

文章编号:1000-8055(2012)01-0075-07

航空发动机转子系统动力特性的非概率分析

王 军^{1,2}, 洪 杰¹, 陈 萌¹, 马艳红¹

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

2. 中国航空工业集团公司 沈阳发动机设计研究所, 沈阳 110015)

摘 要: 运用一种非概率-区间方法来对转子动力特性进行分析. 基于区间数学和摄动理论的区间分析方法将不确定参数支承刚度和连接结构刚度视为区间向量, 运用区间摄动法建立了转子系统固有频率的公式, 分别应用区间摄动法和组合法对数值算例进行分析, 并比较结果, 验证了方法的有效性. 结果表明: 与确定性方法相比, 运用区间摄动法能够较准确地进行转子动力特性分析, 降低了传统的概率分析方法对不确定参数信息的过多要求, 不需要确定参数的概率分布.

关 键 词: 航空发动机; 转子动力特性; 不确定性; 非概率; 区间分析方法

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

Non-probabilistic analysis on aero-engine rotordynamics

WANG Jun^{1,2}, HONG Jie¹, CHEN Meng¹, MA Yan-hong¹

(1. School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Shenyang Aeroengine Research Institute,

Aviation Industry Corporation of China, Shenyang 110015, China)

Abstract: A non-probabilistic-interval analysis method, which solves the rotordynamics with these uncertain parameters, was presented. Based on interval mathematics and perturbation method, interval analysis method simplified the uncertain parameters such as support stiffness and connecting structure stiffness to interval vectors, so that it could get the intervals within which the rotordynamics varied when less information of structure was known. The formulation of natural frequencies of rotor using interval perturbation analysis method was formulated. A numerical example of comparison between interval perturbation method analysis and monotonic method was given. The rotordynamic analysis of a turbofan rotor was performed with this method. The present interval perturbation method is more accurate than determined method in rotordynamic analysis, and it decreases the requirement of uncertain parameters, such as distribution characteristic.

Key words: aero-engine; rotordynamics; uncertainty; non-probabilistic; interval analysis method

在航空发动机设计中转子动力特性分析占有十分重要的地位. 而由于有限元法能够基于结构

的几何特征、材料、载荷以及约束条件等预测结构的静态和动态特性, 其在复杂转子系统中的使用

收稿日期: 2011-03-14; 修订日期: 2011-06-22

基金项目: 航空科学基金(2009ZB51019)

作者简介: 王军(1963—), 男, 辽宁沈阳人, 研究员, 博士生, 主要从事航空发动机整机振动及叶片机试验工作.

越来越广泛。

发动机结构中的分析和设计方法一般都基于确定的结构参数和确定的数学模型。然而实际上经常存在着与材料性质、几何特性、外力、初始条件、边界条件及与结构部件接头有关的误差和不确定性。虽然在大多数情况下,误差或不确定性可能很小,但这些误差或不确定性结合在一起可能使发动机性能或响应产生大的、意想不到的偏差或不可预知性。当很多结构参数存在不确定性时,通常人们很难建立一个可靠的有限元模型。实际上,一个转子系统中很多部件、组件均是不确定的。为了考虑实际发动机中存在的各种不确定性因素对结构响应的影响,学者们建立了各种分析处理方法,主要有概率模型(随机模型)、模糊模型和区间模型^[1-6]:①概率模型将不确定性信息描述为具有一定分布特征的随机变量或随机过程;②模糊模型将不确定性量看成模糊变量,需要知道不确定性结构参数的隶属度函数。与概率方法相比较,在很多情况下,确定隶属度函数甚至更为困难,使用者往往不得不带有主观性地选取相应的隶属度函数,所确定的隶属函数只能大致反映设计中的模糊性,往往带来较大误差;③区间模型将不确定性变量视为“未知然而有界”变量,当不确定性变量信息较少或无法得到其概率分布时,区间模型便发挥了其优越性,其结果更符合客观实际。

目前,许多研究均集中在转子系统的概率不确定性上,包括随机结构以及随机激励等,同时一些学者运用模糊模型对转子系统进行了研究,但是对转子动力特性的区间分析研究方面目前还鲜有报道。

本文中介绍了一种转子动力特性的区间分析方法,基于区间数学和摄动理论,区间分析方法将不确定性参数视为区间向量,因此,当可获取的结构系统信息量较少时,可以得到转子系统动力特性的区间变化范围。当由于小样本而无法得到统计规律时,概率方法的使用会受到限制,而这时区间方法就较为有效了。本文运用区间摄动法建立了转子系统固有频率的公式,分别应用区间摄动法和组合法对一个数值算例进行了分析,并比较了结果。

1 影响转子系统动力特性的不确定性参数

由于材料、几何属性的随机性以及工作环境

的不断变化,不确定性在航空发动机中广泛存在,由于温度的变化,滑油黏度和密度不断变化;而随着工作循环增加,由于磨损和工作状态变化,一些组件如轴承和轴系等的特性也在不断变化。在所有的不确定性中,航空发动机典型动力学特征参数:转子支承刚度和连接结构刚度,对转子系统动力特性具有显著影响。

1.1 转子支承刚度的不确定性

转子支承刚度对转子系统振动特性,特别是刚体型模态具有显著影响^[7-10]。发动机转子支承刚度由三部分组成,支承结构刚度 K_{str} 、油膜刚度 K_{sfd} 以及轴承刚度 K_{br} ,如图 1 所示。支承刚度组成的三部分均会随着装配不同以及转子工况变化而变化。

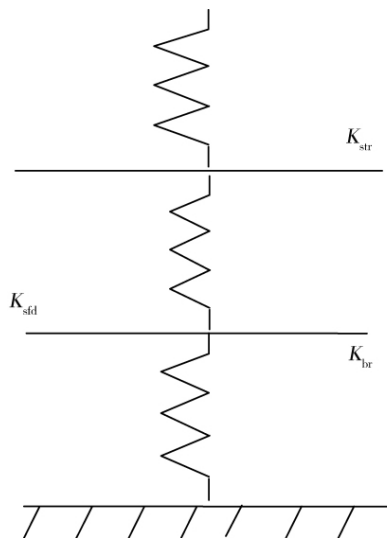


图 1 发动机转子支承刚度组成

Fig. 1 Composition of support stiffness

1.2 转子连接结构刚度的不确定性

连接结构在发动机转子系统中大量存在,如图 2 所示某涡扇发动机低压转子,采用了短螺栓连接及套齿连接结构;某些发动机则存在一些特殊连接结构,如图 3 所示某涡扇发动机压气机转子盘轴过盈连接结构。转子连接结构在工作中所承受的载荷主要包括:扭矩、机动过载、陀螺力矩、轴向力、离心力以及温度载荷。根据文献^[11]和文献^[12],连接结构刚度受机械载荷(横向载荷、离心力、扭矩等)和装配工艺状态(轴向预紧力、配合紧度等)等条件影响,是不确定的。

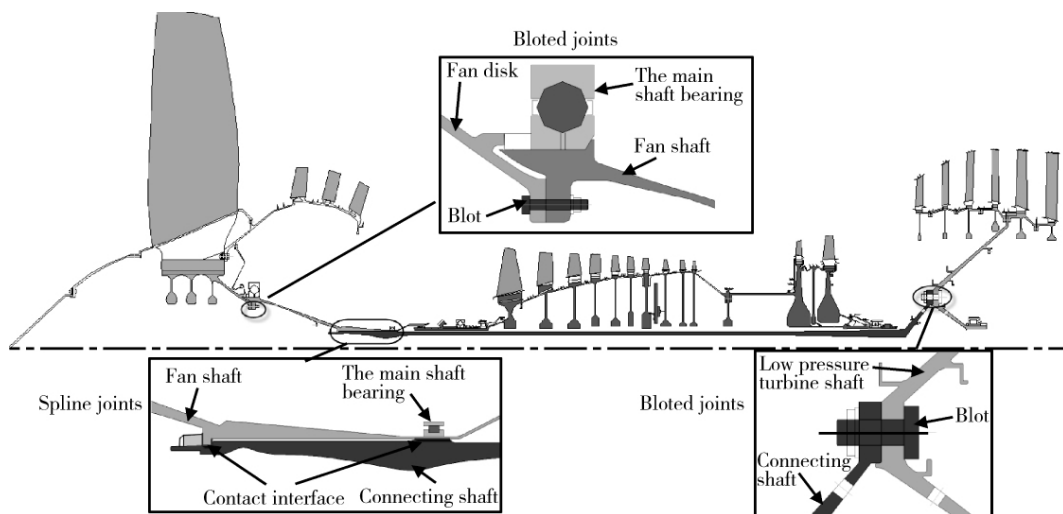


图2 某涡扇发动机低压转子连接结构示意图

Fig. 2 Sketch map of connecting structure of a turbo-fan rotor

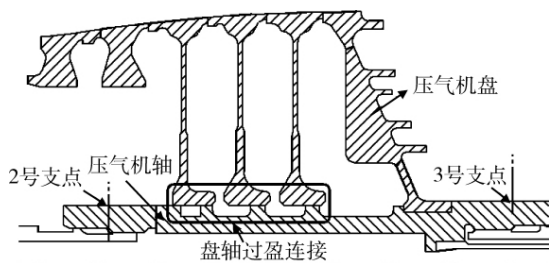


图3 某涡扇发动机压气机转子盘轴过盈连接示意图

Fig. 3 Sketch map of an interference connected compressor shaft and disk of turbo-fan rotor

2 区间分析方法

2.1 区间参数的中心表示法

设 R 为实数域. 对于两个给定的实数 $\underline{\alpha}, \bar{\alpha} \in R$, 且 $\underline{\alpha} \leq \bar{\alpha}$, 则

$$\alpha^I = [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}] = \{\alpha \mid \alpha \in R, \underline{\alpha} \leq \alpha \leq \bar{\alpha}\} \quad (1)$$

称为有界闭区间也叫区间数, 简称区间. 实数域上所有有界闭区间的集合记为 $I(R)$. 则称

$$\alpha^c = \frac{\bar{\alpha} + \underline{\alpha}}{2} \quad (2)$$

为区间的中点或中值或均值. 称

$$\alpha^r = \frac{\bar{\alpha} - \underline{\alpha}}{2} \quad (3)$$

为区间的半径或离差. 因此,

$$\alpha^I = [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}] = \alpha^c + \alpha^r \Delta^I \quad (4)$$

式中 $\Delta^I = [-1, 1]$, 称为标准化区间. 这种表示方法称为区间的中心区间表示法.

2.2 转子系统固有频率的区间分析方法

$$M\ddot{z} + (C + G)\dot{z} + Kz = 0 \quad (5)$$

式中 $M = (m_{ij})$ 为正定的质量矩阵, $C = (c_{ij})$ 为半正定的阻尼矩阵, $G = (g_{ij})$ 为反对称陀螺矩阵, $K = (k_{ij})$ 为半正定刚度矩阵.

具有不确定性的转子振动问题都可划归为在矩阵约束

$$\begin{aligned} \underline{m}_{ij} &\leq m_{ij} \leq \bar{m}_{ij}, \quad \underline{c}_{ij} \leq c_{ij} \leq \bar{c}_{ij}, \\ \underline{g}_{ij} &\leq g_{ij} \leq \bar{g}_{ij}, \quad \underline{k}_{ij} \leq k_{ij} \leq \bar{k}_{ij} \end{aligned} \quad (6)$$

下的转子自由振动问题. 经状态变换后, 对应的广义特征值问题为

$$Au = \lambda Bu \quad (7)$$

$$v^T A = \lambda v^T B \quad (8)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & -K \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C + G \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中 u, v 为复特征值 λ 的右特征向量和左特征向量. 相应的约束条件式(6)变为

$$\underline{A} \leq A \leq \bar{A}, \quad \underline{B} \leq B \leq \bar{B} \quad (10)$$

其中

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{m}_{ij} & 0 \\ 0 & (-\bar{k}_{ij}) \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{m}_{ij} & 0 \\ 0 & (-\underline{k}_{ij}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 & \underline{m}_{ij} \\ \underline{m}_{ij} & (\underline{c}_{ij} + \underline{g}_{ij}) \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{m}_{ij} \\ \bar{m}_{ij} & (\bar{c}_{ij} + \bar{g}_{ij}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

根据区间矩阵的表示方法和含义, 式(10)可以写成

$$A \in A^1, B \in B^1 \quad (13)$$

利用式(13),由区间数学的含义,式(7)和式(8)可以写为

$$A^1 u = \lambda B^1 u \quad (14)$$

$$v^T A^1 = \lambda v^T B^1 \quad (15)$$

于是问题转化为求满足上式条件的各阶复特征值 λ_i 所在的区间。

$$\lambda_i = \lambda_{ir}^1 + \sqrt{-1} \lambda_{iy}^1 = \lambda_{ci} + \delta \lambda_i^1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

其中 λ_{ir} 和 λ_{iy} 分别为复特征值 λ_i 的实部和虚部。

由区间矩阵的中心表示法,广义特征值问题可以写为

$$(A^c + \Delta A^1)u = \lambda(B^c + \Delta B^1)u \quad (17)$$

从而,根据区间矩阵的含义,任取矩阵 $\delta A \in \Delta A^1$ 和 $\delta B \in \Delta B^1$,则存在矩阵 $A \in A^1$ 和 $B \in B^1$ 满足下面等式,即

$$A = A^c + \delta A, B = B^c + \delta B \quad (18)$$

这样,区间矩阵对 $\langle A^1, B^1 \rangle$ 的广义特征值问题又可写为

$$(A^c + \delta A)u = \lambda(B^c + \delta B)u \quad (19)$$

式中,矩阵 δA 和 δB 满足约束条件

$$-\Delta A \leq \delta A \leq \Delta A, -\Delta B \leq \delta B \leq \Delta B \quad (20)$$

在区间矩阵 A^1 和 B^1 的不确定量 ΔA 和 ΔB 比较小的情况下,区间矩阵的广义特征值问题式(14)可以化为在矩阵约束式(20)下,中心矩阵 A^c 和 B^c 的特征值摄动问题式(19)。

利用区间数学中的自然区间扩张理论,可得复特征值 λ_i 所在的区间为

$$\lambda_i = \lambda_{ir}^1 + \sqrt{-1} \lambda_{iy}^1 = \lambda_{ci} + \delta \lambda_i^1 \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda_{ir}^1 = & \lambda_{ar} + (v_{ar}^T \Delta A^1 u_{ar} - v_{ay}^T \Delta A^1 u_{ay}) - \\ & \lambda_{ar} (v_{ar}^T \Delta B^1 u_{ar} - v_{ay}^T \Delta B^1 u_{ay}) + \\ & \lambda_{ay} (v_{ar}^T \Delta B^1 u_{ay} + v_{ay}^T \Delta B^1 u_{ar}) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{iy}^1 = & \lambda_{ay} + (v_{ar}^T \Delta A^1 u_{ay} + v_{ay}^T \Delta A^1 u_{ar}) - \\ & \lambda_{ay} (v_{ar}^T \Delta B^1 u_{ar} - v_{ay}^T \Delta B^1 u_{ay}) - \\ & \lambda_{ar} (v_{ar}^T \Delta B^1 u_{ay} + v_{ay}^T \Delta B^1 u_{ar}) \end{aligned} \quad (23)$$

经区间运算可得

$$\lambda_{ir}^1 = [\lambda_{ar} - \Delta \lambda_{ir}, \lambda_{ar} + \Delta \lambda_{ir}] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (24)$$

$$\lambda_{iy}^1 = [\lambda_{ay} - \Delta \lambda_{iy}, \lambda_{ay} + \Delta \lambda_{iy}] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (25)$$

其中

$$\Delta \lambda_{ir} = \left| \begin{aligned} & v_{ar}^T \Delta A^1 u_{ar} - v_{ay}^T \Delta A^1 u_{ay} - \\ & \lambda_{ar} (v_{ar}^T \Delta B^1 u_{ar} - v_{ay}^T \Delta B^1 u_{ay}) + \\ & \lambda_{ay} (v_{ar}^T \Delta B^1 u_{ay} + v_{ay}^T \Delta B^1 u_{ar}) \end{aligned} \right| \quad (26)$$

$$\Delta \lambda_{iy} = \left| \begin{aligned} & v_{ar}^T \Delta A^1 u_{ay} + v_{ay}^T \Delta A^1 u_{ar} - \\ & \lambda_{ay} (v_{ar}^T \Delta B^1 u_{ar} - v_{ay}^T \Delta B^1 u_{ay}) - \\ & \lambda_{ar} (v_{ar}^T \Delta B^1 u_{ay} + v_{ay}^T \Delta B^1 u_{ar}) \end{aligned} \right| \quad (27)$$

式(26)、式(27)中,各式满足方程

$$A^c u_{ci} = \lambda_{ci} B^c u_{ci} \quad (28)$$

$$v_{ci}^T A^c = \lambda_{ci} v_{ci}^T B^c \quad (29)$$

$$v_{ci}^T B^c u_{ci} = 1 \quad (30)$$

根据公式(25)和(27),可得转子系统固有频率所在的区间为

$$f_i^1 = [f_{ci} - \Delta f_i, f_{ci} + \Delta f_i] \quad i = 1, 2, \dots, n$$

其中 $f_{ci} = \lambda_{ci}/2\pi, \Delta f_i = \Delta \lambda_{iy}/2\pi$ 。

3 数值算例

3.1 单盘转子固有频率区间分析

单盘非对称转子模型如图4所示,转子系统各参数如下:圆盘质量 $m = 20 \text{ kg}$,极转动惯量为 $0.144 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,直径转动惯量为 $0.072 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,转轴的跨度为 0.75 m ,直径为 0.06 m , $L_1 = 0.1 \text{ m}$, $L_2 = L_3 = 0.15 \text{ m}$,设2点支承刚度 K_2 ,密度 ρ 和弹性模量 E 是区间参数,取 $K_2 = [K_2^c - \beta K_2^c, K_2^c + \beta K_2^c]$, $\rho = [\rho^c - \beta \rho^c, \rho^c + \beta \rho^c]$, $E = [E^c - \beta E^c, E^c + \beta E^c]$,其中 $K_2^c = 3.0 \times 10^6 \text{ N/m}$, $\rho^c = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $E^c = 200 \text{ GPa}$ 。其他参数为确定性参数,1支点支承刚度 $K_1 = 1.0 \times 10^8 \text{ N/m}$,转速 $\omega = 6000 \text{ r/min}$ 。

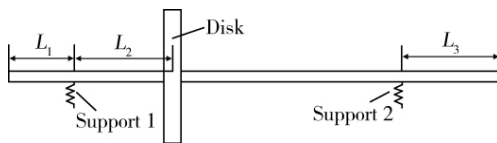


图4 单盘转子模型

Fig. 4 Model of a single-disk rotor

应用摄动法进行转子系统固有特性的区间分析,取不确定性系数 $\beta = 0.05$,得到前三阶模态的固有频率如表1所示,相应的模态振型如图5所示。

表1中 k 为频率序号; f_i^c 为固有频率的均值, $\underline{f_i^p}$ 和 $\overline{f_i^p}$ 分别为摄动法计算得到的固有频率下界和上界; $\underline{f_i^a}$ 和 $\overline{f_i^a}$ 分别为组合法计算得到的

精确的固有频率下界和上界^[7]. 从图 5 中可以看出,通过摄动法得到的转子系统固有频率上下界与真实值差距非常小,误差小于 0.05%.

表 1 固有频率的区间上下界
Table 1 Upper and lower bounds of the nature frequencies

<i>k</i>	Hz				
	f_i^c	f_i^p	$\overline{f_i^p}$	f_i^a	$\overline{f_i^a}$
1	93.656	89.616	97.695	89.667	97.751
2	99.614	95.372	103.857	95.429	103.918
3	251.085	242.785	259.384	242.834	259.449
4	251.191	242.967	259.415	243.027	259.492
5	581.948	566.751	597.144	567.004	597.423
6	644.836	627.401	662.271	627.752	662.653

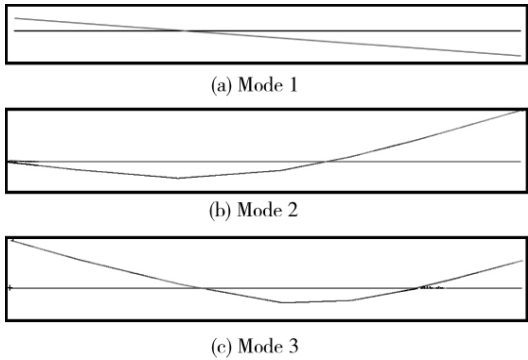


图 5 转子系统前三阶振型图

Fig. 5 First three vibration mode shapes of the rotor

图 6 中列出了利用本文方法求得的固有频率的区间随着 β 的变化曲线与真实值曲线之间的对比,从图中可以看出,当 β 小于 0.05 时,计算得到的固有频率区间基本与真实值一致,随着 β 由 0.05 升至 0.2,误差逐渐增大,但最多不超过 0.8%.

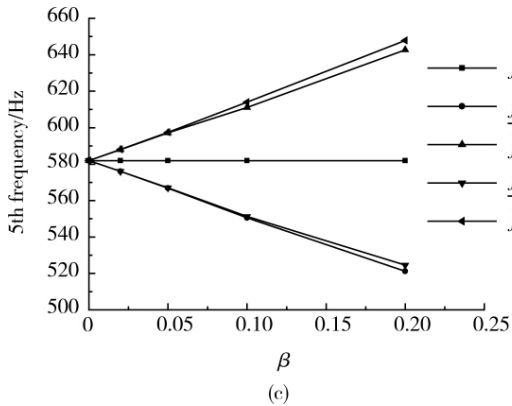
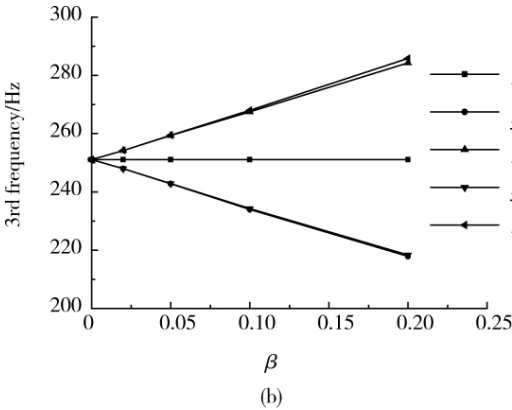
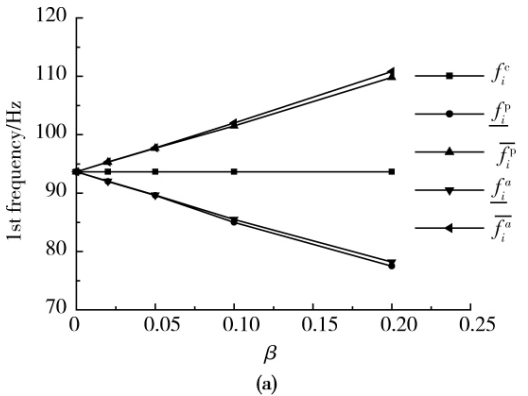


图 6 随 β 变化的固有频率曲线与真实值曲线对比

Fig. 6 Comparison of the region curves of the natural frequencies yielded by the interval perturbation method and actual ones

3.2 某涡扇发动机临界转速对特征参数灵敏度分析

某小型涡扇发动机结构如图 7 所示,该发动机由 3 个套齿联轴器将风扇盘、风扇轴、压气机转子和涡轮转子串联连接,发动机有 4 个支承轴承.

根据参考文献[11-12],套齿连接结构等效刚度系数可以定义为

$$\epsilon_e = K_c / K \tag{32}$$

其中 K_c 为套齿连接结构的真实刚度, K 为等效轴段的刚度.

本文进行动力特性区间分析中三个套齿连接结构 SJ-1, SJ-2, SJ-3 的等效刚度系数 $\epsilon_{e1}, \epsilon_{e2}$ 以及 ϵ_{e3} 的区间均为 $[0.6, 0.8]$. 1, 2, 3 号轴承支承刚度为 1×10^8 N/m, 由于 4 号支承位置靠近涡轮, 受不确定性温度的影响, 其支承刚度 K_{s4} 取 $[0.8 \times 10^8, 1.0 \times 10^8]$ N/m.

图 8 给出了运用摄动法进行动力特性区间计算得到的转子系统坎贝尔图, 相应的各阶模态振

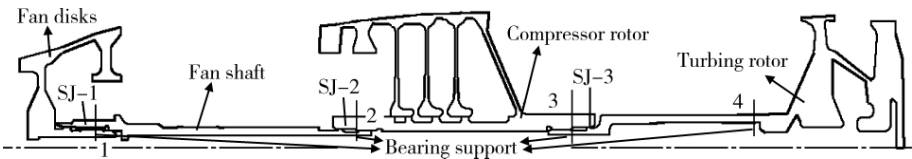


图 7 涡扇发动机结构简图

Fig. 7 Diagram of rotor structure

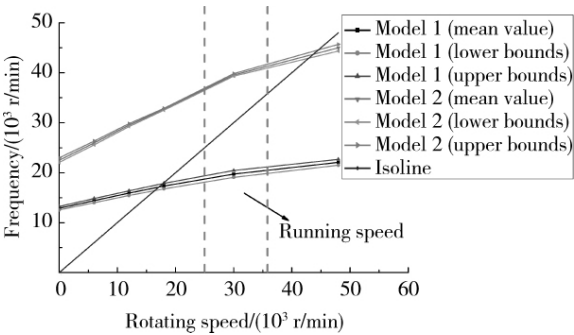


图 8 转子系统坎贝尔图

Fig. 8 Campbell diagram of interval rotor structure

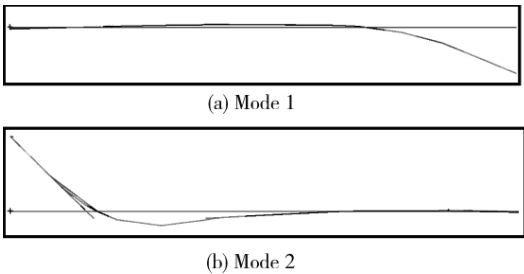


图 9 转子系统前两阶模态振型

Fig. 9 First two vibration modes of integral rotor

型如图 9 所示. 从图 9 中可以看出, 转子系统一阶模态为涡轮转子局部振动, 二阶模态为风扇转子局部振动. 计算得到的临界转速的区间如表 2 所示.

表 2 临界转速区间分布
Table 2 Interval critical speeds

模态	临界转速 区间/(r/min)	确定性临界 转速/(r/min)
ω_{cr1}	[16 400, 17 835]	17 118
ω_{cr2}	[42 915, 44 575]	43 745

从表 2 中可以看出, 相对于确定性分析方法得到的临界转速(均值), 使用区间方法分析得到的临界转速为一个转速区间范围. 当缺少样本和统计数据时, 使用区间方法进行发动机动力特性分析是较为准确的, 是十分必要的.

为了比较各不确定性参数对转子系统动力特性的影响, 根据文献[13], 结构的相对灵敏度可以定义为

$$r_i = \frac{\Delta u_i}{\Delta b_i} \quad (33)$$

$$k_i = r_i b_i \quad (34)$$

其中 r_i 和 k_i 分别为绝对灵敏度 and 相对灵敏度, u_i 和 b_i 分别为目标函数和设计变量.

计算得到转子系统前两阶临界转速 ω_{cr1} 和 ω_{cr2} 对 3 个套齿连接结构 SJ-1, SJ-2, SJ-3 的等效刚度系数 $\epsilon_{e1}, \epsilon_{e2}, \epsilon_{e3}$ 以及 4 支点支承刚度 K_{s4} 的相对灵敏度 k_1, k_2 如表 3 所示. 从表中可以看出, 对转子系统一阶临界转速影响最大的参数为 4 支点支承刚度, 其次为 3 号套齿等效刚度, 而 1, 2 号套齿等效刚度基本无影响. 从图 9 中也可以看出, 这是由于一阶模态振型为涡轮转子局部振动所致. 同理, 由于二阶模态为风扇转子局部振动, 对其影响最大的参数为 2 号套齿等效刚度, 其次为 1 号套齿等效刚度, 而 3 号套齿等效刚度和 4 支点支承刚度基本无影响.

表 3 一、二阶临界转速对各参数灵敏度

Table 3 Sensitivity of 1st and 2nd critical speeds

参数	ϵ_{e1}	ϵ_{e2}	ϵ_{e3}	K_{s4}
k_1	0.15	0.9	170.1	6 800
k_2	219	3 217.8	0.2	3

4 结 论

当转子结构参数在一定范围内变化时, 转子固有频率也必然在一定的范围内变化. 这样确定转子各阶固有频率所在的区域便有着重要的工程意义和理论意义. 区间数学为确定转子系统固有频率区域提供了有效的理论和方法. 将区间数学和摄动理论相结合, 提出了一种近似求解转子固有频率区域的区间摄动法. 应用该方法, 不需要知道不确定量的概率分布特征, 符合转子系统动力特性计算的工程要求, 只要结构参数的不确定量

比较小,通过区间摄动法,可以计算出满足工程要求的转子临界转速所在区域.

参考文献:

- [1] 李剑中,杨秀宽,黄洪钟,等.单圆盘转子系统模糊动力可靠性设计研究[J].大连理工大学学报,2003,43(6):768-770.
LI Jianzhong, YANG Xiukuan, HUANG Hongzhong, et al. Research on fuzzy dynamic reliability design of single-rotor system[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2003, 43(6): 768-770. (in Chinese)
- [2] QIU Yazhao, Singiresu S R. A fuzzy approach for the analysis of unbalanced nonlinear rotor systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 284(1-2): 299-323.
- [3] YAO Hongliang, HAN Qingkai, WEN Bangchun. The application of fuzzy random finite element method on rotor dynamics[C]//The proceedings of the 8th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics. Seoul, Korea: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science(IFTToMM), 2010: 103-107.
- [4] 邱志平.非概率集合理论凸方法及其应用[M].北京:国防工业出版社,2005.
QIU Zhiping. Convex method based on non-probabilistic set-theory and its application[M]. Beijing: Defense Industry Press, 2005. (in Chinese)
- [5] QIU Zhiping, WANG Xiaojun. Comparison of dynamic response of structures with uncertain-but-bounded parameters using non-probabilistic interval analysis method and probabilistic approach[J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40(20): 5423-5439.
- [6] McWilliam S. Anti-optimization of uncertain structures using interval analysis[J]. Computers and Structures, 2001, 79(4): 421-430.
- [7] HONG Jie, CHEN Meng, LIU Shuguo. Application of whole engine finite element models in aero-engine rotordynamic simulation analysis[R]. ASME GT2007-27162, 2007.
- [8] Moore J J, Vannini G, Camatti M, et al. Rotordynamic analysis of a large industrial turbo-compressor including finite element substructure modeling[R]. ASME GT 2006-90481, 2006.
- [9] Shinozaki M, Funatogawa O, Kobayashi M. Study of stator structure modeling for rotor dynamic analysis[R]. ASME GT2001-254, 2001.
- [10] Cavalca K L, Cavalcante P F, Okabe E P. An investigation on the influence of the supporting structure on the dynamics of the rotor system[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 19(1): 157-174.
- [11] LIU Shuguo, WANG jun, HONG Jie, et al. Dynamics design of the aero-engine rotor joint structures based on experimental and numerical study[C]//Proceedings of ASME Turbo Expo 2010; Power for Land, Sea and Air. Glasgow, UK: ASME, 2010: 49-60.
- [12] 李俊慧.航空发动机转子连接结构动力学设计方法研究[D].北京:北京航空航天大学,2009.
LI Junhui. A study on dynamics design method and test of aero-engine rotor joint structures [D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009. (in Chinese)
- [13] HONG Jie, CHEN Meng, MA Yanhong, et al. Rotordynamic analysis method of small turbo-fan engine based on finite element models[C]//Proceedings of ASME Turbo Expo 2010; Power for Land, Sea and Air. Glasgow, UK: ASME, 2010: 167-174.