

文章编号:1000-8055(2011)08-1914-07

双层滚珠轴承力学特性分析

朱益利, 徐龙祥

(南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016)

摘 要: 基于拟动力学原理,在考虑轴承所承受的径向载荷、轴向载荷、滚珠自身离心力以及陀螺力矩联合载荷作用的影响下,建立双层滚珠轴承在高速及载荷作用下的力学模型,通过 MATLAB 编程仿真,分析不同载荷参数和结构参数对轴承力学特性的影响,并对计算方法进行了实验验证. 研究表明:内外两节径关系直接影响到内圈和中圈之间的转速分配关系;径向载荷和轴向载荷对接触角的变化影响较大,直接关系到滚珠轴承的失效情况;工作转速、滚珠的材料、轴向预紧力以及滚珠初始接触角等对轴承的刚度影响较大. 研究结果为双层滚珠轴承的设计和应用提供一定的理论依据.

关 键 词: 双层滚珠轴承; 转速分配; 拟动力学; 非线性方程组; 联合载荷

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

Mechanical research of double-decker ball bearing

ZHU Yi-li, XU Long-xiang

(College of Mechanical and Electrical Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The mechanical model of the double-decker ball bearing was established and the relative calculation program compiled in MATLAB was developed based on the quasi-dynamic method by considering the radial load, axial load, centrifugal force as well as the gyroscopic moment acted on the bearing simultaneously. And the method was verified experimentally. The simulation results show that, the relationship between the inner and outer pitch diameters of the bearing determines the inner and intermediate races' rotate speed distribution. The radial and axial loads affect the ball contact angles relating to the bearing failure. Rotate speed, ball materials, axial preload as well as the initial contact angles greatly impact the bearing stiffness. The results provide a theoretical basis for the design and use of this bearing in high-speed rotor-bearing system.

Key words: double-decker ball bearing; rotate speed distribution; quasi-dynamic; nonlinear equation; combined load

滚动轴承是广泛应用的、重要的机械基础件. 从本世纪初,随着旋转机械的发展,滚动轴承的设计和制造开始集中由专业化工厂进行,形成重要的基础工业^[1]. 要提高系统的效率,往往需要转子工作在高转速,而此时传统的滚动轴承很难承受. 通常采用磁悬浮轴承和气悬浮轴承等,由于其技

术尚未完全成熟并且价格比较昂贵,此类轴承尚未得到广泛应用. 另一解决问题的方法是在现有滚动轴承的基础上进行技术革新来提高轴承的工作极限转速.

考虑以上的一些使用要求,Anderson 提出的双层滚动轴承设计思想,从运动学角度来看,由于

收稿日期:2010-08-20; 修订日期:2010-11-12

基金项目:国家自然科学基金(50975134)

作者简介:朱益利(1987-),男,江苏连云港人,博士生,主要从事磁悬浮可靠性方面研究.

中圈分担了一定的转子转速,使得双层滚动轴承相对与传统轴承而言,具有滚动体运动速度较低,极限转速较高,磨损较小,使用寿命较长等优点.因而双层滚动轴承更适用于高速应用场合. Prashad 在此思想的基础上,介绍了双层滚动轴承的基本概念和工作原理^[2-3],分析了中圈的转速计算公式;并且将其与普通轴承进行了试验对比研究,结果表明双层滚动轴承的摩擦力矩和摩擦因数均相对较小,温升也较小,以上的分析主要是在一些经验公式的基础上,缺乏详细的力学特性分析.

近些年来,国、内外学者对滚珠轴承力学特性的研究非常重视^[4-7],特别是对轴承动力学的分析.在双层滚珠轴承正式进入工程应用之前,为了更好了解其在工作时的各方面力学特性,需要建立详细的数学模型进行分析.本文在 Hertz 接触、负荷分布和套圈滚道控制理论的基础上,进行了在高速应用场合下双层滚珠轴承的拟动力学分析^[8-15],计算了高速双层滚珠轴承的材料、径向载荷、轴承载荷、工作转速和初始接触角等参数对接触角、径向刚度和轴向刚度等的影响,得到了双层滚珠轴承在不同参数和工作条件下的若干结果.

1 双层滚珠轴承结构

图 1 为双层滚珠轴承结构图,支撑两层滚珠的套圈分别定义为内圈、中圈和外圈.外圈安装在轴承座内,内圈安装在轴上.

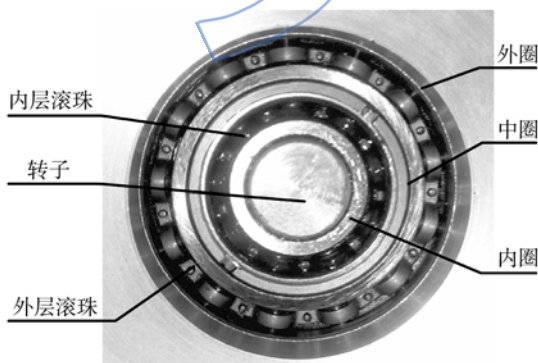


图 1 双层滚珠轴承结构

Fig. 1 Structure of double-decker ball bearing

2 数学模型建立

2.1 受力变形分析

图 2 表示的是双层滚珠轴承的几何参数。 D_{b1} 和 D_{b2} 分别为内、外层滚珠的直径; d_{m1} 和 d_{m2} 分别

为内、外层轴承的节径; r_{i1} 和 r_{o1} 分别为内层轴承的内、外环沟曲率半径; r_{i2} 和 r_{o2} 分别为外层轴承的内、外环沟曲率半径; α_1 和 α_2 分别为内、外层轴承的滚珠自由接触角.

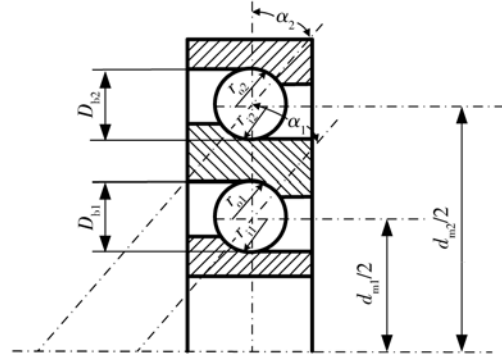


图 2 双层滚珠轴承几何参数

Fig. 2 Geometry parameters of double-decker ball bearing

假定双层滚珠轴承的内、中圈和外圈不发生弹性变形,所有的变形都发生在滚珠上,且滚珠的变形没有超过其弹性极限,则轴承内部的各个滚珠的弹性变形与套圈的刚性位移之间存在一定的几何相容关系.为了分析简便,将其受载几何关系模型分为内外两部分.

在联合外载荷(F_r, F_a, M)的作用下,外层轴承受载前后在角位置 ψ_{j2} (滚珠和轴承中心连线与径向载荷方向的夹角,顺时针方向为正)处的内外环曲率中心和滚珠中心之间的相对位置关系.外层轴承外环由于和轴承座配合,可以近似认为其滚道曲率中心位置 P_{oj2} 保持不变;而内环的滚道曲率中心由初始位置的 P_{ij2} 移到 P'_{ij2} ;同时由于离心力的存在,滚珠的中心位置由初始的 P_{bj2} 移到 P'_{bj2} 从而偏离了内外环的曲率中心的连线,从而导致其内部的内外环滚珠接触角不再相等(即 $\alpha'_{ij2} \neq \alpha'_{oj2}$).

由图 3 可以得到受载后的外层轴承的内、外环曲率中心之间距离的轴向、径向投影

$$X_{2j2} = A_2 \sin \alpha_2 + u_{a2} + \theta_2 R_2 \cos \psi_{j2} \quad (1)$$

式中 A_2 为不受载荷时,外层轴承内、外环的滚道曲率中心的距离; u_{a2} 和 θ_2 分别为在外载荷作用下外层轴承的轴向变形和转角.

$$R_2 = \frac{1}{2} d_{m2} + (f_{i2} - 0.5) D_{b2} \cos \alpha_2 \quad (2)$$

式中 f_{i2} 为外层轴承内环沟曲率半径系数.

$$Y_{2j2} = A_2 \cos \alpha_2 + u_{r2} \cos \psi_{j2} \quad (3)$$

式中 u_{t2} 为在外载荷作用下外层轴承的径向变形。

根据勾股定理可得

$$X_{1j2}^2 + Y_{1j2}^2 = [(f_{o2} - 0.5)D_{b2} + u_{o2}]^2 \quad (4)$$

式中 u_{o2} 为外层轴承的第 j 个滚珠与外环的接触变形量; f_{o2} 为外层轴承外环沟曲率半径系数。

$$(X_{2j2} - X_{1j2})^2 + (Y_{2j2} - Y_{1j2})^2 = [(f_{i2} - 0.5)D_{b2} + u_{i2}]^2 \quad (5)$$

式中 u_{i2} 为外层轴承的第 j 个滚珠与内环的接触变形量。

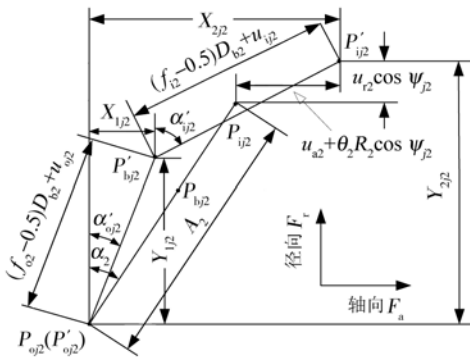


图3 外层轴承滚珠中心和滚道沟曲率中心受外载荷前后的位置

Fig. 3 Position of ball center and corresponding raceway groove centers with and without applied load of the outer bearing

图4为在外载荷的作用下内层轴承受载前后在角位置 ψ_{j1} 处的内外环曲率中心和滚珠中心之间的相对位置关系。由于在双层滚珠轴承受外载荷发生变形时于假定内层轴承的外环与外层轴承的内环刚性连接在一起,因此两者具有相同的径

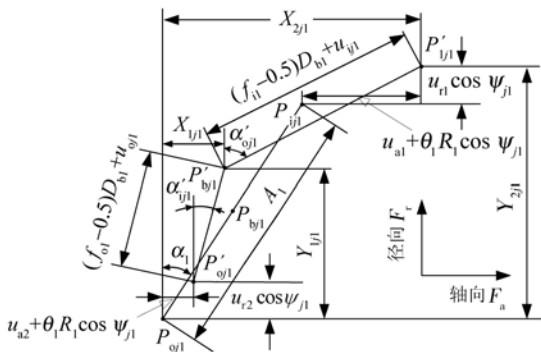


图4 内层轴承滚珠中心和滚道沟曲率中心受外载荷前后的位置

Fig. 4 Position of ball center and corresponding raceway groove centers with and without applied load of the inner bearing

向位移、轴向位移和转角,则内层轴承外环的曲率中心位置不再保持不变,而由 P_{o1} 移到 P'_{o1} ;且内环的中心位置由 P_{i1} 移到 P'_{i1} ;离心力的作用使得滚珠的中心位置由 P_{bj1} 移到 P'_{bj1} 。

同理,由图4可得到受载后内层轴承的内外环的沟曲率中心距离在两坐标方向投影为

$$X_{2j1} = A_1 \sin \alpha_1 + u_{a1} + \theta_1 R_1 \cos \psi_{j1} \quad (6)$$

式中 A_1 为不受载荷时,内层轴承内、外环的滚道中心的距离。 u_{a1} 和 θ_1 分别表示在外载荷作用下内层轴承的轴向变形和转角。

$$R_1 = \frac{1}{2}d_{m1} + (f_{i1} - 0.5)D_{b1} \cos \alpha_1 \quad (7)$$

式中 f_{i1} 为内层轴承内环沟曲率半径系数。

$$Y_{2j1} = A_1 \cos \alpha_1 + u_{r1} \cos \psi_{j1} \quad (8)$$

式中 u_{r1} 表示在外载荷作用下内层轴承的径向变形。

根据勾股定理可得

$$(X_{1j1} - u_{o2} - \theta_2 R_1 \cos \psi_{j1})^2 + (Y_{1j1} - u_{r2} \cos \psi_{j1})^2 - [(f_{o1} - 0.5)D_{b1} + u_{o1}]^2 = 0 \quad (9)$$

式中 u_{o1} 为内层轴承的第 j 个滚珠外环的接触变形量; f_{o1} 为内层轴承外环沟曲率半径系数。

$$(X_{2j1} - X_{1j1})^2 + (Y_{2j1} - Y_{1j1})^2 - [(f_{i1} - 0.5)D_{b1} + u_{i1}]^2 = 0 \quad (10)$$

式中 u_{i1} 为内层轴承的第 j 个滚珠与内环的接触变形量。

2.2 滚珠受力分析

针对图2的结构,滚珠的受力模型如图5所示。

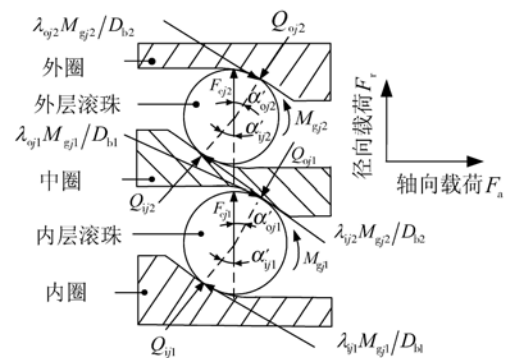


图5 滚珠受力图

Fig. 5 Ball loading figure

根据 Hertz 接触理论,可以得到各个滚珠与其相接触的内外两滚道之间接触力^[11]

$$\begin{cases} Q_{je} = K_{ije} u_{ije}^{3/2} \\ Q_{oe} = K_{oje} u_{oje}^{3/2} \end{cases} \quad (11)$$

式中 K_{ije}, K_{oje} ($\epsilon = 1, 2$) 分别为内、外层轴承的第

j 个滚珠与其相应内、外环之间的接触刚度。

对内外层滚珠分别列力平衡方程可以得到

$$Q_{ij\epsilon} \sin \alpha'_{ij\epsilon} - Q_{oj\epsilon} \sin \alpha'_{oj\epsilon} - \frac{M_{gje}}{D_{be}} (\lambda_{ij\epsilon} \cos \alpha'_{ij\epsilon} - \lambda_{oj\epsilon} \cos \alpha'_{oj\epsilon}) = 0 \quad (12)$$

$$Q_{ij\epsilon} \cos \alpha'_{ij\epsilon} + F_{cje} - Q_{oj\epsilon} \cos \alpha'_{oj\epsilon} + \frac{M_{gje}}{D_{be}} (\lambda_{ij\epsilon} \sin \alpha'_{ij\epsilon} - \lambda_{oj\epsilon} \sin \alpha'_{oj\epsilon}) = 0 \quad (13)$$

式中 F_{cje} ($\epsilon = 1, 2$) 分别表示内、外层轴承的第 j 个滚珠公转时所产生的离心力; M_{gje} ($\epsilon = 1, 2$) 分别表示为内、外层轴承的第 j 个滚珠旋转时所产生的陀螺力矩; $\lambda_{ij\epsilon}, \lambda_{oj\epsilon}$ 为引入的修正系数, 系数的值取决于各层轴承在工作时所分担的转速高低, 而各层所分担的转速可以由双层滚珠轴承的转速分配关系求得。转速较低时, 近似认为 $\lambda_{ij\epsilon} = \lambda_{oj\epsilon} = 1$; 而当转速较高时, 取 $\lambda_{ij\epsilon} = 0, \lambda_{oj\epsilon} = 2$ 。

当整个轴承受力平衡时, 内、中圈受力和力矩平衡关系可表示为

$$\sum_{j=1}^{z_{\epsilon}} \left(Q_{ij\epsilon} \cos \alpha'_{ij\epsilon} - \frac{\lambda_{ij\epsilon} M_{gje}}{D_{be}} \sin \alpha'_{ij\epsilon} \right) \cos \phi_{j\epsilon} = F_r \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^{z_{\epsilon}} \left(Q_{ij\epsilon} \sin \alpha'_{ij\epsilon} - \frac{\lambda_{ij\epsilon} M_{gje}}{D_{be}} \cos \alpha'_{ij\epsilon} \right) = F_a \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^{z_{\epsilon}} \left(Q_{ij\epsilon} R_{i\epsilon} \sin \alpha'_{ij\epsilon} - \frac{\lambda_{ij\epsilon} M_{gje} R_{i\epsilon}}{D_{be}} \cos \alpha'_{ij\epsilon} + \frac{\lambda_{ij\epsilon} M_{gje} r_{i\epsilon}}{D_{be}} \right) \cos \phi_{j\epsilon} = M \quad (16)$$

式中 z_{ϵ} ($\epsilon = 1, 2$) 分别表示内、外层滚珠的数目。当 $\epsilon = 1$ 时, 上述方程为内圈的力和力矩平衡方程; 当 $\epsilon = 2$ 时, 上述方程为中圈的力和力矩平衡方程。

2.3 中圈转速分析

滚动轴承的总摩擦力矩可表示为^[14]

$$M = M_0 + M_1 \quad (17)$$

式中 M_0 为与轴承类型、转速和润滑油性质有关的摩擦力矩; M_1 为与轴承载荷有关的摩擦力矩。

当 $vn \geq 2000$ 时

$$M_0 = 10^{-7} f_0 (vn)^{2/3} d_m^3 \quad (18)$$

式中 f_0 为与轴承类型和润滑有关的系数; v 为在轴承工作温度下润滑剂的运动黏度; d_m 为轴承的节径。

$$M_1 = 0.0009 \left(\frac{P_0}{C_0} \right)^{0.55} P_1 d_m \quad (19)$$

式中 P_0 为轴承当量静载荷; P_1 为确定轴承摩擦力矩的计算负荷; C_0 为轴承的额定静负荷。

由于内外两层轴承承受相同的径向和轴向载荷, 因此它们具有相同的 P_0 和 P_1 。经过大量的查表计算, 虽然内、外两层轴承具有不同的 C_0 和 d_m , 但内、外两层的 M_1 几乎相等, 且 M_1 为定值, 不随转速的变化而变化, 则在确定中圈转速过程中, M_0 的影响尤为明显。同时由于两层轴承工作在相同环境下, 可以近似认为它们具有相同的 f_0 和 v 。从而为了确定中圈的转速, 近似认为内外两层轴承的 M_0 平衡^[3]

$$10^{-7} f_0 [\nu(\omega - \omega_c)]^{2/3} d_{m1}^3 = 10^{-7} f_0 (\nu\omega_c)^{2/3} d_{m2}^3 \quad (20)$$

式中 ω 为内圈的角速度; ω_c 为中圈的角速度。

从而可以得到内圈与中圈的转速比

$$\frac{\omega_c}{\omega} = \frac{k}{1+k} \quad (21)$$

式中 $k = \left(\frac{d_{m1}}{d_{m2}} \right)^{9/2}$ 。

将非线性方程(4)~(5), (9)~(10), (12)~(16)组成非线性方程组, 在 MATLAB 中编程并利用 Newton-Raphson 迭代法思想对此非线性方程组求解。从而可以得到双层滚珠轴承在一定转速 ω 与外载荷作用下的内圈和中圈的径向位移、轴向位移和转角, 内外层各个滚珠弹性变形及滚珠接触角等参数。

3 结果计算与讨论

根据上述的理论推导, 开发了相应的计算程序^[10-11], 并给定了一个双层滚珠轴承的参数(如表 1 所示), 在计算得出各个滚珠变形及内中圈位移的基础上, 分别讨论了径向和轴向载荷对内外层滚珠接触角的影响, 以及轴承的径向和轴向变形受其工作转速、滚珠材料、滚珠初始接触角及轴向预紧力等的影响。

表 1 双层滚珠轴承参数

Table 1 Double-decker ball bearing parameters

参数	内层轴承	外层轴承
滚珠个数 Z	14	27
滚珠直径 D_b/mm	5.48	3.54
节径 d_m/mm	65	90
初始接触角 $\alpha/(\circ)$	40	40
内环沟曲率半径 r_i/mm	2.87	1.85
外环沟曲率半径 r_o/mm	2.87	1.85

由上述参数结合方程(21)可以得到中圈的转

速为 0.1878ω 。

3.1 载荷对滚珠接触角的影响

滚珠接触角的大小作为滚珠轴承设计的重要参数之一直接影响到轴承的工作性能。文中主要分析讨论了轴向载荷、径向载荷及工作转速对双层滚珠轴承内外层各个滚珠接触角的影响。

当 $F_a = 40\,000\text{ N}$, $\omega = 0\text{ rad/s}$ 时, 径向载荷对滚珠接触角的影响情况, 如图6所示。

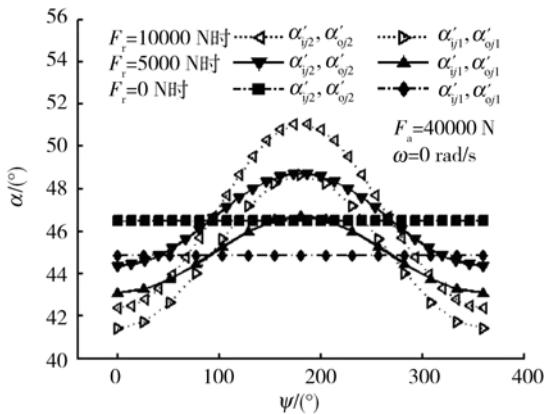


图6 径向载荷对接触角的影响

Fig. 6 Radial load impact on contact angle

1) 在双层滚珠轴承仅受轴向载荷作用且工作转速为零, 内外层滚珠在不同位置上的接触角相等。

2) 当双层滚珠轴承同时承受轴向和径向载荷时, 内外层滚珠的接触角随着其位置角的变化而变化。径向力作用处的滚珠接触角最小, 且小于径向载荷为零时的接触角, 因为此处径向载荷使滚珠被挤压得最紧; 而相反方向位置处由于滚珠被挤压得最松, 其接触角最大。同时由于不存在离心力的作用, 各个滚珠与内外环之间的接触角相等。

3) 内外两层滚珠的接触角变化范围随着径向载荷的增加而增加, 且外层滚珠接触角变化范围较大。由于外层轴承通常选得比较薄来增大内外节径比, 提高中圈分担的工作转速, 则外层滚珠直径较小, 且受到中圈位移的影响, 使得外层滚珠接触角在受载后的变化量和变化范围均较大。

当 $F_r = 5\,000\text{ N}$, $\omega = 0\text{ rad/s}$ 时, 轴向载荷对滚珠接触角的影响情况, 如图7所示, 可以看出, 内外层滚珠接触角随着轴向载荷的增加而增加, 由于轴向载荷能大致均匀地分到各个滚珠上, 使得滚珠接触角的分布情况基本不受轴向载荷的影响, 且受滚珠尺寸和中圈刚性位移的影响, 在相同

载荷条件下, 外层滚珠接触角的变化量及变化范围均较大。

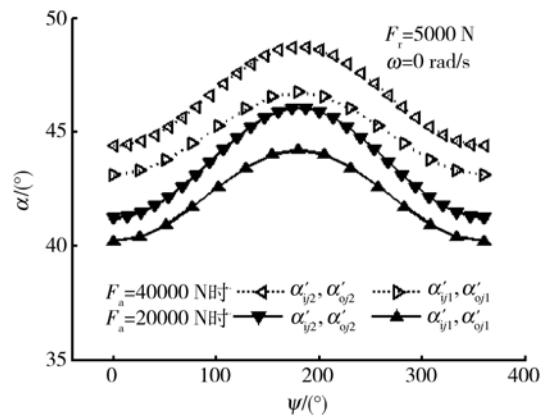


图7 轴向载荷对接触角的影响

Fig. 7 Axial load impact on contact angle

3.2 轴承工作转速对接触角的影响

当 $F_a = 20\,000\text{ N}$, $F_r = 5\,000\text{ N}$ 时, 不同转速对滚珠接触角的影响情况, 如图8所示。

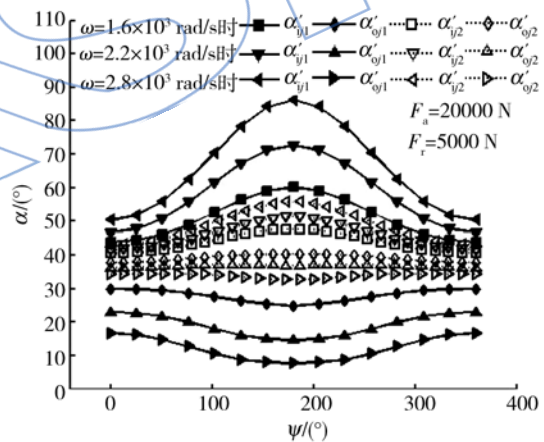


图8 轴承工作转速对接触角的影响

Fig. 8 Rotate speed impact on contact angle

1) 当转速不再为零时, 即存在滚珠离心力的影响, 内外层各个滚珠与其相接触两滚道之间接触角不再相等, 随着工作转速的增加, 离心力使得滚珠与相应外滚道之间的接触力增加, 而与相应内滚道之间的接触力减小, 从而使得滚珠与其相应外滚道之间的接触角减小, 而与相应内滚道之间的接触角增大。

2) 由于两层滚珠之间的转速分配关系, 离心力对外层滚珠的影响小于对内层滚珠的影响, 因此随着工作转速的变化, 外层滚珠接触角变化量及变化范围均较小。

3.3 不同参数对轴承变形的影响

由图5可以看到,滚珠同时受到离心力和陀螺力矩的作用,其大小极大影响轴承所承受的载荷.与普通的金属球轴承相比,采用了陶瓷(氧化硅)作为滚珠材料的混合陶瓷球轴承在高速旋转时,密度较小的陶瓷球将产生较小的离心力和陀螺力矩,从而改善了轴承的受力情况,提高轴承的疲劳寿命,因此有必要对不同滚珠材料的轴承变形进行对比研究.

此外,本文还讨论了内外层滚珠的原始接触角和轴向预紧力对双层滚珠轴承的轴向和径向变形的影响,如图9和图10所示.

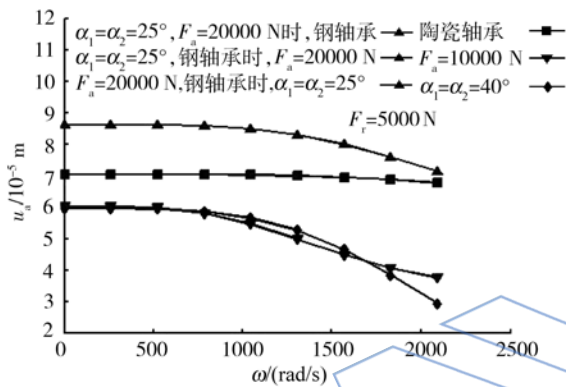


图9 不同参数对轴向变形影响

Fig. 9 Parameters of bearing impact on axial deformation

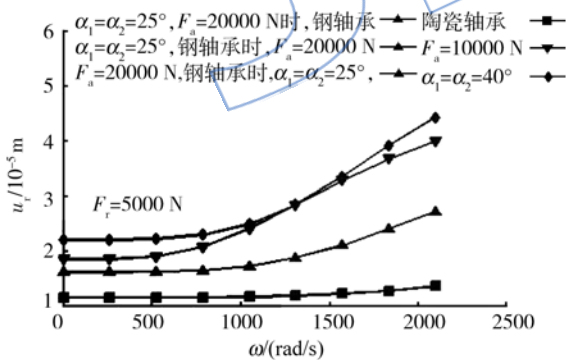


图10 不同参数对径向变形的影响

Fig. 10 Parameters of bearing impact on radial deformation

由图9和图10可以看出:

- 1) 选用密度较小的陶瓷作为滚珠材料的双层滚珠轴承在一定载荷、转速条件下的轴向变形和径向变形均较小.
- 2) 增加轴向预紧力使得双层滚珠轴承的轴

向变形增加,而径向变形减小.

3) 内外层滚珠的原始接触角的增加使得滚珠与套圈之间的接触力有更大一部分去平衡轴承所承受的轴向载荷,从而双层滚珠轴承的轴向变形减小,而径向变形增加.

4) 由于离心力的影响,工作转速的增加使得双层滚珠轴承的轴向变形减小,而径向变形增加.

4 理论计算与实验的对比

为验证本文的计算方法和程序的正确性,设计了双层滚珠轴承的测试实验台,如图11所示.由变频电机通过柔性连接将扭矩传递给实验的转子系统.实验测量最左端转子振动位移,并以转子振动位移近似等于双层滚珠轴承的变形.由于左端双层滚珠轴承与右端滚珠轴承相比,受电机输出端的影响更小,可测得更加准确和可靠的数据.测试系统由电涡流位移传感器、传感器驱动板和示波器组成.传感器的灵敏度为 $20 \text{ mV}/\mu\text{m}$,通过分析示波器实时采集保存的数据得到双层滚珠轴承的变形,如图12所示.

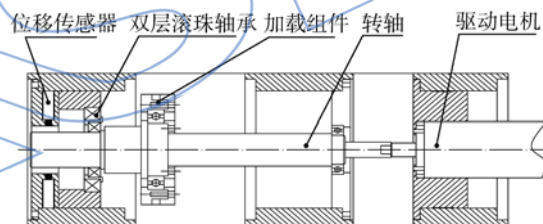


图11 实验台结构图

Fig. 11 Experiment rig structure

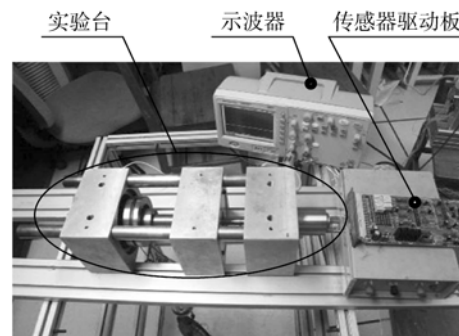


图12 实验装置

Fig. 12 Experimental facility

实验中选用 71805C 和 71808C 两角接触球轴承组成双层滚珠轴承.由于转轴旋转时产生较大的振动和噪声干扰,无法给出准确数据,本文只测量轴承在不同径向载荷下所对应的静变形量并与理论计算结果进行对比,如图13所示.从对比

结果可以看出理论计算值与实验结果基本吻合。

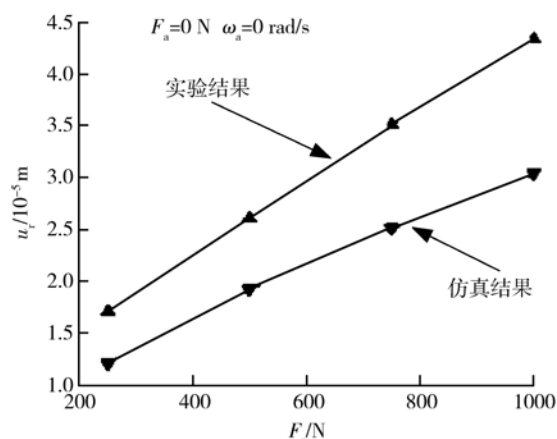


图 13 不同径向载荷下的径向变形

Fig. 13 Radial deformation at different radial loads

5 结 论

本文在拟动力学的理论基础上,对双层滚珠轴承的力学特性进行了分析,并将计算结果与实验结果进行了对比验证。主要研究了双层滚珠轴承的滚珠接触角、轴向和径向变形的变化规律,为在转子-轴承系统中的应用奠定了一定的理论基础。主要结论如下:

1) 双层滚珠轴承的内外层滚珠接触角的分布情况基本不受轴向载荷的影响而受径向载荷的影响较大;且由于受到滚珠直径和中圈位移的影响,外层滚珠接触角的变化量和变化范围均较大,因此在设计时应首先考虑外层滚珠接触角的变化量;离心力的存在使得内外层滚珠与相应内外环之间的接触角不再相等,且随着转速的增加,相应内环接触角增加而外环接触角减小。

2) 选用陶瓷作为滚珠材料、减小轴向预紧力和增大内外层滚珠的原始接触角有利于减小双层滚珠轴承的轴向变形,提高其轴向刚度。

3) 选用陶瓷作为滚珠材料、增加轴向预紧力和减小内外层滚珠的原始接触角有利于减小双层滚珠轴承的径向变形,提高其径向刚度。

参考文献:

- [1] 林基恕. 航空发动机主轴滚动轴承的技术进展[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2003, 16(4): 52-56.
LIN Jishu. Technical advance in rolling bearing of aero-engine shaft [J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2003, 16(4): 52-56. (in Chinese)
- [2] Prashad H. A new generation double high precision rolling-element concept, development and investigations [J]. Trib. Trans., 2001, 44(2): 204-208.
- [3] Prashad H. A new generation rolling-element bearing—an investigation [J]. BHEL, 2002, 23(2): 43-56.
- [4] Liao N T, Lin J F. A new method for the analysis of deformation and load in a ball bearing with variable contact angle [J]. Journal of Mechanical Design, Transactions of ASME, 2001, 123(2): 304-312.
- [5] Panda K C. Optimum support characteristics for rotor-shaft system with preloaded rolling element bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 260(4): 731-755.
- [6] Hernot X, Sartor M, Guillot J. Calculation of the stiffness matrix of angular contact ball bearings by using the analytical approach [J]. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 2000, 122(1): 83-90.
- [7] Hoeprich M R. Rolling element bearing contact geometry analysis [J]. Tribology Transactions, 1995, 38(4): 879-882.
- [8] Harris T A. Rolling bearing analysis [M]. 4th ed. New York: John Wiley and Sons, Inc., 2001.
- [9] Walters C T. The dynamics of ball bearings [J]. Trans. ASME, Journal of Lubrication Technology, 1971, 93(1): 1-10.
- [10] Meck C R, Tran L. Ball bearing dynamic analysis using computer methods Part 1: analysis [J]. Journal of Tribology, 1996, 118(1): 52-58.
- [11] Hosang G W. Experimental and computed performance characteristics of high-speed silicon nitride hybrid ball bearings [J]. Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1991, 113(10): 635-642.
- [12] 张成铁, 陈国定, 李建华. 高速滚动轴承的动力学分析 [J]. 机械科学与技术, 1997, 16(1): 136-139.
ZHANG Chengtie, CHEN Guoding, LI Jianhua. Dynamic analysis of high speed roller bearings [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 1997, 16(1): 136-139. (in Chinese)
- [13] 李锦标, 吴林丰. 高速滚子轴承的动力学分析 [J]. 航空学报, 1992, 13(12): B625-B632.
LI Jinbiao, WU Linfeng. Dynamic analysis of high-speed rolling bearings [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1992, 13(12): B625-B632. (in Chinese)
- [14] 唐云冰, 高德平, 罗贵火. 航空发动机高速滚珠轴承力学特性分析和研究 [J]. 航空动力学报, 2006, 21(2): 354-359.
TANG Yunbing, GAO Deping, LUO Guihuo. Research of aero-engine high-speed ball bearing [J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(2): 354-360. (in Chinese)
- [15] 冈本纯三. 球轴承的设计计算 [M]. 黄志强, 译. 北京: 机械工业出版社, 2004.