

文章编号: 1000-8055(2012)09-1988-09

拉瓦尔喷管外发生激波反射工况详细分析

于 勇, 徐新文

(北京理工大学 宇航学院, 飞行器动力学与控制教育部重点实验室, 北京 100081)

摘 要: 平面拉瓦尔喷管的环境压力与入口总压的比值从设计工况到第三极限工况(管口处为正激波)逐渐增大时, 喷管外的激波现象不同。根据已知的激波反射理论, 将设计工况到第三极限工况间的工作状况进一步细分为强斜激波工况、马赫反射工况、双解区和正规反射工况, 并将由气流偏转角所表示的发生正规反射和马赫反射的条件用环境压力与总压的比值来表示, 找出了强、弱斜激波的环境压力与总压比值的临界值, 得到这些临界值随着喷管面积比的变化趋势。最后针对面积比为 5 的平面拉瓦尔喷管, 由理论分析得到其管外发生正规反射、马赫反射、强斜激波反射时对应的压比分别为: 0.0841, 0.0959 和 0.2005, 并用数值模拟来验证理论分析的正确性。

关 键 词: 拉瓦尔喷管; Von Neumann 准则; 正规反射; 马赫反射; 强斜激波

中图分类号: V553.1

文献标志码: A

Further detailed analysis about shock wave reflection outside Laval nozzle in different working states

YU Yong, XU Xin-wen

(Key Laboratory of Dynamics and Control of Flight Vehicle,
Ministry of Education, School of Aerospace Engineering,
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: When ratio of environmental pressure to total pressure increases from design state to third limit condition (normal shock at the outlet of nozzle), there are different shock wave phenomena outside the Laval nozzle. According to extant theory about shock wave reflection, the working range between design condition and the third limit condition was subdivided into several sections: strong oblique shock wave condition, Mach reflection condition, regular reflection and dual solution domain. Three critical ratios of environmental pressure to total pressure were proposed and determined to replace flow-deviation angle for estimating different Laval nozzle working statuses. Varying tendency of these critical ratios of Laval nozzle in various aspect ratios were also given with a figure. The pressure ratios corresponding regular reflection, Mach reflection and strong oblique wave in a planar Laval nozzle with aspect ratio 5 were 0.0841, 0.0959 and 0.2005 respectively, and then the accuracy of these values were verified with numerical simulation.

Key words: Laval nozzle; Von Neumann criterion; regular reflection;
Mach reflection; strong shock wave

收稿日期: 2011-08-30

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20120921.1251.010.html>

基金项目: 国家自然科学基金(10702009); 飞行器动力学与控制教育部重点实验室开放基金(GFTD0803)

作者简介: 于勇(1976—), 男, 湖北十堰人, 副教授, 博士, 主要从事气体动力学、计算流体力学研究。

拉瓦尔喷管被广泛应用在航天航空、金属冶炼等诸多工程实践中. 理论上对于拉瓦尔喷管的研究已经较为深入, 关于拉瓦尔喷管出口截面处超声速气流的在不同压比下的工作状态在各个版本的经典教科书^[1-4]中均有详细的分析. 拉瓦尔喷管不同工况的工程应用也较为广泛, 如周文祥等^[5]研究喷管不同工况对可变截面发动机的影响. 随着空气动力学的发展, 喷管外的激波的现象又有了新的进展, 然而教科书上所涉及到的喷管外的激波结构在设计工况和第三极限工况(正激波处于管口)只是简单地给出了斜激波这一流动状态, 或流动状态的简单描述^[6], 没有像其他工作状态那样给出详细的讨论, 而且相关文献中也鲜见报道.

对于一个给定的拉瓦尔喷管, 对应于设计工况、第三极限工况(管口正激波)和第二极限工况(喉部声速, 全管亚声速)均已求出了对应的压比值. 在工程应用中, 压比值有时会处于设计工况和第三极限之间, 此时会出现强斜激波、激波的正规反射和马赫反射这几种激波结构. 给定一个上述压比区间内的值下究竟会出现怎样的激波结构, 就作者所见到的教科书和文献都很少给出详细分析. 本文将对这些激波结构对应临界压比值的确定给出详细的分析过程. 根据这些临界压比值就可以判断喷管外激波结构, 从而得到喷管后更加准确的气流参数.

1 激波反射现象的简单介绍

喷管外的激波结构实际上是一种激波反射现象. 关于激波反射现象, 早在 19 世纪就开始了研究. 奥地利物理学家马赫于 1878 年在试验中观察到了激波的正规反射(RR)和马赫反射(MR), 对应的激波结构分别如图 1 和图 2. 在正规反射中, 两道入射激波(IW)相遇产生两道反射激波(RW). 在马赫反射中入射激波在靠近对称面的

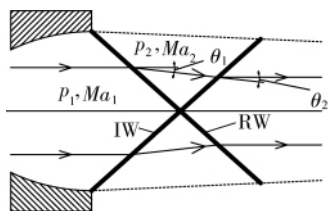


图 1 正规反射示意图

Fig. 1 Schematic drawing of regular reflection

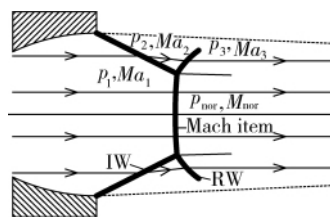


图 2 马赫反射示意图

Fig. 2 Schematic drawing of Mach reflection

地方对突然变陡, 形成圆弧状的“马赫杆”^[7]. 并在马赫杆的上端点产生小段反射激波 RW. 关于马赫杆的形状和位置, 谭廉华^[8]在论文中给出了很详细的描述, 指出了马赫杆为近似圆弧的曲线. 然而, 在谭廉华的二维马赫杆形状的理论分析之前, 多数文献一直将马赫杆看作直线, 可见马赫杆的曲率之小, 故可以近似认为马赫杆是一道正激波. 在反射激波与对称面之间还存在着滑移面 S (slip-stream), 滑移面 S 两侧气体的压强相等、速度方向相同但大小不等.

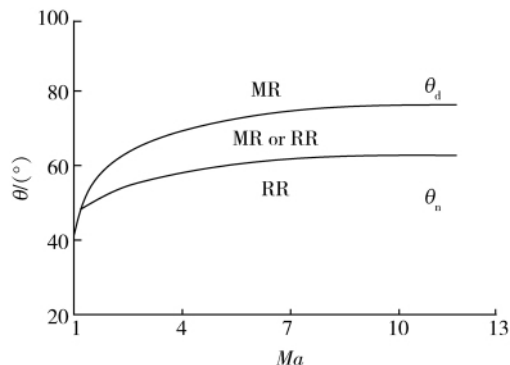


图 3 根据气流偏转角的反射的分区

Fig. 3 Domains divided by the deviation angle

Von Neumann(VN)于上世纪 50 年代, 对于超声速气流经过楔形壁面时, 应用守恒方程和边界条件给出了正规反射和马赫反射的理论分析, 也就是“两激波理论”和“三激波理论”. 并提出了界定这 2 种反射的条件: 脱体准则和力学平衡条件, 统称为 VN 准则. 其中脱体准则是指: 气流偏转角 θ 大于反射激波为附体斜激波的最大允许气流偏转角 θ_d 时, 即 $\theta > \theta_d$ 时, 只可能发生马赫反射; 力学平衡条件是指: 假设气流经过一道正激波产生的压强的增加值与经过正规反射产生的压强的增加值相等时所对应的气流偏转角为 θ_n , 当气流偏转角 $\theta < \theta_n$ 就必然发生正规反射. 这 2 个条件可以表示为图 3 所示的关于来流马赫数、气流

偏转角 θ 与激波反射类型的关系. 当 $\theta > \theta_d$ 时, 发生马赫反射; 当 $\theta < \theta_n$ 时发生正规反射; 当 $\theta_n < \theta < \theta_d$ 时, 为双解区域. 在双解区域内, 即使物理、几何条件相同, 如果初始条件不同, 那么也会出现不同的反射类型, 也即会有迟滞现象^[9-15]发生.

在激波反射理论中, 脱体准则和力学平衡条件是用气流偏转角 θ 给定了发生马赫反射和发生正规反射的临界气流偏转角. 而喷管所产生的射流, 是通过环境压力与总压的比值来确定工作状态的. 在给定的压比值下, 会出现怎样的激波结构? 这些界定不同激波结构对应的临界压比值, 需要做详细的分析.

本文要做的工作就是推导 VN 准则中发生正规反射和马赫反射时对应的临界压比值和强斜激波的临界压比值, 从而对图 4 所示的喷管外气流的 7 种工作状态进行进一步细分, 做出如图 5 所示的 10 种工作状态, 即求出在 b 点代表的设计工况与 d 点代表的第三极限工况之间能判断强斜激波(c 点)、马赫反射(m 点)和正规反射(r 点)的 3 个临界压比值.

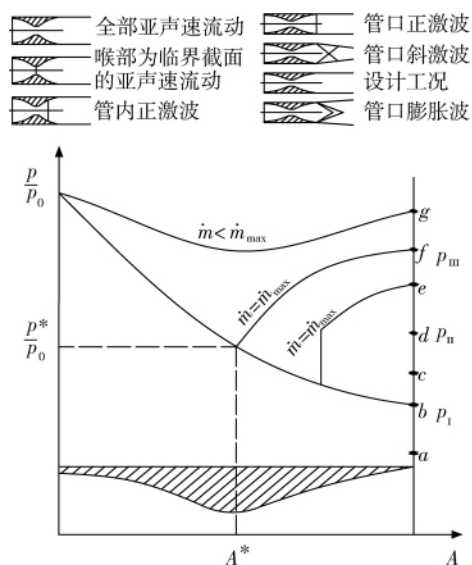


图 4 各种压比下拉瓦尔喷管外的流动状态

Fig. 4 Flow states outside Laval nozzle at various pressure ratios

细分后的拉瓦尔喷管工作状态如图 5 所示增加了 $c-d$ 区间: 管口外出现强斜激波; $m-c$ 区间管口外出现马赫反射; $r-m$ 区间管口外出现双解区域, 即有可能发生马赫反射, 也有可能发生正规反射, 并可能出现迟滞现象; $r-m$ 区间管口外出现正规反射. 接下来就来求出 c, m, r 点对应的临界压比值.



图 5 详细划分后不同压比下拉瓦尔喷管外的流动状态

Fig. 5 Flow states further subdivided of Laval nozzle at various pressure ratios

2 对应管外不同激波结构的临界压比值

设比热容比 γ 为常数, 给定平面拉瓦尔喷管形状 (即喉部面积与出口面积已知).

根据面积比与马赫数的关系式 (1) 可以得到喷管出口截面的设计马赫数 Ma_1 . 则出口截面的压力 p_1 由等熵关系式 (2) 求出. 式中的 p_0 为燃烧室总压.

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{Ma_1} \left[\frac{2}{1+\gamma} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (1)$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2 \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2)$$

2.1 强斜激波

若喷管外的环境压力不等于设计工况时对应的出口截面压力, 从第三极限 (管口正激波), 即图 5 中的 d 点开始往下减小, 由于喷管出口处的激波结构是受到边界条件 (环境压力) 限制, 与由气流偏转角决定的激波结构不同, 首先会出现强斜激波结构.

气流经历强斜激波, 波后马赫数会减小到亚声速. 气流经过正激波时, 激波角 β 为 $\pi/2$, 在该激波角下, 波后的马赫数最小. 当激波角 β 逐渐减

小时, 激波强度逐渐减弱, 波后马赫数逐渐增加. 那么必然存在着一个激波角 β_s 为临界值, 当激波角 $\pi/2 > \beta > \beta_s$ 时, 波后气流为亚声速气流, 此时激波为强斜激波; 当 $\beta = \beta_s$ 时, 波后气流马赫数为 1. 为后面书写简便, 暂且将 β_s 称为临界强斜激波角, 其计算公式为式(3)^[7]

$$\sin^2 \beta_s = \left[\sqrt{\left(\frac{\gamma+9}{16} - \frac{3-\gamma}{8} Ma_1^2 + \frac{\gamma+1}{16} Ma_1^4 \right)} \times \sqrt{(1+\gamma) + \frac{\gamma+1}{4} Ma_1^2 - \frac{3-\gamma}{4}} \right] \frac{1}{\gamma Ma_1^2} \quad (3)$$

通过式(3)得到临界强斜激波角 β_s 后, 将 β_s 代入斜激波波前波后的压力关系式(4)

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{1+\gamma} (Ma_1^2 \sin^2 \beta - 1) \quad (4)$$

再结合出口处静压与总压的关系式, 利用式(5)

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_0} \quad (5)$$

就得到强斜激波的临界压比值 $p_{str}/p_0 = p_2/p_0$. 联系式(1)~式(5), 在 $\beta > \beta_s$ 时, 可以得一组图 6 所示的不同马赫数下压比值随激波角 β 的变化曲线.

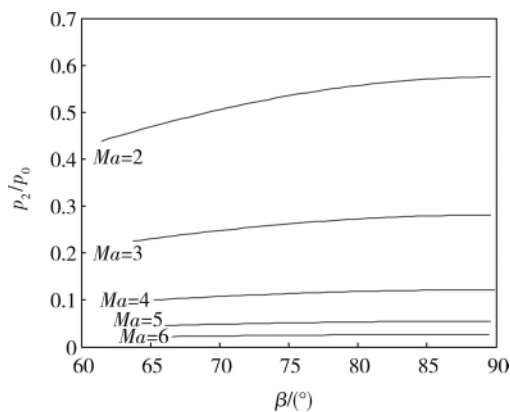


图 6 $\beta > \beta_s$ 时, 不同马赫数的压比值与气流偏转角的关系曲线

Fig. 6 Curves of pressure ratio versus deviation angle at various Mach numbers for $\beta > \beta_s$

可以看出: $\beta > \beta_s$ 时, p_2/p_0 是 β 的复杂函数, 做出如图 6 所示的函数曲线, 发现 p_2/p_0 是 β 的增函数. 一个出口马赫数唯一对应一个临界强斜激波角, 唯一对应强斜激波的临界压比值, 其值可由式(1)~式(5)确定.

斜激波气流偏转角与激波角的关系式如式(6)所示

$$\tan \theta = 2 \cot \beta - \frac{Ma_1^2 \sin^2 \beta - 1}{Ma_1^2 (\gamma + \cos 2\beta) + 2} \quad (6)$$

其函数曲线如图 7 所示.

图 7 中蓝色曲线对应不同马赫数, 如果将发生强斜激波的临界激波角 β_s 带入式则可做出图 7 中的黑色曲线. 黑色曲线与蓝色曲线的交点对应的即是 β_s 和 θ_s . 图 7 中红色的曲线代表的是反射激波为附体斜激波的最大允许气流偏转角 $\theta_d = \theta_{\max}(Ma_2)$, Ma_2 表示反射激波前管口第一道激波后的马赫数. 最大气流偏转角的计算公式如式(7)所示

$$\sin^2 \beta_m = \left[\sqrt{\left(1 - \frac{\gamma-1}{2} Ma_1^2 + \frac{\gamma+1}{16} Ma_1^4 \right)} \times \sqrt{(1+\gamma) + \frac{\gamma+1}{4} Ma_1^2 - 1} \right] \frac{1}{\gamma Ma_1^2} \quad (7)$$

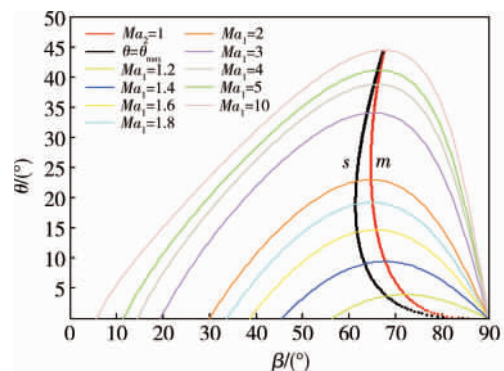


图 7 不同马赫数气流偏转角与激波角的变化曲线

Fig. 7 Curves of deviation angle versus shock wave angle at various Mach numbers

红色曲线与蓝色曲线的交点对应的即是 β_m 和 θ_m .

在 $\beta > \beta_s$ 时, 从第三极限(管口正激波)开始, 随着环境压力的降低, 激波角 β 从 $\pi/2$ 逐渐减小, 强斜激波强度逐渐减弱, θ 沿蓝色的线从右向左逐渐增加, 增加到 θ_m 时, 由于环境压力仍然较高, 所以还保持着强斜激波状态, 随着环境压力的继续降低, θ 沿蓝色的线向左开始减小, 直到达到 θ_s , 即黑线与蓝线的交点. 此过程在管口只有一道强斜激波(入射激波)出现, 由于波后均为亚声速状态, 所以不出现反射激波.

2.2 激波的马赫反射

当激波角 $\beta < \beta_s$ 时, 波后气流为超声速气流, 此时管口第一道激波(入射激波)变为弱斜激波, 设波前马赫数为 Ma_1 , 波后气流仍是超声速, 随后会发生激波反射现象. 但由于入射波后的马赫

数 Ma_2 比入射波前马赫数 Ma_1 要低, 所以对于同样的气流偏转角来说, 激波反射可能是马赫反射也可能是正规反射。

激波反射理论中脱体准则指出: 气流偏转角大于反射激波为附体斜激波的最大允许气流偏转角 $\theta_d = \theta_{\max}(Ma_2)$ 时, 即 $\theta > \theta_d$ 时, 只可能发生马赫反射。注意, 这里的 $\theta_{\max}(Ma_2)$ 是针对入射波后的马赫数 Ma_2 而言的。

下面来求解发生马赫反射时 $\theta_d = \theta_{\max}(Ma_2)$ 及相应的临界压比值 p_{dep}/p_0 。

前面已经由式(1)和式(2)求出了入射激波前的马赫数 Ma_1 以及入射激波前的压力 p_1/p_0 。入射波后马赫数 Ma_2 与入射波前马赫数 Ma_1 及入射激波的激波角 β 之间的关系式如式(8)所示

$$Ma_2^2 = \frac{Ma_1^2 + \frac{2}{\gamma-1}}{\frac{2\gamma}{\gamma-1}Ma_1^2 \sin^2 \beta - 1} + \frac{Ma_1^2 \cos^2 \beta}{\frac{\gamma-1}{2}Ma_1^2 \sin^2 \beta + 1} \quad (8)$$

斜(入射、反射)激波的气流偏转角 θ 与(入射、反射)激波角均满足式(6), 并注意到反射激波的气流偏转角应等于入射激波的气流偏转角。

所以需要联立求解入射和反射激波相对应的式(6)~式(8)。由于是复杂的隐函数, 可以使用试凑法得到结果: 由入射激波开始, 激波角从 β_s 开始逐渐减小, 即沿图 7 中蓝线上的 s 点继续向左, 可以由式(8)计算出 Ma_2 并由式(6)得到相应的入射激波的气流偏转角 $\theta_{\text{tp}}(Ma_1)$; 再由式(7)和式(6)计算出 $\theta_{\max}(Ma_2)$, 注意此时式中的马赫数应取为反射波波前马赫数 Ma_2 。一直到入射激波的气流偏转角 $\theta_{\text{tp}}(Ma_1) = \theta_{\max}(Ma_2)$ 为止。得到了对应脱体准则时的气流偏转角后即可得到入射激波和反射激波的激波角, 然后再由激波前后的压力关系式(4)就可以得到此时(发生马赫反射)所对应的压比值 $p_{\text{dep}}/p_0 = p_2/p_0$ 。具体的计算流程图如图 8 所示。

从激波角和气流偏转角的关系图 7 可以看出当 $\arcsin(1/Ma_1) < \beta < \beta_s$ 时, θ 是 β 的单调增函数。因此发生马赫反射时对应的是最小激波角 β_m 和最小气流偏转角(针对入射和反射激波)。图 9 所示的在 $\arcsin(1/Ma_1) < \beta < \beta_s$ 条件下入射波激波角与反射波后所得到的压力值的关系曲线。可以看出入射波的最小激波角对应着发生马赫反射的临界压比值, 即环境压力降低到此值之前均发生的是马赫反射。

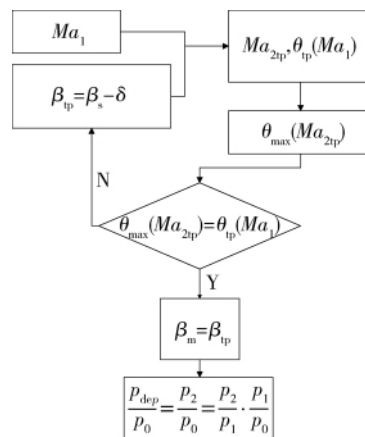


图 8 脱体准则对应的临界压比值分析流程图

Fig. 8 Process chart of critical pressure ratio analysis for detachment criterion

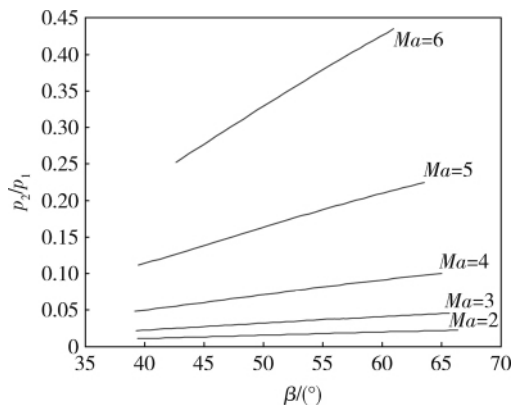


图 9 $\beta < \beta_s$ 时, 不同马赫数的激波角与压比的关系曲线

Fig. 9 Curves of shock wave angle versus pressure ratio at various Mach numbers for $\beta < \beta_s$

2.3 激波的正规反射

如前面激波反射基本理论所述, Von Neumann 力学平衡条件是指: 假设气流经过一道正激波产生的压强增加值与经过正规反射(两道连续的斜激波)产生的压强增加值相等时所对应的气流偏转角为 θ_n , 如果气流偏转角 θ 小于 θ_n , 就必然发生正规反射。

下面求解正规反射时对应的最大气流偏转角 θ_n 以及想对应的临界压比值 p_{vn}/p_0 。

由于斜激波、正激波前后关系式均为复杂函数, 所以也无法直接得到解析解, 仍然需要用试凑法求解。如图 3 所示, 在三激波结构时, 滑移线两侧的压强相等($p_3 = p_{\text{nor}}$), 速度方向相同但大小不同。根据 $p_3/p_1 = p_{\text{nor}}/p_1$ 这一力学平衡条件可以

做出如下的计算流程图 10.

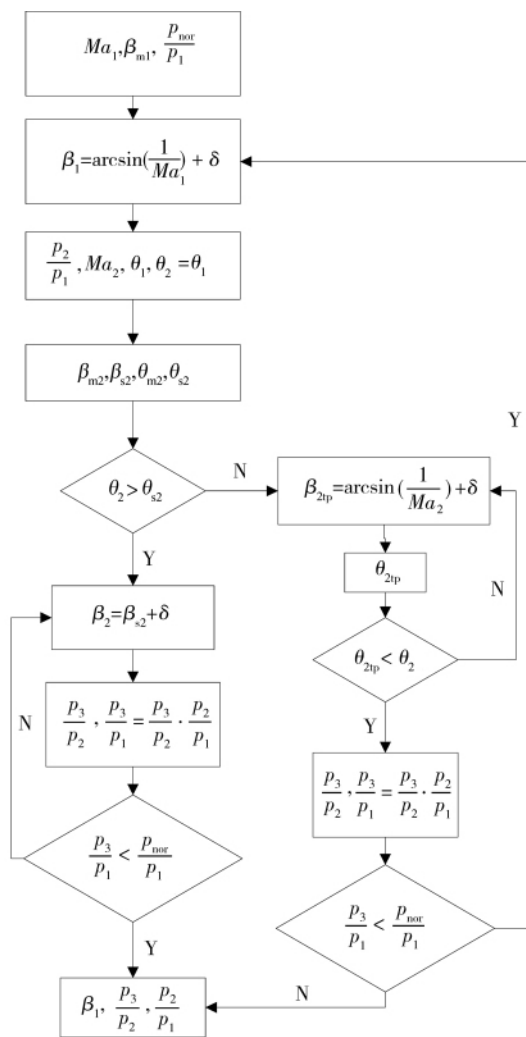


图 10 VN 准则的力学分析程序图

Fig. 10 Process chart of mechanics analysis for VN criterion

此时仍然要利用入射波和反射波气流偏转角相同的条件,入射激波角则从入射波的马赫角 $\arcsin(1/Ma_1)$ 开始逐渐增大,即从图 7 中沿蓝线从左往右,一直到气流满足力学平衡条件为止,即气流经过一道正激波的压增等于气流经过两道斜激波的压增。但是需要注意到,此时气流如果经过两道斜激波会发生这样的情况:即反射波是强斜激波还是弱斜激波?在试凑的过程中发现:喷管出口截面处马赫数小于某一数值(约为 2.4)时,反射激波只有取强解才可能满足力学平衡条件;出口截面马赫数大于这一数值时,反射激波取弱解就能满足力学平衡条件。

所以在图 10 所示的计算流程中,除了需要试凑反射波使反射波气流偏转角等于入射波气流偏

转角外,在检查压增是否满足力学平衡条件时还需要增加反射波取弱解还是取强解的判断分支。在流程图 10 中仍然反复使用斜激波前后关系式(6)~式(8)和式(4)。对应入射波和反射波式中要带入相应的波前波后参数。

根据图 10 的流程图进行试凑,最终可以得到 p_2/p_1 。再结合 p_1/p_0 就可以把力学平衡条件下的最大气流偏转角 θ_n 转变为压比界限值 p_{vn}/p_0 。根据前面的图 6 和图 9 可知:压比值在对应激波角和偏转角的范围内仍然是气流偏转角的单调增函数,故而临界压比值 p_{vn}/p_0 唯一对应于临界气流偏转临界角 θ_n 。

2.4 由压比值确定的激波反射情况

通过上面的分析,对设计工况到正激波工况压比区间内,应用激波反射原理中的脱体准则和力学平衡条件做了进一步详细的划分。根据前述的流程图求解,得到 3 个临界压比值,分别是 p_{str}/p_0 , p_{dep}/p_0 , 和 p_{vn}/p_0 。这 3 个临界值将前述设计工况和第三极限工况这一区间分为如图 5 所示的 4 个不同工况区间。

对应不同的喷管面积比,即不同的设计马赫数所对应的临界压比值不同。图 11 所示是用前面分析的方法所获得的拉瓦尔喷管不同的工况的压比界限值随着拉瓦尔喷管的截面积比 A_e/A^* 的变化曲线。

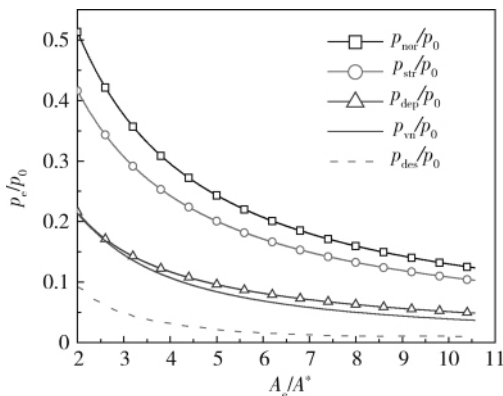


图 11 各工况压比临界值与面积比变化曲线

Fig. 11 Curves of critical pressure ratios versus area ratios

从图 11 中可以清晰的看出对应一种喷管(即某一设计出口马赫数),设计工况下的压比(虚线)与第三极限工况下的压比(实线加方块)之间,可以细分为如前所述的几种工况:设计工况(虚线)与正规反射工况(实线)之间只可能发生正规反

射;正规反射工况(实线)与马赫反射工况(实线加三角)之间属于双解区域,有可能发生正规反射,也可能发生马赫反射;马赫反射工况(实线加三角)与强斜激波工况(实线加圆圈)之间只可能发生马赫反射;强斜激波工况(实线加圆圈)与第三极限之间(实线加方块)发生的是强斜激波工况。

从数值上看:本文所讨论的 3 个临界压比值明显不同,当喷管的出口与喉部面积比大于 3.5 时,开始明显出现双解区域,这对根据压比值来判断管外的激波结构很有帮助,丰富了对于管外斜激波状况下喷管的流动认识。

3 拉瓦尔喷管各种工况的数值模拟

本节对一个特定尺寸的平面拉瓦尔喷管用 Fluent 进行数值模拟,观察不同背压条件下管外的激波结构。设喷管出口和喉部面积比 $A_e/A^* = 5$, 喷管外的各种工况的对应的临界压比值如表 1 所示。

表 1 面积比为 5 时各工况的压比界限值

Table 1 Critical pressure ratio in various working states when $A_e/A^* = 5$

p_{des}/p_0	p_{vn}/p_0	p_{dep}/p_0	p_{str}/p_0	p_{13}/p_0
0.020933	0.084100	0.095933	0.200594	0.243356

表 1 中 p_{des}/p_0 , p_{vn}/p_0 , p_{dep}/p_0 , p_{str}/p_0 和 p_{13}/p_0 分别表示喷管在设计工况、正规反射、马赫反射、强激波工况和第三极限工况临界压比值,对应图 11 中各条曲线在 $A_e/A^* = 5$ 时的压比值。在验证正规反射、马赫反射等各种工况时,分别取介于正规反射和设计工况、马赫反射和强斜激波、强斜激波和管口正激波之间的压比值来分别验证正规反射、马赫反射、强斜激波工况。同时对设计工况和管口正激波工况也进行了数值模拟。设总压为 5 MPa,各个典型工作状态的环境背压先根据表 1 算出区间,再在区间里取某个典型数值,具体取值如表 2 所示。

数值模拟中,采用相同的计算域和网格划分,边界条件的类型也相同,只有环境压力数值不同。平面拉瓦尔喷管出口高度为 0.15 m,喉部高度为 0.03 m,喉部到出口长为 1 m,为使气流离开喷管是方向平行于 x 轴,喷管型线位一道圆弧,从喉部开始向上略凸,在出口处与 x 轴平行线相切。计算域的全长取 6 m,高为 1.8 m。喷管出口处上方的计算域向左延长 0.2 m。计算区域的网格划

分如图 12 所示,图中 x, y 分别代表轴向和径向距离,网格总数 52500 个。

计算域及边界条件如图 13 所示。

表 2 数值模拟中各种工况的压比和环境压力

Table 2 Pressure ratio and environmental pressure in various working states using numerical simulation

工作状态	压比	环境压力/Pa
设计工况	0.020933	104965
正规反射	0.05	250000
马赫反射	0.11	550000
强斜激波	0.21	1050000
管口正激波	0.243356	1216780

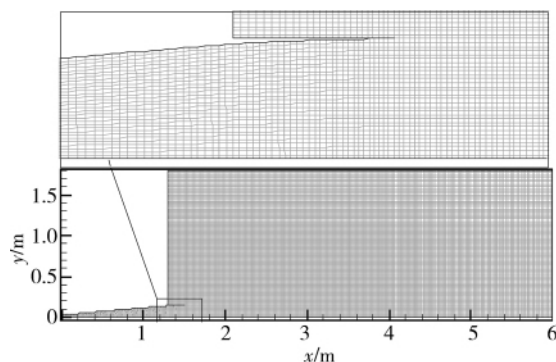


图 12 计算域及局部放大的网格划分

Fig. 12 Mesh of numerical domain and its regional area

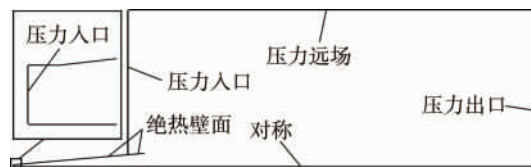


图 13 计算域的边界条件

Fig. 13 Boundary condition of the numerical domains

在数值模拟中,忽略气体黏性,空间差分格式为 2 阶迎风。表 2 所列的各种情况用 Fluent 计算得到喷管出口局部区域的数值结果如图 14~图 18 所示。

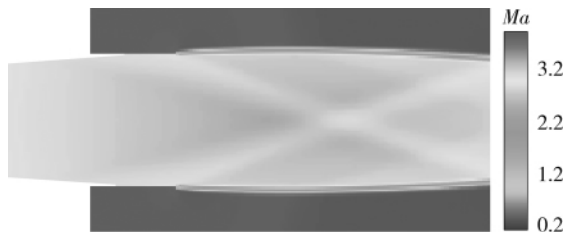
图 14 是设计工况下喷管外的压力和马赫数云图。理论上,当压比值为设计工况时,超声速气流顺利排出喷管,不产生任何形式的激波或者膨胀波系。但在图 14(b)中的马赫数云图可看到微弱的压缩波波系,其原因是由于模拟中采用的喷

管是一个内凹的弧形,在出口处与轴线平行。气流在出口处会由于型线的连续内凹而连续偏转形成的若干道逐渐汇聚的弱压缩波,从而形成图中所示的微弱压缩波系。

图 15 是正规反射工况时喷管外的压力和马赫数云图。从数值模拟结果可以看到:在拉瓦尔喷管外产生了连续相交的斜激波,这些斜激波都为



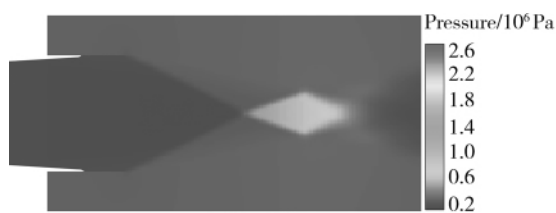
(a) 压力云图



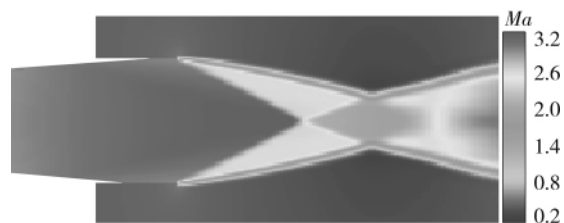
(b) 马赫数云图

图 14 设计工况下喷嘴附近的压力云图和马赫数云图

Fig. 14 Contours of pressure and Mach number near nozzle in design state



(a) 压力云图



(b) 马赫数云图

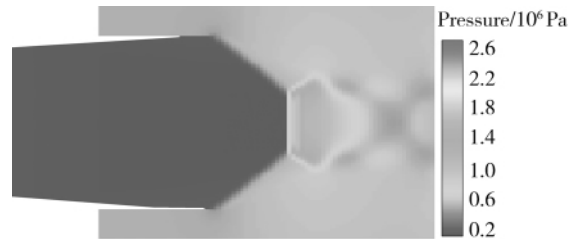
图 15 正规反射工况下喷嘴附近的压力云图和马赫数云图

Fig. 15 Contours of pressure and Mach number near nozzle in regular reflection state

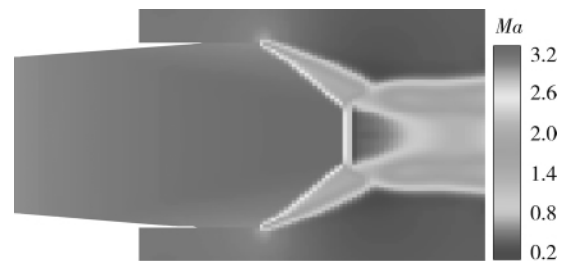
弱斜激波,这与理论预测的结果相一致。

图 16 是马赫反射是喷管外的压力和马赫数云图。可以看出,在这种环境背压下出现了典型的马赫反射,形成了三激波结构组成的马赫盘。

图 17 是强斜激波工况是喷管外的压力和马赫数云图。可以看到在强斜激波工况时,喷管外是



(a) 压力云图



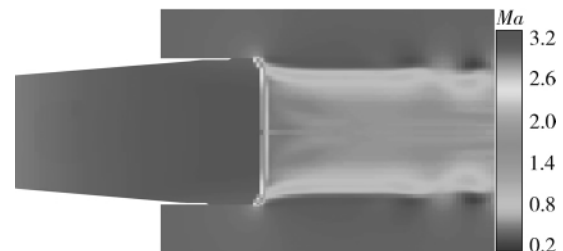
(b) 马赫数云图

图 16 马赫反射工况下喷嘴附近的压力云图和马赫数云图

Fig. 16 Contours of pressure and Mach number near nozzle in Mach reflection state



(a) 压力云图



(b) 马赫数云图

图 17 强斜激波工况下喷嘴附近的压力云图和马赫数云图

Fig. 17 Contours of pressure and Mach number near nozzle in strong shock wave state

弯曲的强斜激波, 激波后的气流为亚声速气流。

图 18 是正激波工况时喷管外的压力和马赫数云图。可以看到在拉瓦尔喷管的出口截面处形成了一道正激波, 波后的气流为亚声速。与图 17 的强斜激波工况不同, 管口的激波近似是直线, 而不是曲线强斜激波。

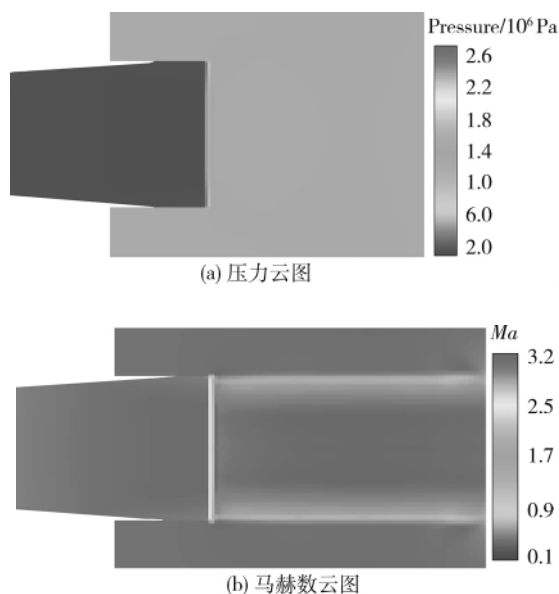


图 18 正激波工况下喷嘴附近的压力云图
马赫数云图

Fig. 18 Contours of pressure and Mach number near nozzle in normal shock wave state

上面的几组数值模拟的结果可以验证前面的理论分析中将激波角和气流偏转角临界值转化为压比值临界值的正确性。

4 结 论

拉瓦尔喷管在设计工况和第三极限工况压比区间内的激波工况可进一步的划分为强斜激波区域、马赫反射区域、正规反射区域以及介于正规反射和马赫反射的双解区。

1) 根据 Von Neumann 的脱体准则和力学平衡条件推导和确定了界定管外不同激波结构的所对应的临界压比值(环境压力与总压比值)。将喷管第三极限与设计工况之间又细分为了强斜激波区间、马赫反射区间、双解区间、正规反射区间。

2) 给出了如图 11 所示的临界压比值随喷管面积比变化的曲线。对于不同的压比值, 根据图 11 能更加详细地分析拉瓦尔喷管外的激波的结构和波后的参数。

参考文献:

- [1] 童秉纲, 孔祥言, 邓国华. 气体动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.
- [2] 王保国, 刘淑艳, 黄光伟. 气体动力学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2005.
- [3] 吴子牛, 王兵, 周睿等. 空气动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
- [4] 王新月. 气体动力学基础[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2006.
- [5] 周文祥, 黄金泉. 拉瓦尔喷管计算模型的改进及其整机仿真验证[J]. 航空动力学报, 2009, 24(11): 2601-2605.
ZHOU Wenxiang, HUANG Jinquan. Improvement of Laval nozzle calculation model and simulative verification in aero-engine performance calculation[J]. Journal of Aerospace power, 2009, 24(11): 2601-2605. (in Chinese)
- [6] 钱翼稷. 空气动力学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2004.
- [7] Ben-Dor G. Shock wave reflection phenomena[M]. 2nd ed. New York: Springer, 2007.
- [8] 谭廉华. 平面与轴对称定常激波马赫反射中的激波形状研究[D]. 北京: 清华大学, 2007.
TAN Lianhua. On the shape of shock waves in steady planar and axisymmetrical Mach reflections [D]. Beijing: Tsinghua University, 2007. (in Chinese)
- [9] Gao B, Wu Z N. A study of the flow structure for Mach reflection in steady supersonic flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, 656: 29-50.
- [10] Ben-Dor G, Ivanov M, Vasilev E I, et al. Hysteresis processes in the regular reflection: Mach reflection transition in steady flows[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2002, 38(4/5): 347-387.
- [11] Sudani N, Sato M, Karasawa T, et al. Irregular effects on the transition from regular to Mach reflection of shock waves in wind tunnel flows[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2002, 459: 167-185.
- [12] Shimshi E, Ben-Dor G. Viscous simulation of shock-reflection hysteresis in overexpanded planar nozzles[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2009, 635: 189-206.
- [13] TAN Lianhua, REN Yuxin, WU Ziniu. Analytical and numerical study of the near flow field and shape of the Mach stem in steady flows[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2006, 546(01): 341-362.
- [14] Hornung H G, Schwendeman D W. Oblique shock reflection from an axis of symmetry: shock dynamics and relation to the Guderley singularity[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, 438: 231-245.
- [15] Li S G, Gao B, Wu Z N. Time history of regular to Mach reflection transition in steady supersonic flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2011, 682: 160-184.