

文章编号:1000-8055(2012)02-0312-07

搜索算法对有效独立法优化振动 模态测量位置的影响

刘 渊¹, 臧朝平¹, 刘忠华²

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016;

2. 中国航空工业集团公司 西安航空发动机有限公司, 西安 710021)

摘 要: 讨论了直接法、逐步累积法和逐步消除法三种不同搜索算法对有效独立法选取最优传感器测量位置的影响. 以航空发动机某部件为实例, 对有效独立法通过三种搜索算法选取的最优传感器测量位置的搜索结果, 在模态相关度、测量点各阶能量和 Fisher 信息矩阵三个参数方面进行了分析、比较, 结果表明逐步消除法能最有效地达到有效独立法的增大目标振型空间分辨率的效果.

关 键 词: 搜索算法; 有效独立法; 最优测量位置; 模态相关度; 模态试验

中图分类号: V216.2

文献标志码: A

Influence of search algorithm on optimized measurement positions of effective independent method for modal test

LIU Yuan¹, ZANG Chao-ping¹, LIU Zhong-hua²

(1. College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Xi'an Aero-Engine Limited,

Aviation Industry Corporation of China, Xi'an 710021, China)

Abstract: The influences of three different search algorithms, i.e.: direct search method, step accumulating method and step eliminating method, on the effective independent method were discussed with respect to the optimized measurement positions for modal test. An aero-engine component was taken as an example to demonstrate the application of the approach. The optimized measurement positions selected by these three search algorithms for the effective independent method were analyzed comparatively with respect to modal correlation, kinetic energy of each mode contributed to the measured positions and the Fisher information matrix. The results indicate that the step eliminating method can most effectively achieve the goal of the effective independent method by increasing the spatial resolution of the target mode shapes.

Key words: search algorithm; effective independent method;

optimized measurement positions; modal correlation; modal test

结构振动模态测试是通过试验方法确定结构振动特性的一个重要手段, 其基本途径是利用传感器采集结构的动态响应数据信息, 再通过分析

得到结构的模态参数^[1]. 对结构进行可靠、有效、合理的振动模态试验, 能够提高试验模态分析的效率 and 测量的准确性, 并能降低成本、缩短试验周

收稿日期: 2011-03-03; 修订日期: 2011-04-26

作者简介: 刘渊(1985—), 男, 福建三明人, 硕士生, 主要从事结构振动模态测试方向的研究.

期,为航空发动机结构设计、结构振动特性研究、运行设备的振动分析、故障诊断等提供一个十分有效的工具.在进行模态试验时,希望尽可能采用较少的传感器,采集到最有效的动态响应数据,从而获得准确、全面的结构振动模态数据信息.结构模态测量位置的选择方法已有许多学者进行了研究,最常用的有:模型缩减方法^[2],它是将结构模型分为主要和次要自由度,利用 Guyan 缩减法去掉次要的自由度,选取缩减后的自由度作为测量位置;模态能方法^[3],Kim 和 Choi 研究了选取结构中具有较大模态能的点为测量点,以增大测量点的响应,有利于模态参数识别;有效独立法^[4],Kammer 提出了该方法选取的测量点能使结构的目标振型空间分辨率达到最大.有效独立法原理简单、可靠性强,是优化测量位置的一种非常有效的方法,本文选用有效独立法作为优化结构模态测量位置的方法.

结构模态测量位置的优化提供了一种评价结构有限元模型各点是否适合做测量点的方法,还需要有特定的搜索算法挑选出所需数量的最适合的测量点.如果需要将 m 个传感器配置在 n 个可选位置上,采用穷举法需要计算 C_n^m 次目标函数,当 n 和 m 很大时,需要的计算次数太多,用穷举法往往难以求解.目前常用的搜索算法有:①直接法,它不进行循环计算,直接根据要求选出所需数量的点^[5];②序列法,它可分为逐步累积法及逐步消除法,进行循环迭代选出或消除点,直到所需数量为止^[6-8];③随机类方法,随机类方法每个循环的位置替换是根据概率进行的.随机类方法主要有模拟退火算法、遗传算法和神经网络算法^[9];④其他方法,用于求解优化问题还有些方法如非线性规划优化方法、推断算法等,目前随机类方法的计算效率和可靠性不高,需要继续深入研究,但它们在解决优化问题上具有发展前景^[10].

本文首先介绍了有效独立法优化结构模态测量位置的理论和三种搜索算法选取最适合测量点的方法及比较,其次以航空发动机某部件为例,分析三种搜索算法选取的有效独立法最优测量点的差异.结果显示逐步消除法选取的最优测量点,能够达到有效独立法增大结构振型空间分辨率的效果,具有最好的搜索效果.

1 优化模态测量位置的理论与方法

1.1 基础理论

结构模态是由结构本身的特性与材料特性所

决定的,与外载荷和初始条件无关.在结构模态分析中,实际的结构可以看成是一个多自由度的振动系统,对于一个多自由度的系统,其运动微分方程可表达为

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f \quad (1)$$

式中 M, C, K 分别为系统的质量、阻尼及刚度矩阵; $\ddot{x}, \dot{x}, x$ 分别为加速度、速度和位移响应列向量; f 为外界激励向量.

对式(1)两边进行初始条件为零的拉氏变换,可得

$$(s^2M + sC + K)X(s) = F(s) \quad (2)$$

式中 $X(s)$ 及 $F(s)$ 分别为位移响应与激励力的拉氏变换.

令 $s = j\omega$, 则式(2)变为

$$(K - \omega^2M + j\omega C)X(\omega) = F(\omega) \quad (3)$$

这是一组耦合方程组,为了解耦,引入模态坐标.

令

$$X = \Phi q \quad (4)$$

式中 Φ 为振型矩阵, q 为模态坐标.

将式(4)代入式(3)可得

$$(K - \omega^2M + j\omega C)\Phi q = F \quad (5)$$

模态振型的归一化方法有多种,常用的模态质量归一化振型是通过对模态质量归一来实现的,如果模态质量归一化振型为 ϕ , 则有

$$\phi^T M \phi = I \quad (6)$$

$$\phi^T K \phi = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \omega_i & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中 $\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}$ 为第 i 阶模态固有频率.

1.2 有效独立法

有效独立法的主要思想是选择对结构目标振型的独立性贡献最大的点,以使目标振型的空间分辨率达到最大,它可以通过选择使 Fisher 信息矩阵行列式值最大的点实现传感器位置的优化.如果 ϕ 为结构模态质量归一化的振型, F 为 Fisher 信息矩阵, E 为有效独立分配矩阵,其数学表达式如下

$$F = \phi^T \phi \quad (8)$$

$$E = \phi F^{-1} \phi^T \quad (9)$$

分配矩阵 E 是一个对称幂等矩阵,它的每个对角线元素代表其对应的测量点对振型矩阵 ϕ 的秩的贡献程度, E_{ii} 取值从 0 到 1;取值为 0 代表其对振型的秩的贡献率为 0;取值为 1 代表其对振

型的秩的贡献率最大. 为了使选取的测量点能更好地反映结构的目标振型, 应当优先选取参数值接近于 1 的测量点.

1.3 搜索算法

本文讨论的三种搜索算法为直接法、逐步累积法和逐步消除法.

直接法通过一次搜索从可选位置中选出所需数量的最优传感器位置, 即根据分配矩阵对角线元素的大小一次选出所需数量的最大参数值位置.

逐步累积法每次从剩余的可选位置中选取一个最优传感器位置, 直到所需数量为止, 即每次循环选出一个最大的分配矩阵对角线元素, 然后去除该元素, 重新计算分配矩阵, 如此循环直到选出所需数量为止.

逐步消除法与逐步累积法相反, 它每次从剩余的可选位置中去除一个最差传感器位置, 直到剩余所需数量为止. 每次循环选出一个最小的分配矩阵对角线元素, 然后去除该元素, 重新计算分配矩阵, 如此循环直到剩余位置为所需数量为止.

三种搜索算法中直接法的计算效率最高, 逐步累积法和逐步消除法的计算效率相同, 计算时间与测量位置的数量有关.

1.4 搜索算法的比较

为了比较三种搜索算法选取有效独立法最优测量位置的结果, 本文使用测量点的模态相关度、测量点的各阶能量和、和 Fisher 信息矩阵三个参数对搜索结果进行对比、分析.

1.4.1 模态相关度

模型振型可通过模态置信准则 (M_{ac}) 确认振型之间的相关关系^[11], 其数学表达式如式 (10) 所示.

$$M_{ac} = \frac{|\varphi_{dr}^T \varphi_{ci}|^2}{(\varphi_{dr}^T \varphi_{dr})(\varphi_{ci}^T \varphi_{ci})} \quad (10)$$

式中 $\varphi_{cr}, \varphi_{di}$ 为 c 和 d 模型的第 r 和 i 阶振型, 当 c 和 d 为同一模型时, M_{ac} 代表振型的自相关参数, 当 c 和 d 为不同模型时, M_{ac} 则代表振型的互相关参数. 模态置信准则取值从 0 到 1, 0 说明两个振型相互正交独立, 1 说明两者具有一致的相关性.

1.4.2 各阶能量和

通常, 结构的模态动能可表示为

$$KE = \Phi^T M \Phi \quad (11)$$

式中 Φ 为结构有限元模型的振型^[12].

将质量阵正交分解, $M = U^T U$, 令 $\Psi = U\Phi$, 得到

$$KE = \Psi^T \Psi = \sum_{r=1}^m \varphi_{i,r}^2 \quad (12)$$

即结构的各阶模态动能和是将各阶所有点的模态动能相加得到. 某阶能量越高, 表示传感器信号强度越高, 抗噪声干扰的能力越强, 有利于模态参数的识别.

1.4.3 Fisher 信息矩阵

Fisher 信息矩阵为 $F = \phi^T \phi$, ϕ 为质量归一化的振型^[13], Fisher 信息矩阵的行列式 $|F|$ 越大, 矩阵包含的模态参数信息越多, 根据选出的传感器测量位置 Fisher 信息阵行列式值与初始完整模型的 Fisher 信息矩阵行列式值的百分比对数作为参数, 来评估三种搜索算法选出的测量点包含模态参数的信息量. 公式如式 (13) 所示.

$$F_{\text{message}} = \lg\left(\frac{|F_{\text{select}}|}{|F_{\text{full}}|} \times 100\%\right) \quad (13)$$

2 实例分析: 航空发动机某部件模型

本文选用的航空发动机某部件有限元模型如图 1 所示. 部件内径 1.2 m, 外径 1.5 m, 弹性模量为 2.15×10^{11} Pa, 密度为 7778 kg/m^3 , 泊松比为 0.3, 部件自由-自由边界条件, 未施加外力, X 方向与部件的轴线方向平行, Y, Z 方向与部件的径向平面平行.

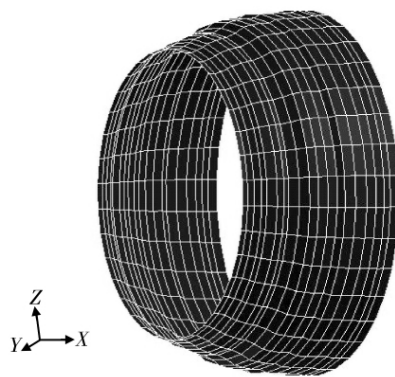


图 1 航空发动机某部件模型

Fig. 1 Finite element model of an aero-engine component

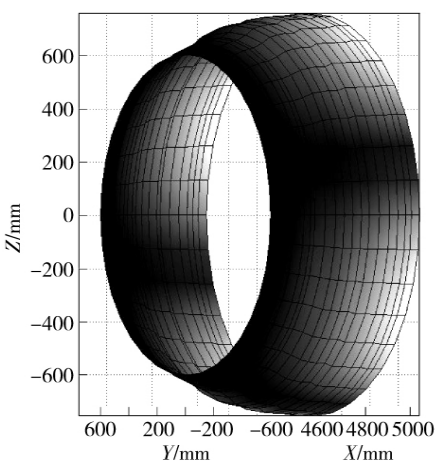
如需测量部件 Y 方向的振型, 对部件 Y 方向的传感器测量位置进行优化配置, 需要预先提供结构有限元模型的固有频率和 Y 方向振型. 由于部件自由-自由边界条件, 不考虑部件 6 阶刚体模态, 用 Nastran 软件计算部件前 8 阶模态参数, 部件 Y 方向振型如图 2 所示, 黑色区域代表部件振

型幅值小的区域,白色区域代表部件振型幅值大的区域.

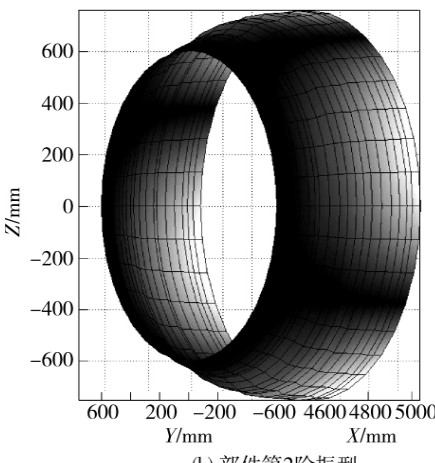
2.1 优化测点的选取

下面根据部件有限元模型的前 8 阶模态参数,将有效独立法与三种不同的搜索算法相结合,选出部件 Y 方向 40 个最优传感器测量位置.

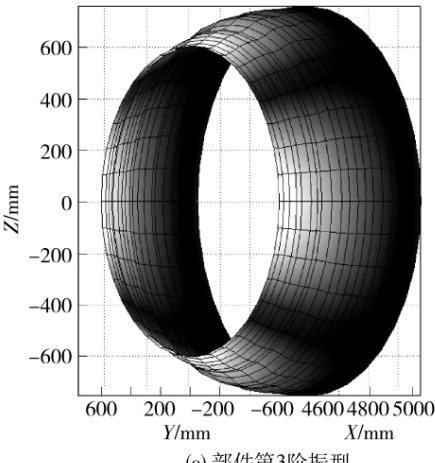
运用直接法选出的 40 个最优传感器测量位置,如图 3 所示.图中,圆点代表直接法选取的最优测量点,可以看出,测量点均分布在部件的大口边缘处,通过对比部件振型图可发现,直接法选出的测量点分布在除了第 3,4 阶振型的其余各阶振型响应较大的位置.



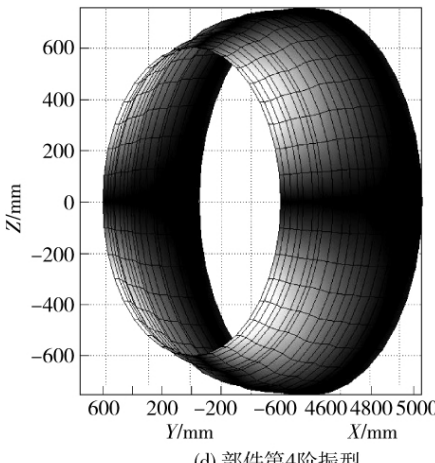
(a) 部件第1阶振型



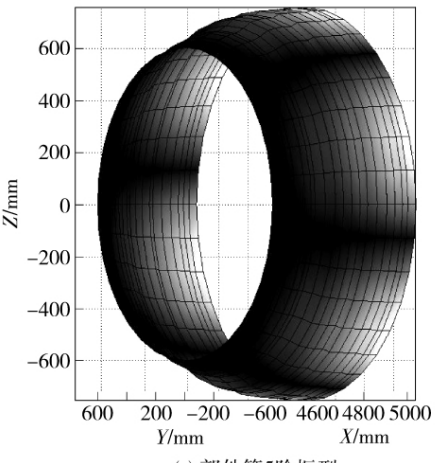
(b) 部件第2阶振型



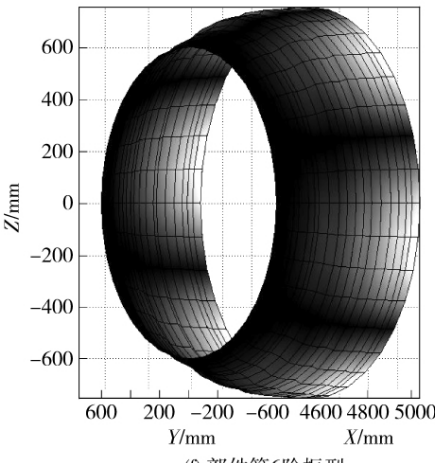
(c) 部件第3阶振型



(d) 部件第4阶振型



(e) 部件第5阶振型



(f) 部件第6阶振型

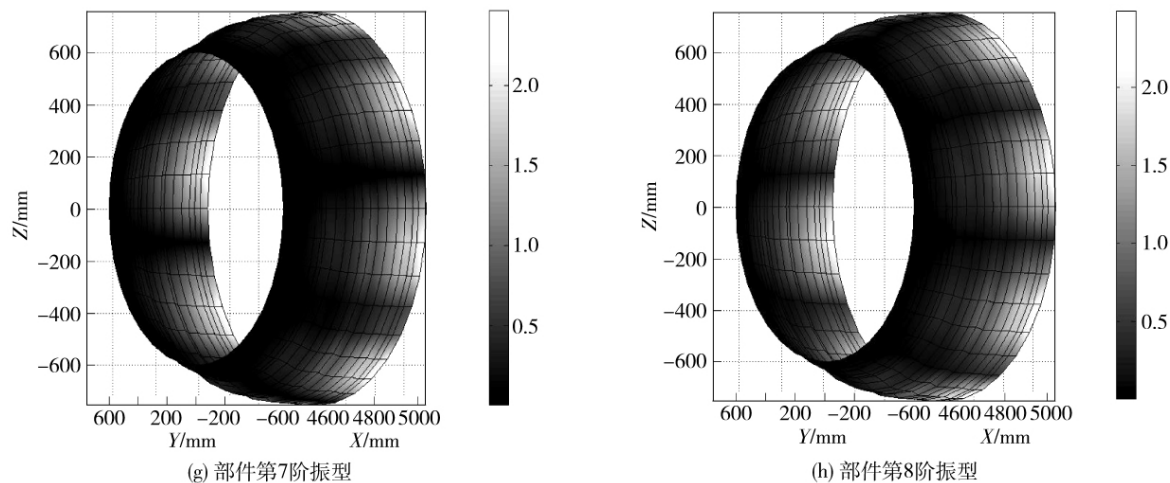


图 2 部件前 8 阶振型

Fig. 2 First eight modes of an aero-engine component

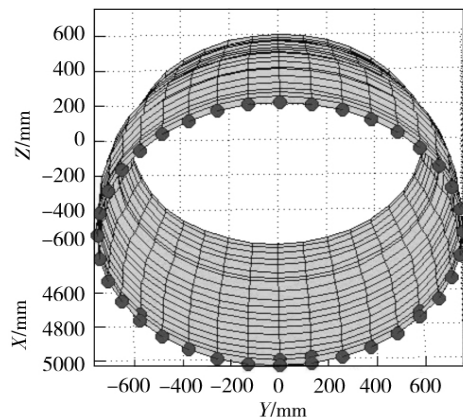


图 3 直接法最优测量位置

Fig. 3 Optimized measurement positions based on the direct method

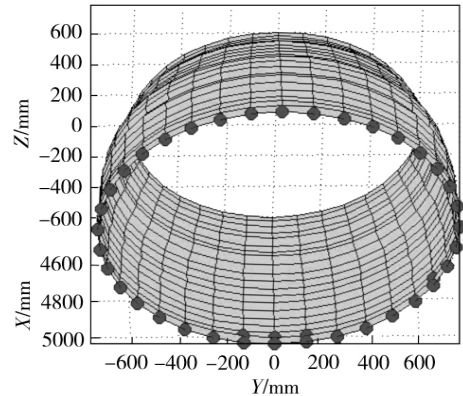


图 4 逐步累积法最优测量位置

Fig. 4 Optimized measurement positions based on the step search cumulating method

逐步累积法选出的 40 个最优传感器测量位置,如图 4 所示. 图中,圆点代表逐步累积法选取的最优测量点,可以看出,与直接法相似,测量点均分布在部件的大口边缘处,而在部件第 3,4 阶振型响应较大的小口边缘处没有布置测量点.

逐步消除法选出的 40 个传感器测量位置,如图 5 所示. 图中,圆点代表逐步消除法选取的最优测量点,可以看出,与前两种方法不同,测量点分块地分布在部件的大口和小口边缘处,大口处的测量点分布较多. 通过对比部件振型图可发现,逐步消除法选出的测量点避免了前两种方法遗漏部件第 3,4 阶振型响应较大的小口边缘位置.

2.2 三种搜索算法的结果比较与评价

2.2.1 模态相关度

对直接法选出的最优测量点所构成的振型作

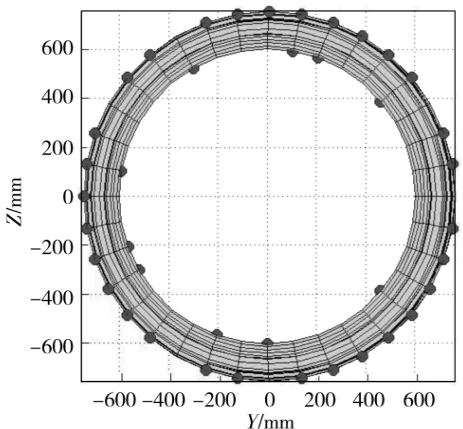


图 5 逐步消除法最优测量位置

Fig. 5 Optimized measurement positions based on the step search eliminating method

自相关分析,如图 6 所示,方块的大小代表模态置信准则参数值的大小,可以看出部件的第 3,4 阶振型与部件的第 1,2 阶振型的相关性很高,这是因为直接法选取的测量点没有布置在部件第 3,4 阶振型主要振动的小口边缘处,所以导致部件第 3,4 阶振型与部件第 1,2 阶振型相关度高,难以分辨。

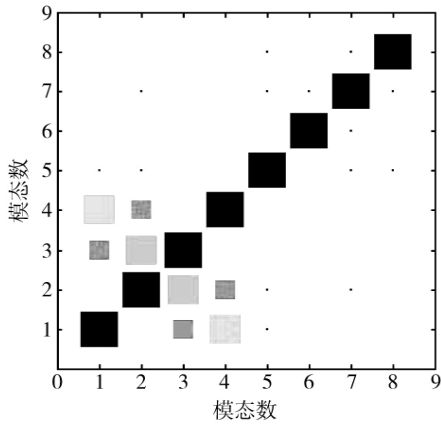


图 6 直接法测量点模态相关度

Fig. 6 M_{ac} values of measurement points based on the direct method

通过逐步累积法选出的最优测量点所构成的振型作自相关分析,由图 7 可看出,与直接法相似,部件的第 3,4 阶振型与部件的第 1,2 阶振型的相关度很高,由于逐步累积法选出的测量点均分布在部件的大口边缘处,而第 3,4 阶振型主要振动的小口边缘处没有测量点,无法达到增大模型振型空间分辨率的效果,因而第 3,4 阶振型相关度很高。

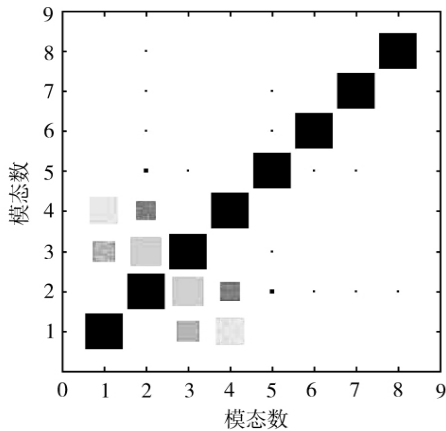


图 7 逐步累积法测量点模态相关度

Fig. 7 M_{ac} values of measurement points based on step search cumulating method

根据逐步消除法选出的最优测量点所构成的

振型作自相关分析,由图 8 可看出,除了对角线元素为 1 外,非对角线元素均小于 0.1,说明逐步消除法选取的分布在大口和小口边缘处的测量点考虑了部件各阶振型的空间独立性,有效地避免了前两种算法选取的测量点第 3,4 阶振型无法分辨的缺陷,所以逐步消除法选出的测量点对目标振型的独立性贡献最大,能有效提高目标振型的空间分辨率,达到有效独立法优化测量点的要求。

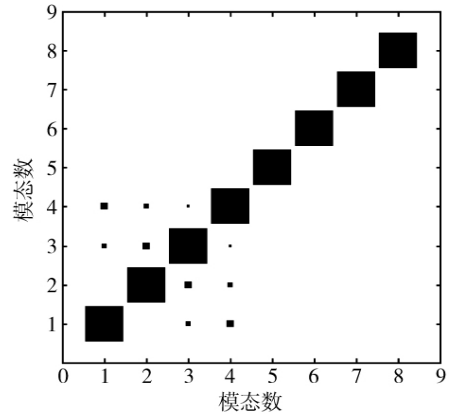


图 8 逐步消除法测量点模态相关度

Fig. 8 M_{ac} values of measurement points based on step search eliminating method

2.2.2 各阶能量和

计算部件三种搜索算法选出测量点的各阶模态动能和,如图 9 所示。由图可看出,由于直接法和逐步累积法测量点均分布在部件大口边缘处,而在部件小口处未布置测量点,因而第 3,4 阶模态动能非常低,传感器不易识别第 3,4 阶模态振型信号,不利于模态参数的识别,而逐步消除法选出的测量点较好地平均了各阶振型的模态能量,避免了第 3,4 阶振型信号过小的情况。

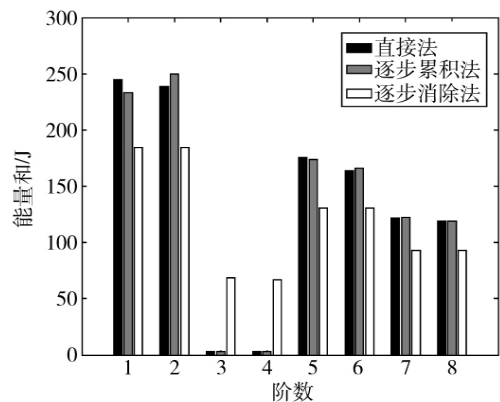


图 9 各阶模态能量和

Fig. 9 Kinetic energy of the eight modes

2.2.3 Fisher 信息矩阵

三种搜索算法的 Fisher 信息矩阵参数值如图 10 所示,图中纵坐标越高代表参数值越小,可以看出,逐步消除法选出的测量点比另两种方法获取高的多的模态信息量,即捕获模态参数信息的能力强。

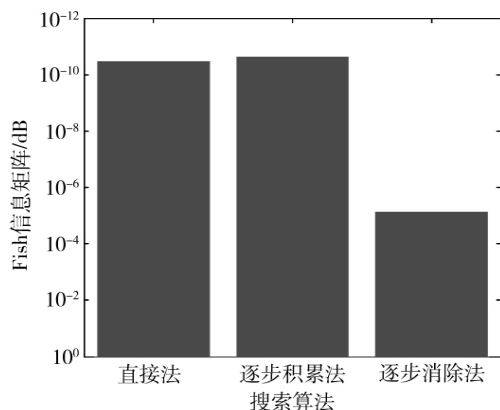


图 10 Fisher 信息矩阵行列式

Fig. 10 Determinant of the Fisher information matrix

3 结 论

本文研究了三种搜索算法对有效独立法选取最优测量位置的影响,以航空发动机某部件为实例,利用三个参数分析、比较三种搜索算法选取的测量点的好坏,得到以下主要结论。

逐步消除法选出的传感器测量位置最符合有效独立法的优化目标,能有效提高结构目标振型的空间独立性,使目标振型的空间分辨率达到最大,同时较好地平均了各阶振型的能量分布,选出的测量位置所包含的模态参数信息最多,有利于模态振型的识别。

直接法计算效率最高,只需一次循环,但测量点的分布未能充分增大所有目标振型的空间分辨率,在模型很大的情况下可作为参考,逐步累积法效率不高,同时搜索结果也不好,不推荐使用。

对于有效独立法优化的测量位置,逐步消除法表现出了很好的搜索效果。

致谢:

本项目得到教育部高等学校博士学科点专项科研基金,江苏省‘六大人才高峰’专项基金,南京航空航天大学西安航空发动机有限公司振动与疲劳联合实验室产学研项目资助。

参考文献:

- [1] Ewins D J. Modal testing: theory and practice[M]. Letchworth, Hertfordshire, England: Research Studies Press Ltd., 1986.
- [2] Guyan R J. Reduction of stiffness and mass matrices[J]. AIAA Journal, 1965, 3(2): 380-380.
- [3] Kim K O, Choi Y J. Energy method for selection of degrees of freedom in condensation[J]. AIAA Journal, 2000, 38(7): 1253-1259.
- [4] Kammer D C. Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures[J]. Journal of Guidance, 1991, 14(2): 251-259.
- [5] 郭家骅, 陈怀海, 贺旭东. 纯模态试验中的作动器/传感器优化配置[J]. 南京航空航天大学学报, 2006, 38(2): 192-195.
GUO Jiahua, CHEN Huaihai, HE Xundong. Optimization placement of actuators/sensors in normal modal test[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 38(2): 192-195. (in Chinese)
- [6] 刘福强, 张令弥. 作动器与传感器优化配置的逐步消减法[J]. 宇航学报, 2000, 21(3): 64-69.
LIU Fuqiang, ZHANG Lingmi. Successive method for optimal placement of actuators and sensors[J]. Journal of Astronautics, 2000, 21(3): 64-69. (in Chinese)
- [7] 刘娟, 黄维平. 传感器优化配置的修正逐步累积法[J]. 青岛海洋大学学报, 2003, 33(3): 476-482.
LIU Juan, HUANG Weiping. The revised cumulate method to optimize the sensor placement[J]. Journal of Ocean University of Qingdao, 2003, 33(3): 476-482. (in Chinese)
- [8] Delorenzo M L. Sensor and actuator selection for large space structure control[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1990, 13(2): 249-257.
- [9] Yao L, Sethares W A, Kammer D C. Sensor placement for on-orbit modal identification via a genetic algorithm[J]. AIAA Journal, 1993, 31(10): 1922-1928.
- [10] 刘福强, 张令弥. 作动器/传感器优化配置的研究进展[J]. 力学进展, 2000, 30(4): 506-516.
LIU Fuqiang, ZHANG Lingmi. The progress of optimal actuators and sensors placement[J]. Advances in Mechanics, 2000, 30(4): 506-516. (in Chinese)
- [11] Imamovic N. Validation of large structural dynamics models using modal test data[D]. London, UK: Imperial College, 1998: 24-67.
- [12] Li D S, Li H N, Fritzen C P. The connection between effective independence and modal kinetic energy methods for sensor placement[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 305(4-5): 945-955.
- [13] Meo M, Zumpano G. On the optimal sensor placement techniques for a bridge structure[J]. Engineering Structures, 2005, 27(10): 1488-1497.