

文章编号:1000-8055(2012)01-0001-08

基于格子 Boltzmann 方法的方通道湍流的大涡模拟

吴 宏, 王 蛟

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院

航空发动机气动热力国家级重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 基于格子 Boltzmann 方程的大涡模拟方法, 对以摩擦速度、方通道水力直径为特征尺度, 雷诺数为 300 的直方通道内湍流流动进行数值计算. 利用多松弛时间格子 Boltzmann 方法来模拟流场的流动, 切应力改善亚格子应力模型来模化滤波后的非封闭项. 将模化后的亚格子应力与格子 Boltzmann 方法中的松弛时间相关联, 使得松弛时间当地化, 从而能够准确地模拟湍流. 对湍流的平均流向速度、平均二次流速度以表征湍流强度的均方根速度以及不同截面流向瞬时涡做了计算和评估. 计算结果与直接数值模拟、实验数据相吻合, 证明了格子 Boltzmann 方法在计算通道湍流中的精度.

关 键 词: 格子 Boltzmann 方法; 大涡模拟; 方通道湍流; 多松弛时间模型; 切应力改善 Smagorinsky 模型
中图分类号: V231.3 **文献标志码:** A

Large eddy simulation of square duct turbulence based on the lattice Boltzmann method

WU Hong, WANG Jiao

(National Key Laboratory of Science and Technology on Aero-Engine Aero-thermodynamics,
School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,
Beijing 100191, China)

Abstract: Large eddy simulation (LES), based on the lattice Boltzmann equation (LBE), was used to study the square duct turbulent flow at a shear Reynolds number equal to 300 based on the hydraulic diameter and the friction velocity. The flow field was simulated by the multiple relaxation time lattice Boltzmann equation. The non-closure term after filtering was modeled by the shear improved Smagorinsky sub-grid stress model. To combine the lattice Boltzmann and large eddy simulation, the subgrid scales turbulent viscosity was related to the subgrid-scale relaxation time. Then the effective relaxation times were computed locally. The turbulent statistics quantities, including the mean streamwise velocity, mean second velocity, the root-mean-square velocity and the instantaneous streamwise vorticity on different sections, were computed. The comparison result, with the DNS and experimental data, shows that the LES based on the LBE can be used to study the bounded turbulent flow.

Key words: lattice Boltzmann method; large eddy simulation; square duct turbulence; multiple relaxation time; shear improved Smagorinsky model

收稿日期:2011-03-04; 修订日期:2011-07-06

基金项目:国家自然科学基金(50976008)

作者简介:吴宏(1971—),男,福建浦城人,副教授,博士,主要从事航空发动机高温部件冷却研究.

方通道湍流流动的研究一方面有着广泛的工程应用背景:例如在涡轮叶片内冷通道中,核反应堆冷却中;另一方面,在非圆形截面通道中,由于湍流应力的各项异性引起了垂直于主流方向的二次流,因此使得湍流流动情况更加复杂,尽管二次流动是微弱的,一般仅为主流速度的 $2\% \sim 3\%$,但是二次流对于主流速度有着重要的影响.因此,在过去几十年中,对非圆形截面的通道中充分发展湍流进行了广泛的实验和数值研究.

对于矩形通道中湍流的数值研究,由于湍流模型模拟的准确度对经验关系的依赖性,使得湍流模型在矩形通道内湍流研究中使用得并不多^[1].直接数值模拟(DNS)分辨所有时间尺度和空间尺度不需要任何经验关系的引入,是理解和揭示湍流机理以及二次流动产生原因的重要工具^[2-3].然而,由于DNS计算量巨大,使得其对湍流的研究限制在较低的雷诺数范围之内,在目前的工程应用研究中还存在很多的局限性.大涡模拟对较大尺度的流动进行直接数值模拟,而对于具有各项同性的小尺度流动进行模化,既节省了计算资源,又保证了计算数据的精确性,因此国内外很多学者采用大涡模拟对矩形通道内湍流流动进行研究^[4-6].这些研究成功地预测了管道界面内的二次流以及二次流对平均流动和湍流流动的影响,取得了与实验数据一致的结果.

在最近 20 年中,基于描述微观粒子运动规律的 Boltzmann 方程的介观的数值模拟方法:格子 Boltzmann 方法(LBM)得到了长足的发展^[7].随着理论的发展,LBM 理论进一步成熟,在多组分流动、多相流甚至在湍流中也有一定的应用.基于 LBM 的湍流模拟与常规计算流体力学一样,也有 3 种途径:通过 LBM 进行直接数值模拟^[8]、将 LBM 与湍流模型相结合^[9]以及基于 LBM 的大涡模拟^[10].

本文通过基于 LBM 的大涡模拟对直方通道内的湍流进行数值研究.主要目的在于利用 LBM 计算流体应变率张量的当地性,以及良好的并行性,构建 LBM 计算湍流的平台,为将 LBM 应用于工程计算打下基础.由于 Smagorinsky 模型对湍流进行模拟时,不能正确地反映近壁面区域的湍流特征,需要使用壁面函数^[11],通用性较差.为此,在本文中使用切应力改善 Smagorinsky 模型(SISM)^[12].该模型在 Smagorinsky 模型中去除平均剪切应力影响,改进了对近壁面湍流各项异性特征的描述,同时又能够在核心区体现 Smago-

rinsky 模型的特点.由于 SISM 不用进行二次滤波计算,其计算量较动态亚格子应力模型^[13-14]少.

1 数值方法介绍

格子 Boltzmann 方法可以认为是格子气自动机(LGA)的直接发展,即将 LGA 中的布尔变量用实数分布函数代替,也可以认为是将 Boltzmann 方程进行碰撞项简化之后,在时间、空间以及速度上离散后得到^[15].对于 LBM 而言,一般利用 Bhatnagar-Gross-Krook(BGK)碰撞模型来简化 Boltzmann 方程中的碰撞项.为了改善 BGK 模型在模拟高雷诺数时的数值稳定性,在本文中使用稳定性较高的多松弛时间^[16]模型对 Boltzmann 方程进行简化.其具体的演化方程如下:

$$f_i(x + e_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i(x, t) = - (M^{-1} S)_{ij} [m_j(x, t) - m_j^{\text{eq}}(x, t)] + \delta_t F_i \quad (1)$$

其中 e 为离散速度,本文中采用 3 维 19 速,即 D3Q19 离散速度模型;下标 i, j 为离散速度编号; M 为转化矩阵,通过离散速度矩经过高斯施密特正交化得到,具体的形式参见文献^[17]; S 为对角矩阵,其对角上的元素为松弛参数^[17]; f 为速度分布函数, m 为分布函数的速度矩,其与分布函数之间的关系为

$$m_j = M_{ij} f_j \quad (2)$$

m^{eq} 为平衡分布函数矩; F_i 为力项,为了消除离散格子效应的影响,本文中 F_i 采用 Guo^[18]提出的外力模型.经过 Chapman-Enskog(CE)多尺度渐进展开,演化方程(1)可以还原至标准的 Navier-Stokes(N-S)方程.松弛矩阵 S 对角线上的元素与运动黏度 ν 之间的关系为

$$\nu = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{s_v} - \frac{1}{2} \right) \delta_t \quad (3)$$

基于 LBM 的大涡模拟在处理滤波时有两种方法,分别是:一种对方程(1)进行滤波,则会在碰撞项中产生不封闭项,在介观层次上对此不封闭项进行模化处理可能会使得此方法落入湍流模型的范畴之内;另一种较为简单的处理方式就是仍然对 N-S 方程进行滤波运算,N-S 方程中的非线性项产生不封闭项

$$\tau_{ij} = \overline{u_i(x, t) u_j(x, t)} - \overline{u_i}(x, t) \overline{u_j}(x, t) \quad (4)$$

既然 N-S 方程可以通过方程(1)得到,那么可以考虑在方程(1)中添加适当的项,使得同样经过多尺度渐进展开可以得到方程(4)所模化的亚格子

应力.

在本文中,对亚格子应力模型利用切应力改善 Smagorinsky 模型^[12]进行封闭. SISM 模型的计算如下:

$$\nu_t^{\text{sism}}(\boldsymbol{x}, t) = (C_S \Delta)^2 (|\bar{S}(\boldsymbol{x}, t)| - |\langle \bar{S}(\boldsymbol{x}, t) \rangle|) \quad (5)$$

其中 C_S 为模型系数,在计算中取 $C_S=0.16$; Δ 为滤波长度; $S(\boldsymbol{x}, t)$ 为应变率张量,对 LBM 而言, $S(\boldsymbol{x}, t)$ 可以通过非平衡矩当地求得^[10],不需要进行插值计算,从而使得 LBM 并行性大大提高.

SISM 模型认为在主流区域中,当地剪切应力强度远大于平均剪切应力强度,此时 SISM 模型近似与 Smagorinsky 亚格子应力模型相当;在近壁区域平均剪切应力与当地剪切应力强度相当,此时 ν_t 趋近于 0,这符合近壁面区域层流底层的物理真实. 方程(5)中 $\bar{}$ 表示在周期性方向上,即流向上进行平均. 需要说明的是在计算更为复杂的几何模型时,由于没有周期性方向,则需要是在时间上进行平均. 在对亚格子应力进行模化之后,将亚格子应力的效果并入至有效松弛时间中. 通过 CE 展开即可获得 N-S 方程中滤波的滤波效果. 因此在考虑亚格子涡黏性之后松弛时间为

$$\frac{1}{s_v} = 3(\nu_0 + \nu_t^{\text{sism}}) + \frac{1}{2} \quad (6)$$

2 计算结果及分析

整个计算域如图 1 所示: x 方向为流向, z 方向为展向, y 方向为法向;计算域的尺度选取 $L_x : L_y : L_z = 6 : 1 : 1$. 以水利直径 H 为参考长度,以摩擦速度 u_τ 为参考速度,则雷诺数定义为: $Re_\tau = u_\tau H / \mu$. 在本文中,选取 $Re_\tau = 300$. 在充分发展方通道湍流中,驱动流体流动的压力梯度与壁面摩擦力相平衡,则可以确定流向压力梯度为

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{4\rho u_\tau^2}{H} \quad (7)$$

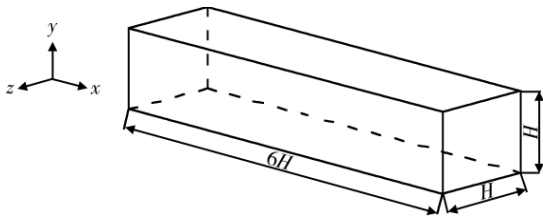


图 1 直方通道计算区域

Fig. 1 Computational domain

整个计算区域离散成 $450 \times 75 \times 75$ 的网格,并沿着 x 方向将整个通道平均分为 12 段,利用自编程

序进行并行计算. 在计算域进出口实施周期性边界条件,在四周壁采用半反弹格式来实现无滑移边界条件. 初始场为方通道内充分发展层流剖面,加上具有无散度的初始扰动^[19]. 以 $T^* = H/u_\tau$ 为无量纲时间,在计算 $10T^*$ 之后流动达到统计平均,然后进行 $8T^*$ 的统计.

2.1 湍流平均速度

图 2 给出了在时间和流向上的计算平均速度云图和平均二次流速度矢量图. 由于进行统计平均的时间有限,流向速度平均值不可能完全对称. 从图中可以看出:在截面四个角上的等速度线向四个角上弯曲,而在流场中心线附近等速线凸向流道中心. 这是由于二次流的存在将主流区高速流动的流体向四角进行输运,而将四角处低速流体向通道中心线处输运.

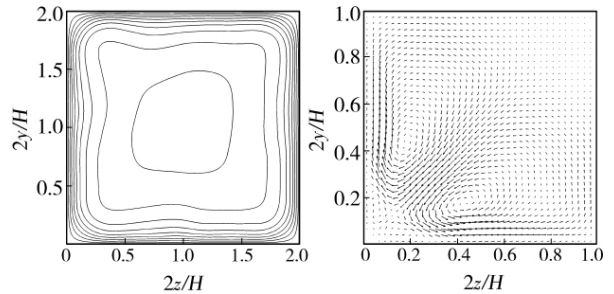


图 2 平均流向速度云图以及平均二次流矢量图

Fig. 2 Computed contours of the mean streamwise component velocity and the computed mean secondary velocity

为了更好地验证本文中所采取的方法对二次流动计算的准确性,表 1 给出了截面二次流涡中心位置的比较. 其中位置坐标均通过通道的半高为无量纲长度进行模化. 从表中可以看出本文对二次流涡的计算与 DNS 和基于 N-S 方程的大涡模拟 (LES) 吻合较好.

表 1 二次涡中心位置

Table 1 Coordinate location of the center of the mean secondary flow vortex

文献	二次涡中心位置
文献[2]	(0.5, 0.2)
文献[3]	(0.4, 0.2)
文献[4]	(0.55, 0.25)
本文	(0.43, 0.19)

图 3 给出了平均流向速度在 $2z/H=1$ 处 (截面中心线) 无量纲速度分布. 在方通道内,壁面上

的摩擦应力随着位置的不同而变化,图 3 中对速度进行无量纲化是采用当地的摩擦速度即:

$u_{\tau}|_{2z/H=1, y=0}$ 进行无量纲的. 图中的分布可以看出计算结果与 DNS 和 LES 解吻合较好,在近壁面处与 DNS 的差别是由 LES 网格较粗造成的,这也是 LES 进行计算的一个特点.

图 4 和图 5 分别展示了平均流向速度 u 和平均展向速度 w 在不同展向位置的分布. 其速度均以通道中心速度 u_c 进行无量纲化. 从图 4 中可知由于法向壁面的存在,平均流向速度和展向速度的强烈与位置相关. 由图 5 可知展向速度,即二次流速度,由于二次涡的存在,在靠近壁面的地方变化剧烈,在靠近展向中心线的地方由于流场的对称性,二次流速度减小. 并且从图 5 可以看出,展向速度的最大值仅为流向速度的 1% 左右. 基于 LBM 的 LES 模拟与直接数值模拟数据和实验数

据吻合得较好,这证明了本文中方法的准确性.

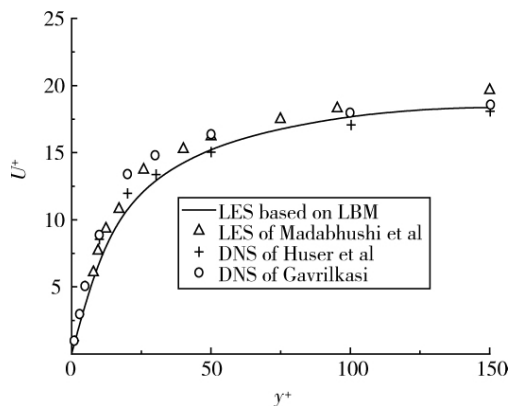


图 3 平均流向速度沿通道中心线分布

Fig. 3 Distribution of the mean streamwise velocity along the wall bisector

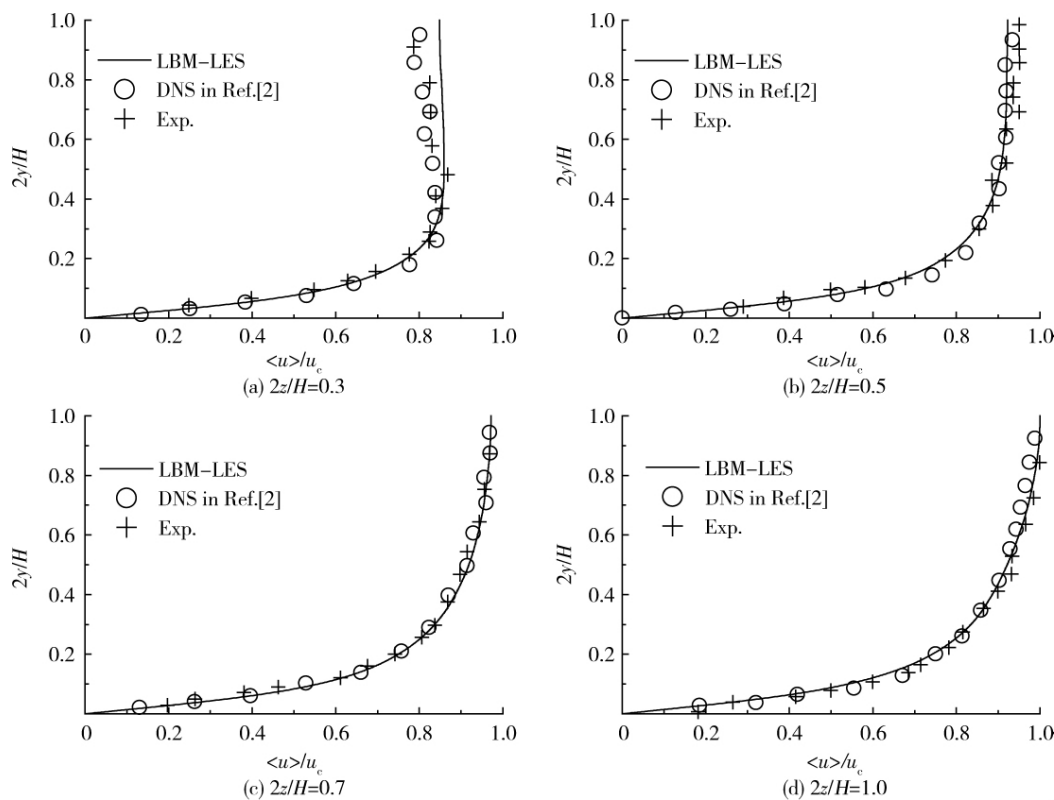


图 4 平均流向速度在不同 z 值处的分布

Fig. 4 Distribution of the mean streamwise velocity at different locations

2.2 湍流均方根速度及雷诺应力

为了进一步考察基于 LBM 的 LES 对湍流模拟的准确性,图 6 给出了展向中心线上的均方根(RMS)脉动速度的分布. 此处均方根速度用当地摩擦速度进行无量纲化. 尽管本文中所应用的网格在近壁面处比文献[3]中所用的网格要粗,但是

在均方根速度中,本文的结果比文献[3]中更接近 DNS 值. 方通道中湍流的均方根速度分布与槽道湍流中均方根速度分布类似即:由于近壁面区域流向速度梯度的存在,使得在近壁面区域中湍流脉动出现峰值. 在近壁面区域中 3 个方向的均方根脉动速度出现极大的差异,而在接近通道中心

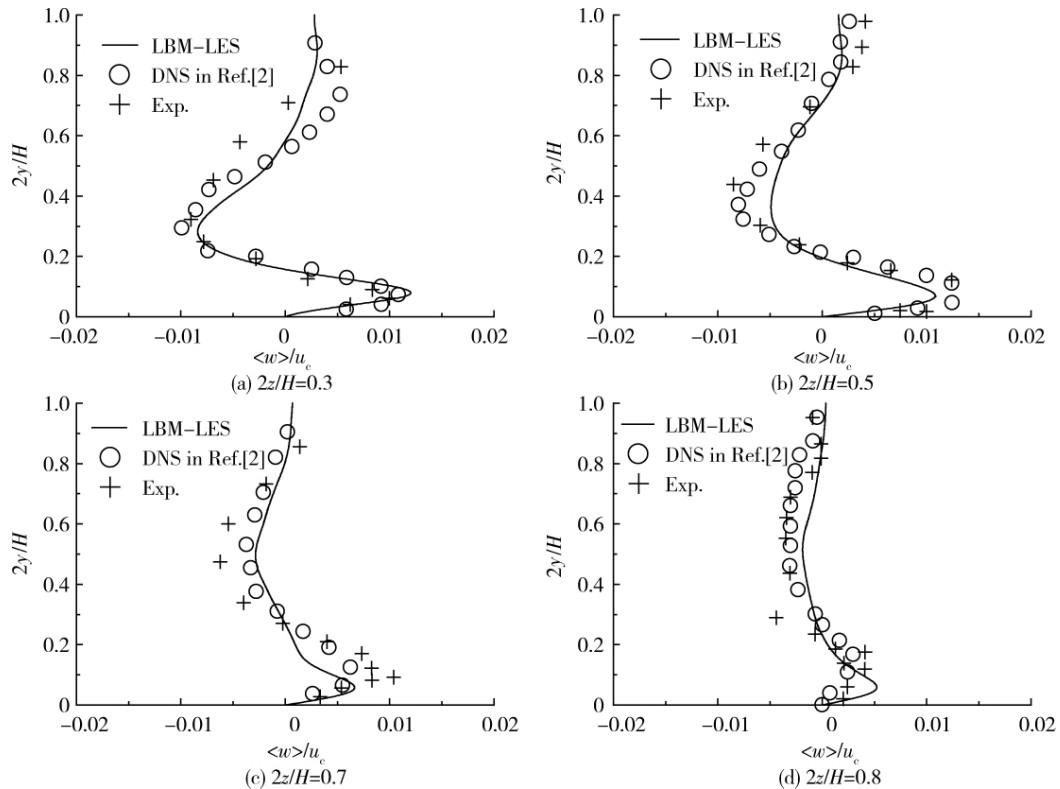
图 5 平均二次流速度在不同 z 值处的分布

Fig. 5 Distribution of the mean secondary velocity at different locations

的地方则趋近于相同的值.这也说明了湍流在近壁面区域中呈现出强烈的各项异性,而在远离壁面的地方则趋于各项同性.

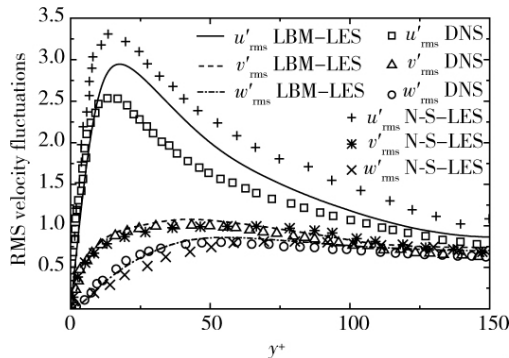


图 6 均方根脉动速度沿通道中心线的分布

Fig. 6 Distribution of the root-mean-square velocity fluctuations along the wall bisector

与平均速度分析相同,图 7 和图 8 分别给出了使用通道中心速度无量纲化后的流向均方根速度和展向均方根速度(二次流均方根速度脉动)在不同展向位置上的分布.由图中可以看出,在通道展向中心线上,流向均方根速度的极大值大约是主流速度的 15%,而展向(也就是二次流方向)上的均方根速度极大值大约是主流均方根速度的

1/3.在不同位置上的均方根速度分布与 DNS 和实验再次较好地吻合.另外,通过图中可以看出在近法向壁面区域(即 $2z/H=0.3$)各项分布的相对误差较其他位置的相对误差较大,这是由于在计算中采用了较粗的计算网格的缘故.

图 9 给出了通道中展向中心线上的雷诺应力分布.由图中可知,方通道中心线上的雷诺应力的变化趋势与槽道湍流中雷诺应力的变化趋势相类似.其中极大值都出现在 1/5 半通道高处.本文的雷诺应力计算结果与 DNS 结果吻合得较好.同样是由于近壁面区域网格分辨率比较粗的缘故,使得雷诺应力在近壁面区域的误差相对较大.

2.3 瞬态流向涡量

图 10 给出了在不同截面上的瞬时流向涡量分布.从图中可以看出方通道内湍流流动的非均匀特性.在 $x-y$ 和 $x-z$ 截面中靠近壁面附近的地方正负流向涡交替出现,形成明显的条带分布,并且这些流向涡条带沿着流向向通道中心部抬升,在接近通道中心的区域中破碎.从这些涡结构中可以看出湍流流向涡在壁面附近产生抽吸和喷射,即将高速的流体输运到近壁面和将低流体输运到通道中心,从而使得湍流的流阻明显高于层流流阻.

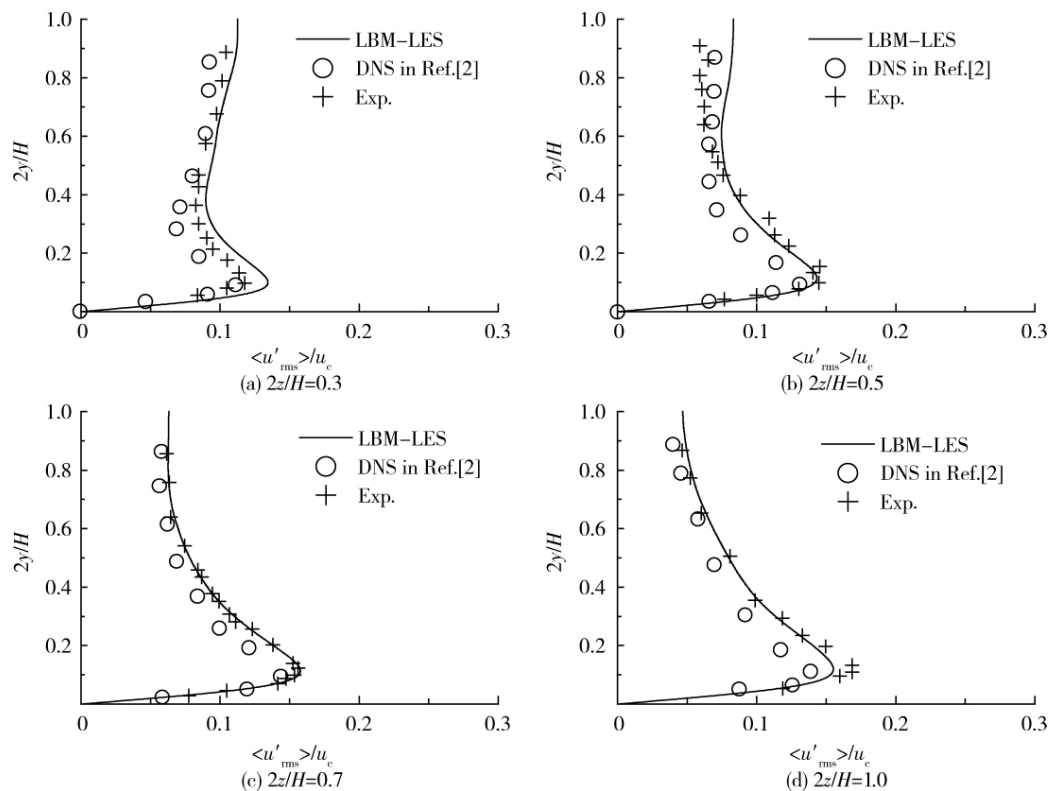


图 7 流向均方根脉动速度在不同位置的分布

Fig. 7 Distribution of the root-mean-square streamwise velocity fluctuations at different locations

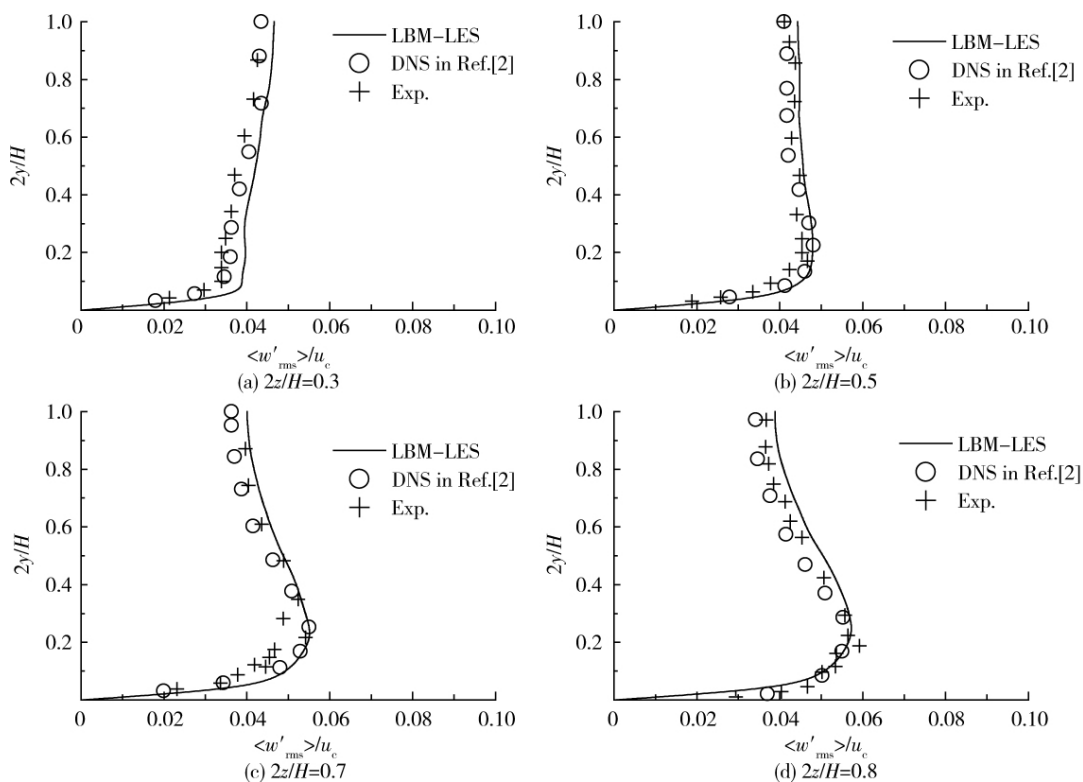


图 8 二次流均方根脉动速度在不同位置的分布

Fig. 8 Distribution of the root-mean-square secondary velocity fluctuations at different locations

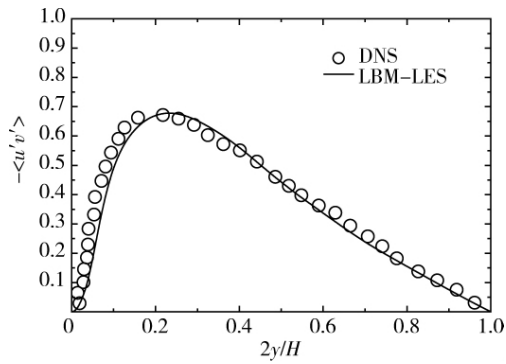


图9 雷诺应力在通道中心线上的分布

Fig. 9 Distribution of the Reynolds stress along the bisecton

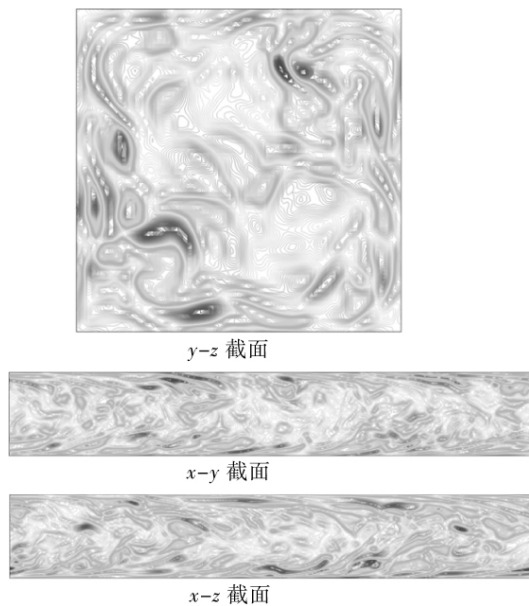


图10 在通道各中心截面上的瞬时流向涡

Fig. 10 Instantaneous streamwise vorticity in the three center sections

3 结 论

本文基于 LBM, 采用切应力改善模型对方通道湍流进行数值模拟. 对湍流中的平均速度以及湍流强度、湍流雷诺应力以及瞬时流向涡量场进行了细致的计算分析. 其结果与直接数值模拟、实验数据很好地吻合, 证明了此方法在湍流模拟上的准确性. 采用切应力改善模型, 由于不需要进行二次滤波计算, 其比动态亚格子应力模型计算量大大减小, 然而计算精度却没有下降, 也证明了切应力改善模型在湍流模拟中的可靠性. 本文方法的成功为今后使用 LBM 对航空发动机叶片内冷通道中复杂的湍流进行研究打下了坚实的基础.

另外, 需要讨论的是在格子 Boltzmann 方程

上直接使用滤波, 对滤波后产生的不封闭项进行更深层次物理意义上的分析, 有可能对格子 Boltzmann 方法在湍流研究中应用产生更为积极的作用, 这也是以后工作的重点.

参考文献:

- [1] Demuren A O, Rodi W. Calculation of turbulence-driven secondary motion in non-circular ducts[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1984, 140: 189-222.
- [2] Gavrilakis S. Numerical simulation of low Reynolds number turbulent flow through a straight square duct[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1992, 244: 101-129.
- [3] Huser A, Biringen S. Direct numerical simulation of turbulent flow in a square duct[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1993, 257: 65-95.
- [4] Madabhushi R K, Vanka S P. Large eddy simulation of turbulence-driven secondary flow in a square duct[J]. Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, 1991, 3(11): 2734-2745.
- [5] Kajishima T, Miyake Y. A discussion on eddy viscosity models on the basis of the large eddy simulation of turbulent flow in a square duct[J]. Computers & Fluids, 1992, 21(2): 151-161.
- [6] Su M D, Friedrich R. Investigation of fully developed turbulent flow in a straight duct with large eddy simulation[J]. Journal of Fluids Engineering, 1994, 116(4): 677-684.
- [7] Aidun C K, Clausen J R. Lattice-Boltzmann method for complex flows[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2010, 42: 439-472.
- [8] Lammers P, Beronov K N, Volkert R, et al. Lattice BGK direct numerical simulation of fully developed turbulence in incompressible plane channel flow[J]. Computers & Fluids, 2006, 35(10): 1137-1153.
- [9] Teixeira C M. Incorporating turbulence models into the lattice-Boltzmann method[J]. International journal of Modern Physics C, 1998, 9(8): 1159-1175.
- [10] Premnath K N, Pattison M J, Banerjee S. Generalized lattice Boltzmann equation with forcing term for computation of wall-bounded turbulent flows[J]. Physical Review E, 2009, 79(2): 026703(19 pages).
- [11] Pattison M J, Premnath K N, Banerjee S. Computation of turbulent flow and secondary motions in a square duct using a forced generalized lattice Boltzmann equation[J]. Physical Review E, 2009, 79(2): 026704(13 pages).
- [12] L  v  que E, Toschi F, Shao L, et al. Shear-improved Smagorinsky model for large-eddy simulation of wall-bounded turbulent flows[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2007, 570: 491-502.
- [13] Germano M, Piomelli U, Moin P, et al. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model[J]. Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, 1991, 3(7): 1760-1765.
- [14] Lilly D K. A proposed modification of the Germano sub-grid-scale closure method[J]. Physics of Fluids A: Fluid

- Dynamics, 1992, 4(3): 633-635.
- [15] HE Xiaoyi, LUO Lishi. Theory of the lattice Boltzmann method; from the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation[J]. Physical Review E, 1997, 56(6): 6811-6817.
- [16] Lallemand P, Luo Lishi. Theory of the lattice Boltzmann method; dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance, and stability[J]. Physical Review E, 2000, 61(6): 6546-6562.
- [17] Premnath K N, Abraham J. Three-dimensional multi-relaxation time (MRT) lattice-Boltzmann models for multiphase flow[J]. Journal of Computational Physics, 2007, 224(2): 539-559.
- [18] Guo Z, Zheng C, Shi B. Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method [J]. Physical Review E, 2002, 65(4): 046308(6 pages).
- [19] Lam K, Banerjee S. On the condition of streak formation in a bounded turbulent flow [J]. Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, 1992, 4(2): 306-320.