据的情况,文献[10]给出置信水平为 γ 、可靠度为 R 的寿命分散系数

$$L_t = 10^{\left(\frac{u_\gamma}{\sqrt{n}} + u_R\right)\sigma} \quad (7)$$

式中 u_γ 是置信度为 γ 的标准正态偏量. 此时,可由下式求得置信水平为 γ 、可靠度为 R 的安全寿命

$$N_{Rlow} = \frac{[N_{50}]_t}{L_t} = \frac{[N_{50}]_t}{10^{\left(\frac{u_\gamma}{\sqrt{n}} + u_R\right)\sigma}} \quad (8)$$

即有

$$P\{N_R \geq N_{Rlow}\} \geq \gamma \quad (9)$$

式中 $[N_{50}]_t$ 为完全寿命试验数据 $N_1, N_2, \dots, N_n$ 的中值试验寿命

$$[N_{50}]_t = \sqrt[n]{N_1 N_2 \dots N_n} \quad (10)$$

2 定时无失效数据寿命分散系数

任取 n 个试件进行寿命试验,设在规定的时间内 N_0 内所有产品均未失效. 在这种定时无失效数据情形下,置信水平为 γ 、可靠度为 R 的寿命分散系数 L_t^* 可由下式计算

$$L_t^* = 10^{(u_R - u_{\gamma_0})\sigma} \quad (11)$$

置信水平为 γ 、可靠度为 R 的安全寿命则由下式求得

$$N_{Rlow} = \frac{N_{50}}{10^{(u_R - u_{\gamma_0})\sigma}} \quad (12)$$

此时式(9)仍然成立. 式中 $u_{\gamma_0} = \Phi^{-1}(R_{\gamma_0})$, R_{γ_0} 为试验截止时刻 N_0 处置信水平为 γ 的可靠度单侧置信下限. 本文采用文献[12]给出的 R_{γ_0} , 即

$$R_{\gamma_0} = (1 - \gamma)^{\frac{1}{n+1}} \quad (13)$$

证明:由式(13)给出的试验截止时刻 N_0 处置信水平为 γ 的可靠度单侧置信限 R_{γ_0} 可得

$$P\{R_0 \geq R_{\gamma_0}\} = \gamma \quad (14)$$

所以

$$P\{u_{R0} \geq u_{\gamma_0}\} = \gamma \quad (15)$$

$$P\{\mu - u_{R0}\sigma \leq \mu - u_{\gamma_0}\sigma\} = \gamma \quad (16)$$

式中 $u_{R0} = \Phi^{-1}(R_0)$.

由于

$$\lg N_0 = \mu - u_{R0}\sigma \quad (17)$$

故有

$$P\{\mu - u_{\gamma_0}\sigma \geq \lg N_0\} = \gamma \quad (18)$$

$$P\{\mu - u_R\sigma \geq \lg N_0 - (u_R - u_{\gamma_0})\sigma\} = \gamma \quad (19)$$

将式(3)代入式(19)得

$$P\{\lg N_R \geq \lg N_0 - (u_R - u_{\gamma_0})\sigma\} = \gamma \quad (20)$$

即

$$P\left\{N_R \geq \frac{N_0}{10^{(u_R - u_{\gamma_0})\sigma}}\right\} = \gamma \quad (21)$$

所以,置信水平为 γ 、可靠度为 R 的安全寿命置信下限 N_{Rlow} 为

$$N_{\text{Rlow}} = \frac{N_0}{10^{(u_R - u_{\gamma_0})\sigma}} \quad (22)$$

式(11)和(12)证毕! 所以,对于定时无失效数据,其寿命分散系数为 $L_f^* = 10^{(u_R - u_{\gamma_0})\sigma}$.

虽然实际中标准差 σ 通常是未知的,但是大多数情况可以确定其上限 σ_0 , 即 $\sigma \leq \sigma_0$. 目前工程上已经积累了大量对数寿命标准差的统计资料,美国、英国、日本和澳大利亚等国家航空部门的研究表明^[10],对于金属材料结构来说,其对数裂纹形成寿命的标准差一般不大于 $\sigma_0 = 0.2$;而对数裂纹扩展寿命的标准差一般不大于 $\sigma_0 = 0.1$. 因此,工程中常常用 σ_0 代替 σ 计算寿命分散系数.

3 定时无失效数据与完全数据寿命分散系数对比分析

通过式(7)和式(11),比较完全数据的寿命分散系数 L_f 和定时无失效数据的寿命分散系数 L_f^* , 可以看到它们明显不同,其比值为

$$k = \frac{L_f^*}{L_f} = \frac{10^{(u_R - u_{\gamma_0})\sigma}}{10^{(\frac{u_{\gamma}}{\gamma} + u_R)\sigma}} = 10^{-(\frac{u_{\gamma}}{\gamma} + \frac{u_{\gamma_0}}{\gamma_0})\sigma} \quad (23)$$

表1~表3中给出了定时无失效数据与完全数据寿命分散系数部分计算结果,图1进一步给出了当置信水平 $\gamma=0.90$, 比值 $k=L_f^*/L_f$ 随标准差及样本量的变化曲线.

表1 定时无失效数据 L_f^* 与完全数据寿命分散系数 L_f 比较
($R=0.999, \gamma=0.95$)

Table 1 Comparison between the life scatter factor of completed data and time truncated zero-failure data
($R=0.999, \gamma=0.95$)

试件数 n	标准差 σ	L_f	L_f^*
1	0.100	3.0	2.4
	0.176	6.8	4.8
	0.200	8.9	5.9
2	0.100	2.7	2.2
	0.176	5.6	4.0
	0.200	7.1	4.8

表2 定时无失效数据 L_f^* 与完全数据寿命分散系数 L_f 比较
($R=0.999, \gamma=0.90$)

Table 2 Comparison between the life scatter factor of completed data and time truncated zero-failure data
($R=0.999, \gamma=0.90$)

试件数 n	标准差 σ	L_f	L_f^*
1	0.100	2.7	2.3
	0.176	5.9	4.2
	0.200	7.5	5.2
2	0.100	2.5	2.1
	0.176	5.1	3.6
	0.200	6.3	4.3

表3 定时无失效数据 L_f^* 与完全数据寿命分散系数 L_f 比较
($R=0.999, \gamma=0.70$)

Table 3 Comparison between the life scatter factor of completed data and time truncated zero-failure data
($R=0.999, \gamma=0.70$)

试件数 n	标准差 σ	L_f	L_f^*
1	0.100	2.3	2.0
	0.176	4.3	3.3
	0.200	5.3	3.9
2	0.100	2.2	1.8
	0.176	4.1	2.9
	0.200	4.9	3.4

从表1~表3和图1中可以看出:当给定的可靠度大于50%时,比值 k 小于1,即定时无失效数据的寿命分散系数 L_f^* 小于完全数据的寿命分散系数 L_f ; 比值 k 与标准差 σ 成反比关系,即 σ 越大, k 越小,反之, σ 越小, k 越大. 随着试件数 n 的增大,寿命分散系数比值 k 将进一步减小,即本文方法无论在小子样情况还是在样本量较大情况,都能充分利用被完全数据寿命分散系数过分压低的产品寿命.

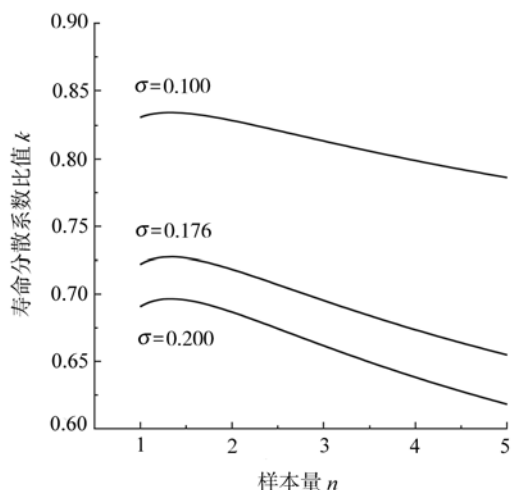


图1 定时无失效数据与完全数据寿命分散系数比值
 $k = L_t^* / L_t$ 随标准差及样本量的
 变化情况

($R=0.999, \gamma=0.90$)

Fig. 1 Varying condition of coefficient k which
 representing the ratio between the scatter
 factor of time truncated zero-failure
 data and completed data
 ($R=0.999, \gamma=0.90$)

4 结 论

1) 本文将完全数据的寿命分散系数的概念推广到了定时无失效寿命数据的情况,给出了相应的寿命分散系数计算公式,从而能充分利用被完全数据寿命分散系数过分压低的产品寿命。

2) 理论分析和计算结果表明,定时无失效数据的寿命分散系数 L_t^* 明显小于完全数据的寿命分散系数 L_t ,这与工程实际相符。

3) 完全数据寿命分散系数法已广泛用于各种型号飞机的寿命预测,但是近年来在整机寿命试验中已越来越多地出现无失效寿命数据,如果仍然采用完全数据的寿命分散系数进行计算,整机预测寿命则会偏低,产品寿命将得不到充分利用。

4) 比值 k 与标准差 σ 成反比关系,即 σ 越大, k 越小,反之, σ 越小, k 越大。这表明母体分散性越大,定时无失效数据的寿命分散系数 L_t^* 越能充分利用产品使用寿命。

5) 置信度、标准差和可靠度均与寿命分散系数成正比,即前三者越大,则寿命分散系数越大;前三者越小,则分散系数越小。

参考文献:

[1] 刘文琰. 结构可靠性设计手册[M]. 北京:国防工业出版社, 2008.

社, 2008.

LIU Wenting. Structural reliability design handbook[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008. (in Chinese)

[2] 高镇同. 飞机疲劳寿命分散系数[R]. 北京:北京航空航天大学 BH-B884, 1982; 3-9.

GAO Zhentong. Fatigue life scatter factor for airplane [R]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics BH-B884, 1982; 3-9. (in Chinese).

[3] 张福泽. 疲劳分散系数的分类及其取值[J]. 航空学报, 1987, 8(6): B239-B243.

ZHANG Fuze. Kinds of fatigue life scatter factor and its value[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1987, 8(6): B239-B243. (in Chinese)

[4] 卢小艳, 陆山. 基于对数正态分布第 k 试验寿命的分散系数法[J]. 航空动力学报, 2006, 21(4): 738-740.

LU Xiaoyan, LU Shan. Life scatter factor method based on the k th order experimental life with logarithm normal distribution[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(4): 738-740. (in Chinese)

[5] 贺小帆, 刘文琰. 服从不同分布的疲劳寿命分散系数分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2002, 28(1): 47-49.

HE Xiaofan, LIU Wenting. On scatter factors of fatigue life obeying different distributions[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002, 28(1): 47-49. (in Chinese)

[6] 陆山, 杨剑秋. 基于小子样最差和最好试验结果的寿命分散系数法[J]. 机械科学与技术, 2006, 25(1): 99-101.

LU Shan, YANG Jianqiu. Life scatter factor method based on the worst and the best experiment results of small samples[J]. Mechanical Science and Technology, 2006, 25(1): 99-101. (in Chinese)

[7] 王卫国, 卿华, 温卫东. 服从威布尔分布的小子样疲劳寿命分散系数及其应用[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2006, 19(1): 39-41.

WANG Weiguo, QING Hua, WEN Weidong. Scatter factor analysis based on the small sample fatigue life of Weibull distribution and its application[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2006, 19(1): 39-41. (in Chinese)

[8] 么亮, 冯蕴雯. 三参数威布尔分布疲劳寿命分散系数确定方法[J]. 科学技术与工程, 2009, 9(6): 1488-1493.

YAO Liang, FENG Yunwen. Fatigue life scatter factor conformation method for sample follows the three parameters Weibull distribution[J]. Science Technology and Engineering, 2009, 9(6): 1488-1493. (in Chinese)

[9] 傅惠民, 张勇波. 正态分布定时无失效数据可靠性分析方法[J]. 航空动力学报, 2010, 25(2): 384-387.

FU Huimin, ZHANG Yongbo. Method of reliability analysis for time truncated zero-failure data based on normal distribution[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(2): 384-387. (in Chinese)

[10] 高镇同. 疲劳应用统计学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1986.

- GAO Zhentong. Applied statistics in fatigue[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1986. (in Chinese).
- [11] 戴树森, 费鹤良, 王玲玲. 可靠性试验及其统计分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1983.
- DAI Shusen, FEI Heliang, WANG Lingling. Reliability test and statistical analysis[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1983(in Chinese).
- [12] 傅惠民. 不完全数据秩分布理论[J]. 航空学报, 1993, 14(11): A578-A584.
- FU Huimin. Theory of incomplete data rank distributions [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1993, 14(11): A578-A584. (in Chinese)

JALSP