

文章编号:1000-8055(2012)04-0777-05

欠观测条件下的扩展增量 Kalman 滤波方法

傅惠民, 娄泰山, 吴云章

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘 要: 建立欠观测条件下的非线性增量量测方程, 并给出其线性化方法, 在此基础上提出一种欠观测条件下的扩展增量 Kalman 滤波(EIKF)模型及其递推算法. 工程实际中, 由于环境因素的影响、测量设备的不稳定性等原因往往带来未知的系统误差, 传统的扩展 Kalman 滤波(EKF)无法对这种未知的系统误差进行补偿和校正, 结果产生较大的滤波误差, 甚至导致发散. 提出的扩展增量 Kalman 滤波方法能够成功地消除测量的系统误差, 从而有效地提高非线性滤波的精度. 该方法计算简单, 便于工程应用.

关 键 词: 增量量测方程; 扩展增量 Kalman 滤波; 欠观测条件; 系统误差; 滤波精度; 深空探测
中图分类号: V448; O231 **文献标识码:** A

Extended incremental Kalman filter method under poor observation condition

FU Hui-min, LOU Tai-shan, WU Yun-zhang

(Research Center of Small Sample Technology,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A nonlinear incremental measurement equation under poor observation condition was established, and its linearization method was given. Based on this equation, an extended incremental Kalman filter(EIKF)model under poor observation condition and its recursive calculative steps were proposed. Due to environmental factors and the instability of measurement equipments, the measurement data had unknown system errors in engineering. Classical extended Kalman filter(EKF)method cannot compensate and correct the unknown system errors, which produced considerable filter errors and even led to diverge. The presented EIKF method can successfully eliminate these unknown system errors and effectively improve the accuracy of nonlinear filtering. The method is simple to calculate and easy to apply in engineering.

Key words: incremental measurement equation;
extended incremental Kalman filter (EIKF); poor observation condition;
system error; filtering accuracy; deep space exploration

飞机和舰船的惯性导航系统、火箭的制导和控制系统、卫星轨道/姿态的估计系统、组合导航系统和探测器的导航系统等通常为非线性随机动态系统, 工程实际中常常需要对此类系统进行有

效的状态估计, 这就是非线性滤波问题. 扩展 Kalman 滤波方法(EKF)是目前应用最广泛的非线性滤波方法^[1-11]. 它的算法结构与线性 Kalman 滤波方法基本相同, 由状态估值和协方差的时间

收稿日期:2012-01-12; 修订日期:2012-03-01

基金项目:国家重点基础研究发展计划(2012CB720000)

作者简介:傅惠民(1956—), 男, 浙江遂昌人, “长江学者”特聘教授, 博士, 从事小样本信息技术、软校准技术、数据融合方法、可靠性及滤波理论研究.

更新和量测更新构成. 美国航空航天局、欧洲空间局和日本空间机构发展的自主导航系统均利用了扩展 Kalman 滤波进行状态估计.

扩展 Kalman 滤波方法对量测方程有较高的精度要求, 否则在递推过程中会产生较大误差, 甚至导致发散. 在工程实际中, 由于环境因素的影响、测量设备的不稳定性、模型和参数的选取不当等原因往往带来未知的系统误差. 但是在欠观测条件下, 扩展 Kalman 滤波无法对这种未知的系统误差进行补偿和校正. 文献[12]提出一种线性增量 Kalman 滤波方法, 成功地消除了这种未知的系统误差, 有效地提高了滤波精度. 在此基础上, 本文进一步提出欠观测条件下的扩展增量 Kalman 滤波方法(EIKF), 该方法能够对非线性滤波中未知的系统误差进行校正, 从而有效地提高非线性滤波的精度.

1 非线性增量量测方程

工程实践中所遇到状态方程和量测方程往往是非线性的, 一般的非线性离散增量系统可由以下形式描述

$$X_k = f_{k-1}(X_{k-1}, W_{k-1}) \quad (1)$$

$$\Delta Z_k = h_k(X_k, X_{k-1}, V_k) \quad (2)$$

当系统噪声和量测噪声为加性噪声时^[13], 式(1)和式(2)可以简化为

$$X_k = f_{k-1}(X_{k-1}) + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \quad (3)$$

$$\Delta Z_k = h_k(X_k, X_{k-1}) + V_k \quad (4)$$

工程中许多情况, 式(4)还可以写成如下的形式

$$\Delta Z_k = h_k(X_k) - h_{k-1}(X_{k-1}) + V_k \quad (5)$$

式中 X_k 为状态向量; $f_k(\cdot)$ 为非线性向量离散函数; Γ_{k-1} 为系统噪声驱动矩阵; W_k 为系统噪声向量; $\Delta Z_k = Z_k - Z_{k-1}$ 为量测向量增量; Z_k 为量测向量; $h_k(\cdot)$ 为非线性向量离散函数; V_k 为量测噪声向量. 系统噪声向量 W_k 和量测噪声向量 V_k 的方差阵分别为 Q_k 和 R_k , 并且 W_k 和 V_k 满足

$$\begin{cases} E[W_k] = 0 \\ \text{Cov}[W_k, W_j] = E[W_k W_j^T] = Q_k \delta_{kj} \\ E[V_k] = 0 \\ \text{Cov}[V_k, V_j] = E[V_k V_j^T] = R_k \delta_{kj} \\ \text{Cov}[W_k, V_j] = E[W_k V_j^T] = 0 \end{cases} \quad (6)$$

在工程实际中, 通常量测向量 Z_k 存在系统误差, 而增量 $\Delta Z_k = Z_k - Z_{k-1}$ 的系统误差为相对小量, 可以忽略不计, 所以传统的量测方程存在系统误差, 而本文提出的增量量测方程式(2)、式(4)和

式(5)则已消除系统误差.

2 扩展增量 Kalman 滤波方法

首先对式(3)和式(5)进行线性化, 然后给出扩展增量 Kalman 滤波的递推公式.

将非线性离散函数 $f_{k-1}(X_{k-1})$ 围绕滤波值 $\hat{X}_{k-1}$ 展成泰勒级数, 并略去二阶以上项, 得线性状态方程为^[14]

$$X_k = \Phi_{k/(k-1)} X_{k-1} + U_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \quad (7)$$

将非线性离散函数 $h_k(X_k) - h_{k-1}(X_{k-1})$ 围绕滤波值 $\hat{X}_{k/(k-1)}$ 和 $\hat{X}_{k-1}$ 展成泰勒级数, 并略去二阶以上项, 得线性增量量测方程

$$\Delta Z_k = H_k X_k - H_{k-1} X_{k-1} + Y_k + V_k \quad (8)$$

式中

$$\Phi_{k/(k-1)} = \left. \frac{\partial f_{k-1}(X_{k-1})}{\partial X_{k-1}} \right|_{X_{k-1} = \hat{X}_{k-1}} \quad (9)$$

$$U_{k-1} = f_{k-1}(\hat{X}_{k-1}) - \left. \frac{\partial f_{k-1}(X_{k-1})}{\partial X_{k-1}} \right|_{X_{k-1} = \hat{X}_{k-1}} \times \hat{X}_{k-1} \quad (10)$$

$$H_k = \left. \frac{\partial h_k(X_k)}{\partial X_k} \right|_{X_k = \hat{X}_{k/(k-1)}} \quad (11)$$

$$H_{k-1} = \left. \frac{\partial h_{k-1}(X_{k-1})}{\partial X_{k-1}} \right|_{X_{k-1} = \hat{X}_{k-1}} \quad (12)$$

$$Y_k = h_k(\hat{X}_{k/(k-1)}) - h_{k-1}(\hat{X}_{k-1}) - (H_k \hat{X}_{k/(k-1)} - H_{k-1} \hat{X}_{k-1}) \quad (13)$$

由此可知, 式(7)和式(8)为非线性离散系统式(3)和式(5)线性化后的状态方程和增量量测方程, 式中 U_k 和 Y_k 可看作确定性输入矩阵.

设状态向量 X_k 满足式(7), 量测向量增量 ΔZ_k 满足式(8), 系统噪声向量 W_k 和量测噪声向量 V_k 满足式(6), 系统噪声方差阵 Q_k 非负定, 量测噪声方差阵 R_k 正定. 那么采用与文献[12]中类似的推导方法可知, t_k 时刻的状态向量 X_k 的估计 $\hat{X}_k$ 可按下面步骤递推得到.

状态一步预测

$$\hat{X}_{k/(k-1)} = f_{k-1}(\hat{X}_{k-1}) \quad (14)$$

一步预测误差的方差阵

$$P_{k/(k-1)} = \Phi_{k/(k-1)} P_{k-1} \Phi_{k/(k-1)}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (15)$$

状态估计

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k/(k-1)} + K_k (\Delta Z_k - \hat{\Delta Z}_{k/(k-1)}) \quad (16)$$

估计误差的方差阵

$$P_k = P_{k/(k-1)} - K_k \Omega_k K_k^T \quad (17)$$

滤波增益矩阵

$$K_k = (P_{k/(k-1)} H_k^T - \Phi_{k/(k-1)} P_{k-1} H_{k-1}^T) \Omega_k^{-1} \quad (18)$$

式中

$$\Delta \hat{Z}_{k/(k-1)} = h_k(\hat{X}_{k/(k-1)}) - h_{k-1}(\hat{X}_{k-1}) \quad (19)$$

$$\Omega_k = H_k P_{k/(k-1)} H_k^T + R_k - H_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k/(k-1)}^T H_k^T - H_k \Phi_{k/(k-1)} P_{k-1} H_{k-1}^T + H_{k-1} P_{k-1} H_{k-1}^T \quad (20)$$

并设滤波初值和滤波误差方差矩阵的初值分别满足

$$\hat{X}_0 = E[X_0] \quad (21)$$

$$P_0 = E[(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^T] \quad (22)$$

图 1 给出了式(14)~式(20)的计算流程图。

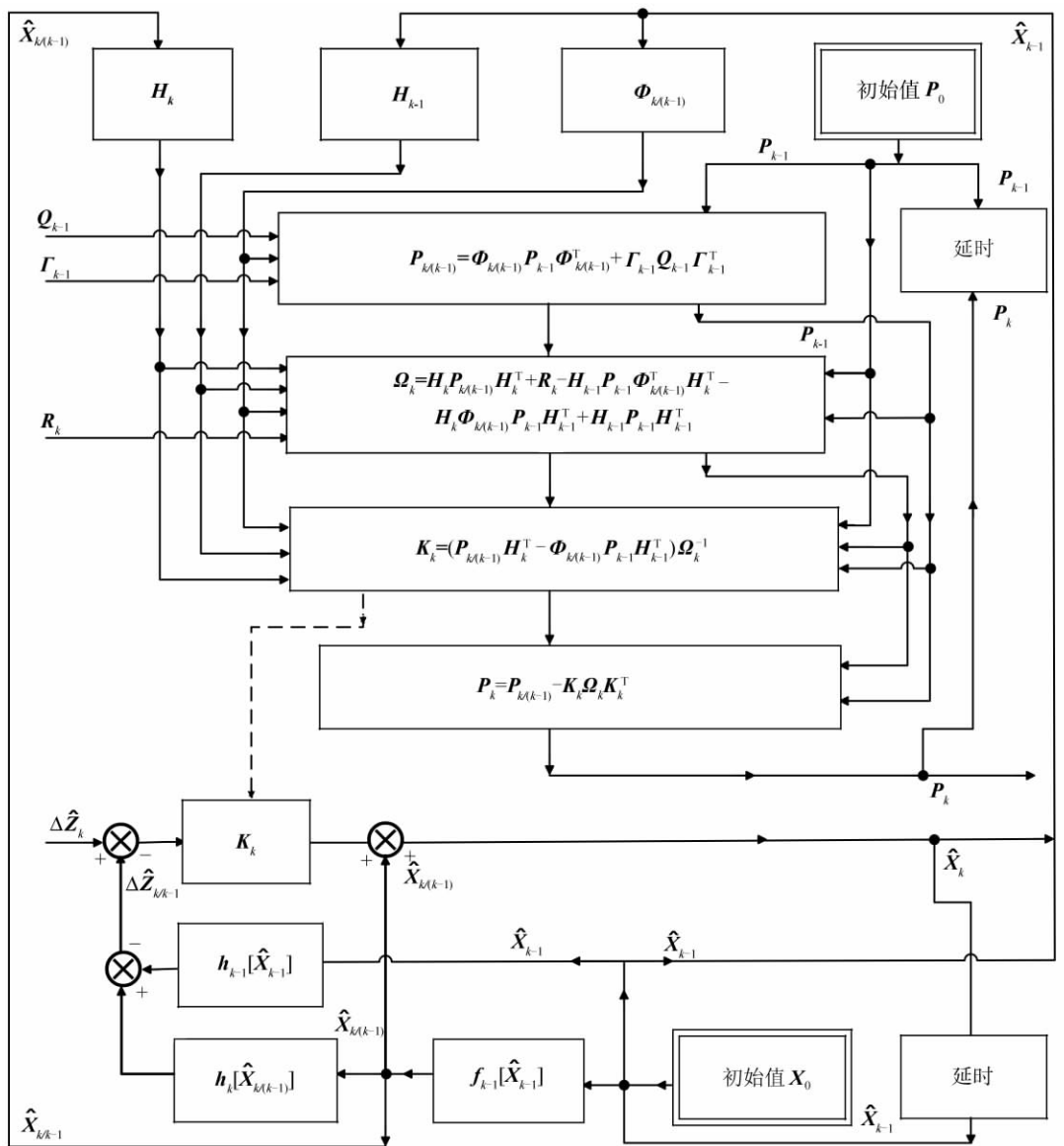


图 1 扩展增量 Kalman 滤波计算流程图

Fig. 1 EIKF algorithm flow chart

3 计算机仿真验证

大量模拟仿真验证表明,当受环境等因素的影响,测量数据含有未知的系统误差时,传统的扩展 Kalman 滤波无法消除这种未知的系统误差,而本文的扩展增量 Kalman 滤波能成功消除测量

系统误差,提高滤波精度。

下面以一具体算例说明本文方法的滤波效果。考虑一维非线性离散系统。

$$x_k = 0.9x_{k-1} + w_{k-1} \quad (23)$$

$$z_k = x_k + 0.001 \ln(x_k + 1) + a_k + v_k \quad (24)$$

式中 w_k 和 v_k 是独立的高斯白噪声序列,且系统

噪声 w_k 的均值 $q=0$ 和方差 $Q=0.1$, 量测噪声 $a_k=3$ 为未知量. 采样周期为 1 s .

由于状态方程为线性方程, 故只需要线性化增量量测方程, 可得线性增量量测方程式(8), 其中 H_k 和 H_{k-1} 分别为

$$H_k = 1 + \frac{0.001}{\hat{x}_{k/(k-1)} + 1} \quad (25)$$

$$H_{k-1} = 1 + \frac{0.001}{\hat{x}_{k-1} + 1} \quad (26)$$

从图 2 中可以看到, 扩展增量 Kalman 滤波(EIKF)得到的状态估计比扩展 Kalman 滤波(EKF)得到的精度高, 能够消除系统误差对滤波的影响. 图 3 给出两种滤波结果与真值的误差比较, 可以进一步

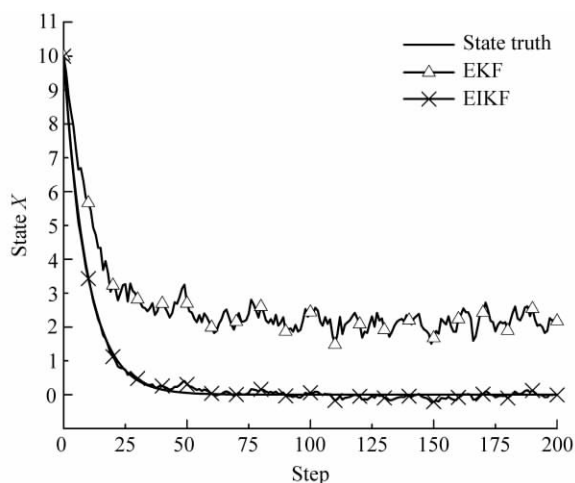


图 2 EKF 和 EIKF 的状态估计结果比较

Fig. 2 State estimations of EKF and EIKF

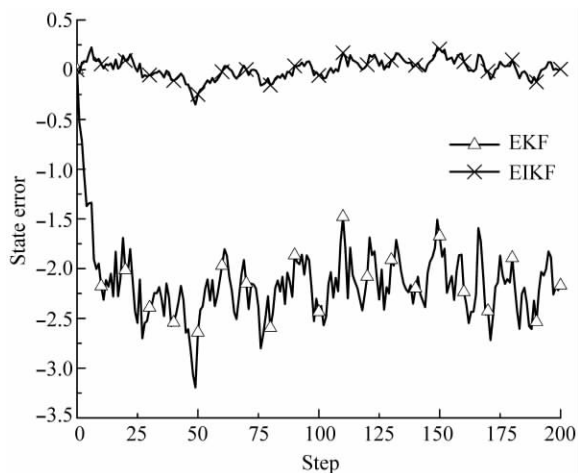


图 3 EKF 和 EIKF 的状态误差比较

Fig. 3 State errors of EKF and EIKF

看到, 扩展增量 Kalman 滤波的误差比扩展 Kalman 滤波的误差要小得多, 能很好跟踪状态 x_k 的变化.

4 结 论

1) 建立欠观测条件下的非线性增量量测方程一般形式, 并给出其线性化方法.

2) 由于环境因素的影响、测量设备的不稳定性等原因, 常常造成测量数据含有误差. 文献[15-18]给出了研究这些误差传播规律的方法.

3) 在欠观测条件下, 测量误差变化规律无法获得, 此时可采用本文方法进行滤波.

4) 当初始值 $\hat{X}_0$ 含有误差时, 用式(22)计算 P_0 应考虑这些误差. 当这些误差未知时, 可采用误差上限进行计算. 这样才能快速地消除 $\hat{X}_0$ 的误差对滤波精度的影响.

5) 本文方法计算简单, 便于工程应用. 在欠观测条件下, 它既不需要增加新的外测系统和设备, 也不需要增加太多的计算工作量, 即可有效地提高非线性滤波的精度.

参考文献:

- [1] Fujimoto O, Okita Y, Ozaki S. Nonlinearity compensation extended Kalman filter and its application to target motion[J]. Oki Technical Review, 1997, 63(159): 1-12.
- [2] Kubota T, Hashimoto T, Kawaguchi J, et al. Navigation guidance and control of asteroid sample return spacecraft: MUSES[C]//Proceedings 4th ESA International Conference on Spacecraft Guidance Navigation and Control Systems. Noordwijk: ESTEC, 2000: 511-516.
- [3] Tuckness D G, Young S Y. Autonomous navigation for Lunar Trans[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1995, 32(2): 279-285.
- [4] Raol J R, Sinha N K. On the orbit determination problem[J]. IE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1985, 21(3): 274-291.
- [5] Truong S H. A robust and self-tuning Kalman filter for autonomous spacecraft navigation[D]. Washington: George Washington University, 2001.
- [6] Cruickshank D R, Born G H. A new class of adaptive extended Kalman filter[C]//Proceedings of the 6th AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Conference. Austin: AAS, 1996: 96-108.
- [7] Burkhart P D, Bishop R H. Adaptive orbit determination for interplanetary spacecraft[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19(3): 693-701.
- [8] 夏克强, 周凤岐, 周军, 等. 无陀螺卫星的非线性姿态估计算法及仿真研究[J]. 西北工业大学学报, 2009, 27(3):

- 406-410.
- XIA Keqiang, ZHOU Fengqi, ZHOU Jun, et al. Nonlinear attitude estimation algorithm for gyroless satellite and its simulation[J]. Journal of Northwestern Poly technical University, 2009, 27(3): 406-410. (in Chinese)
- [9] Raol J R, Sinha N K. On the orbit determination problem[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1985, 21(3): 274-291.
- [10] Tapley B D, Peters J G. Sequential estimation algorithm using a continuous UDUT covariance factorization[J]. Journal of Guidance and Control, 1980, 3(4): 326-331.
- [11] Bar Itzhack I Y, Medan Y. Efficient square root algorithm for measurement update in Kalman filtering[J]. Journal of Guidance and Control, 1983, 6(3): 129-34.
- [12] 傅惠民, 吴云章, 娄泰山. 欠观测条件下的增量 Kalman 滤波方法[J]. 机械强度, 2012, 34(1): 43-47.
- FU Huimin, WU Yunzhang, LOU Taishan. Incremental Kalman filter method under poor observation condition [J]. Journal of Mechanical Strength, 2012, 34(1): 43-47. (in Chinese)
- [13] Wan E, Van der Merwe R. The unscented Kalman filter [M] // Haykin S. Kalman filtering and neural networks. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [14] 付梦印, 邓志红, 闫莉萍. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2010.
- [15] 傅惠民. 回归分析的数据融合方法[J]. 机械强度, 2004, 26(2): 159-163.
- FU Huimin. Data fusion method for regression analysis [J]. Journal of Mechanical Strength, 2004, 26(2): 159-163 (in Chinese).
- [16] 傅惠民, 吴琼. 线性独立增量过程分析方法[J]. 航空动力学报, 2010, 25(4): 930-935.
- FU Huimin, WU Qiong. Analysis method for linear process with independent increments[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(4): 930-935. (in Chinese)
- [17] 傅惠民, 吴琼. 线性过程回归分析[J]. 机械强度, 2010, 32(4): 600-605.
- FU Huimin, WU Qiong. Regression analysis method for linear process[J]. Journal of Mechanical Strength, 2010, 32(4): 600-605 (in Chinese).
- [18] 傅惠民, 吴琼. 双方差回归分析方法[J]. 机械强度, 2011, 33(1): 77-81.
- FU Huimin, WU Qiong. Two-variance regression analysis method [J]. Journal of Mechanical Strength, 2011, 33(1): 77-81. (in Chinese)