

文章编号:1000-8055(2012)01-0089-08

# 碳纤维增强点阵夹芯结构的 散热承载协同优化

张 磊, 邱志平

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 在散热性能分析中,解析地给出了点阵夹芯结构的整体传热系数和等效压降,定义了散热性能指标.通过连续介质力学的方法和经典的层合理论,并通过串并联模型给出了碳纤维增强点阵夹芯结构整体的刚度特性.在满足既定的承载要求和一定的散热要求约束下,提出了一种对碳纤维增强点阵夹芯结构进行多功能优化设计的协同优化方法,在设计中采用了更符合工程实际的基于分枝定界法的混合离散优化方法,得到了夹芯结构质量函数的最小值,从而实现了轻质的目的.同时对不同结构形式的芯子做了相应的比较和分析,结果表明:金字塔型点阵夹芯结构在实现轻质的同时,具有较强的散热能力,而且承载能力更好,更为轻质高效.

**关 键 词:** 碳纤维增强; 点阵夹芯结构; 散热; 等效刚度; 协同优化方法

**中图分类号:** O213.2

**文献标志码:** A

## Collaborative optimization of heat dissipation and load capacity for sandwich structures with carbon fiber reinforced lattice truss cores

ZHANG Lei, QIU Zhi-ping

(School of Aeronautic Science and Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** The overall heat transfer coefficients and equivalent pressure loss of lattice truss sandwich structures were derived in analytical forms as well thermal performance index was defined in heat dissipation analysis. The overall effective stiffness of lattice truss sandwich structure was analyzed by continuum method combined with classical lamination theory and series parallel model. Multifunctional collaborative optimal design for sandwich structures with carbon fiber reinforced lattice truss cores was presented with satisfying heat dissipation and load capacity constraints, the optimum weight of sandwich structures was obtained using discrete hybrid optimization method based on branch and bound approach. The results demonstrate that pyramidal lattice truss sandwich structures provide higher levels of heat dissipation efficiency and load capacity, more ultralight and efficiently, by analyzing and comparing different types of truss cores.

**Key words:** carbon fiber reinforced; lattice truss sandwich structure;  
heat dissipation; effective stiffness; collaborative optimization

**收稿日期:**2011-06-13; **修订日期:**2011-12-03

**基金项目:**国家自然科学基金重大研究计划项目(90816024); 高等学校学科创新引智计划项目(B07009)

**作者简介:**张磊(1982—),男,安徽蚌埠人,博士,主要从事多功能复合材料夹芯结构研究.

E-mail:zhanglei\_buaa@gmail.com

点阵结构材料作为一种通过模拟分子点阵构型而设计出来的多孔有序微结构材料, 由于具备轻质、高强、可控的优化设计能力以及满足多功能化要求的特点, 点阵材料作为结构已经开始应用于航天和卫星结构中, 并成为 21 世纪前沿热点研究的材料之一<sup>[1-3]</sup>.

除减重之外, 点阵材料的开放式结构也使得点阵材料具备其他多种功能. 点阵材料除了具有优良的力学性能外, 还可同时满足热学、声学、能量吸收等多功能需求. 由于点阵材料内部存在连续通道, 也是一种理想的散热结构, 可以作为新型的紧凑型散热器应用于超声速飞机、宇宙飞船等的主动冷却. 近年来很多学者开展了以承载和散热性能为目标的点阵材料结构性能分析与力热一体化优化设计的研究工作<sup>[4]</sup>. 针对点阵材料的传热效能与结构承载能力, Gu 等<sup>[5]</sup>构造了能同时表征多孔结构力学及热学性能的评价指标, 优化设计了二维点阵的构型并进行了比较. Lu 等<sup>[4]</sup>研究了三维点阵结构的散热性能并进行了优化设计.

通过优化设计, 点阵夹芯可设计成具有拉伸主导型应力状态的结构<sup>[6]</sup>; 即当受剪应力载荷时, 点阵杆件处于拉/压状态而不产生弯曲变形. 碳纤维材料优越的单向力学性能使得其非常适合于点阵夹芯. 与传统的泡沫、蜂窝以及金属点阵等夹芯结构相比, 这种新型的碳纤维增强点阵夹芯结构不仅具有密度低、比强度和比刚度高等优点, 同时还具备散热快等多功能特性. 目前对点阵材料的研究主要集中在金属点阵材料方面, 而对这种新型碳纤维增强点阵夹芯结构的性能分析与多功能优化设计的研究还少见报道. 研究开发这种碳纤维增强点阵夹芯结构的集散热、承载于一体的多功能特性对于未来航空航天的发展是十分必要的. 本文针对碳纤维增强点阵夹芯结构从散热和承载两方面进行了性能分析, 并对其进行了多功能协同优化设计, 以寻求更优质高效的点阵夹芯结构.

## 1 点阵夹芯结构散热性能分析

本文所研究的新型碳纤维增强点阵夹芯结构如图 1 所示是由碳纤维复合材料一体加工成型, 兼备点阵结构一切轻质和多功能的优势, 这种碳纤维增强点阵夹芯结构是一种兼有镁铝合金的轻质性与钛合金的高强度和高刚度的良好的轻质材料.

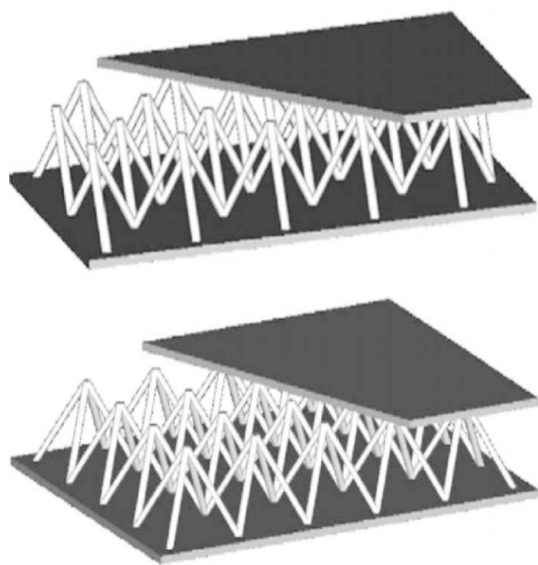


图 1 四面体和金字塔型碳纤维增强点阵夹芯结构示意图

Fig. 1 Schematic of tetrahedral and pyramidal sandwich structure with carbon fiber reinforced lattice truss cores

### 1.1 模型描述

点阵夹芯结构的上下表面一端恒温, 一端隔热, 冷却气体(flow)流经夹芯结构, 截面内均匀分布的点阵夹芯杆件的长度为  $l$ . 气体通过强迫对流的方式与结构产生热交换. 该物理过程只包括结构截面内的热传导和杆件表面对流换热两个传热过程. 假设气体在结构内为充分发展层流. 散热分析模型如图 2 所示.

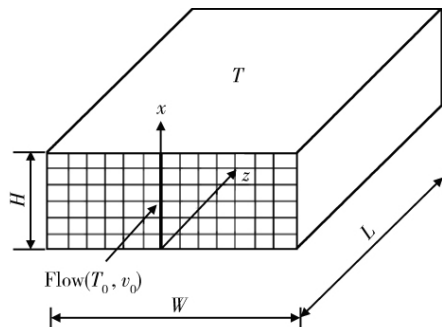


图 2 点阵夹芯结构散热分析模型

Fig. 2 Heat dissipation analysis model of lattice truss sandwich structure

### 1.2 点阵夹芯结构的散热性能指标

不考虑结构壁面的热量损失, 在达到热稳态时, 在第  $n$  个胞元内各杆件温度  $T_s(\eta, n)$  的控制方程和边界条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T_s(\eta, n)}{\partial \eta^2} - \frac{h_{\text{strut}} P}{k_s A_{\text{strut}}} [T_s(\eta, n) - T_f(n)] = 0 \\ -k_s \frac{\partial T_s}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = q_1 \\ \frac{\partial T_s}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\eta$  为表征杆件轴向位置的局部坐标,  $T_s$  为杆件的温度,  $T_f$  流体的温度,  $h_{\text{strut}}$  为沿杆件表面的传热系数,  $P$  为杆件周长,  $A_{\text{strut}}$  为杆件的横截面积, 令  $m^2 = h_{\text{strut}} P / k_s A_{\text{strut}}$ .

方程(1)的解为

$$T_s(\eta, n) = T_f(n) + \frac{q_1}{k_s m} \frac{\cos[m(l - \eta)]}{\sin(ml)} \quad (2)$$

为计算进入每个杆件的热流率  $q_1$ , 还需要利用能量守恒条件, 即

$$qWL = [f_w q_w + (1 - f_w) q_1] WL \quad (3)$$

式中  $q_w$  表示由表面进入流体的热流量,  $f_w$  表示与流体直接接触的部分占面板总面积的比例, 热流量的分布  $q_w = h(T_w - T_f)$ , 其中  $T_w = T_s(\eta = 0)$ .

由此可给出进入每个杆件的热流率  $q_1$  的表达式为

$$q_1 = \frac{S_x S_y q}{(S_x S_y - \pi r^2) \frac{h_{\text{strut}} \cos(ml)}{k_s m \sin(ml)} + 3\pi r^2} \quad (4)$$

单胞内的平均 Nusselt 数为<sup>[4]</sup>

$$Nu_{d_p} = \frac{h_{\text{cell}} d_p}{k_f} \quad (5)$$

其中

$$h_{\text{cell}} = \frac{q}{\Delta T} = \frac{q}{T_w - T_f} \quad (6)$$

进一步可得到夹芯结构层次的整体传热系数为

$$Nu_h = Nu_{d_p} \frac{H}{d_p} = Hm \frac{k_s}{k_f} \tan(ml) \times \frac{(S_x S_y - \pi r^2) \frac{h_{\text{strut}} \cos(ml)}{k_s m \sin(ml)} + 3\pi r^2}{S_x S_y} \quad (7)$$

对于点阵材料, 因为每个单胞的压降更容易定义(主要有形状阻力引起), 所以用  $K_{\text{cell}}$  来表示点阵结构的压降<sup>[7]</sup>.

$$K_{\text{cell}} = \left( \frac{1 - R_{\text{open}}}{R_{\text{open}}} \right)^2 \quad (8)$$

式中  $R_{\text{open}}$  表示开口面积与垂直于流动方向的横截面积之比.

一般来说, 夹层结构的散热性能是由结构的热交换率与压降的比来标定, 这个比值越大就说明该结构的散热性能越好. 因此将点阵夹芯结构的散热性能指标定义如下:

$$I_1 = \frac{Nu_h}{K_{\text{cell}}} \quad (9)$$

图 3 给出了芯子杆件与面板夹角  $\theta = 35.26^\circ$  时两种类型点阵夹芯结构的散热性能  $I_1$  随夹芯厚度  $H$  与芯子杆件直径  $d$  比值的变化曲线. 从结果中可以看到点阵夹芯结构的散热性能随着  $H/d$  的增大而增大, 金字塔型点阵夹芯呈现出更好的散热性能, 而四面体点阵夹芯的散热性能稍差, 这说明了夹芯结构的散热性能主要以芯子杆件的热传导为主, 金字塔型夹芯比四面体夹芯胞元的杆件数更多, 提高了其散热性能.

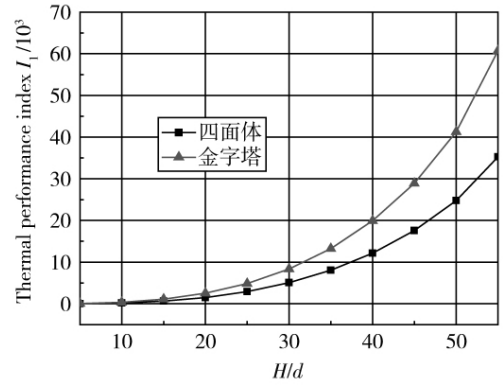


图 3 夹芯结构的散热性能随  $H/d$  的变化曲线

Fig. 3 Thermal performance index of sandwich structure versus  $H/d$

对于点阵夹芯结构, 其芯体的相对密度(芯体密度除以母体材料的密度)  $\rho = r(\omega)(r/l)^2$ , 四面体芯体  $r(\omega) = 2\pi/(\sqrt{3}\cos^2\omega\sin\omega)$ , 金字塔芯体  $r(\omega) = 2\pi/(\cos^2\omega\sin\omega)$ , 其中  $r$  和  $l$  为芯体杆件的半径与长度,  $\omega$  为芯体杆件与上下面板的夹角.

图 4 给出了两种类型点阵夹芯结构的散热性能  $I_1$  随相对密度  $\rho$  的变化曲线. 从结果中可以看到金字塔型点阵夹芯同样呈现出更好的散热性能, 而四面体点阵夹芯的散热性能稍差, 这说明达到同样的散热效果, 金字塔型点阵夹芯结构的材料用量比四面体点阵夹芯结构的要更少, 说明金字塔型点阵夹芯结构更为轻质高效.

### 1.3 点阵夹芯结构的尺寸与热交换性能的关系分析

对于所研究的点阵夹芯结构来说, 相对密度

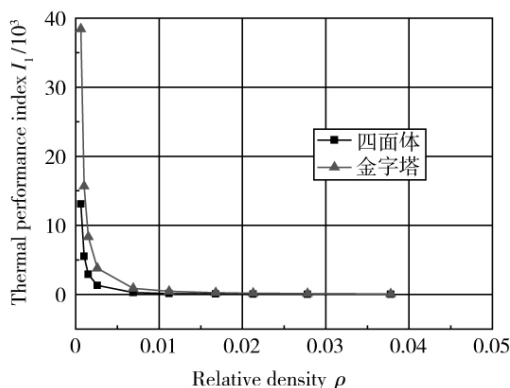
图 4 夹芯结构的散热性能随相对密度  $\rho$  的变化曲线

Fig. 4 Thermal performance index of sandwich structure versus relative density  $\rho$

增大和表面密度的提高对整体换热能力的提升有很大作用. 在这里, 无论是相对密度还是表面密度实质上取决于结构的形状尺寸参数.

对于四面体型夹芯, 点阵夹芯结构的表面密度表达式分别为

$$\phi = \frac{4\pi r l + \sqrt{3}l^2 \cos \omega - 2\pi r^2}{\sqrt{3}Hl^2 \cos^2 \omega} \quad (10)$$

假定芯体的杆半径  $r$  为定值, 表面密度是关于杆长  $l$  和芯体高度  $H$  的函数. 将表面密度分别对  $l$  和  $H$  求导并令其等于 0, 可取到表面密度的最大值.

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial l} = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial H} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

由式(11)可得关系式:

$$(\pi + 2\sqrt{3})l^4 - 2(\pi + \sqrt{3})l^2 H^2 - 3\pi H^4 = 0 \quad (12)$$

在结构尺寸参数满足上式时, 其相对应的整体换热性能相对较优. 式(12)两边同除  $l^4$  可得到以  $H/l$  为自变量的函数关系式, 可得到  $H/l = \sin \omega \approx 0.69$ , 即四面体结构角度  $\omega$  约为  $44^\circ$  时, 其整体的换热性能相对较优.

对于金字塔型结构同样可以得到  $H/l = \sin \omega \approx 0.68$ , 即当金字塔结构角度  $\omega$  约为  $43^\circ$  时, 其整体的换热性能相对较优.

## 2 碳纤维增强点阵夹芯结构的承载性能分析

### 2.1 碳纤维点阵夹芯的等效刚度

点阵材料的杆件单元为形状规则的直杆, 且满足拉伸主导型构造, 胞元按周期性排列. 点阵材

料的主要构型有: 四面体型、金字塔型、Kagome 型等<sup>[8-10]</sup>, 如图 5 所示.

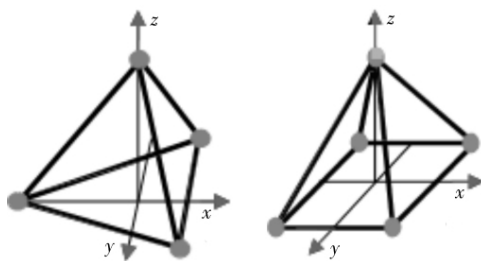


图 5 四面体和金字塔型点阵胞元示意图

Fig. 5 Schematic of tetrahedral and pyramidal lattice truss cores

点阵结构满足平面拉伸主导型几何构型, 每根杆件单元只产生轴向变形与轴向应力. 将点阵胞元等效为连续介质典型单元, 在连续介质典型单元体系下设立整体坐标系, 通过杆单元的局部坐标系与整体坐标系之间的转换关系, 可以得到计算点阵结构的等效连续介质刚度矩阵<sup>[6]</sup>.

点阵材料由  $n$  组方向不同的连续杆单元组成, 其中第  $i$  组单元的轴向变形为  $\epsilon_i$ , 轴向力为  $f_i$ , 则杆单元的变形矩阵  $\epsilon' = [\epsilon_1 \ \epsilon_2 \ \cdots \ \epsilon_n]$ , 轴向力矩阵  $f' = [f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_n]$ , 且满足

$$f' = R_N \epsilon' \quad (13)$$

其中

$$R_N = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & r_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & r_n \end{bmatrix}, \quad r_i = \frac{EA_i}{S_i} \quad (14)$$

式中  $E$  为杆单元的模量,  $A_i$  是第  $i$  组杆单元的截面积,  $S_i$  第  $i$  组杆单元为每根杆件所占据的空间面积.

等效连续介质应力与应变与  $\epsilon, f$  之间存在如下转换关系:

$$\epsilon' = G_\epsilon \epsilon, \quad \sigma = G_\epsilon^T f' \quad (15)$$

式中  $G_\epsilon$  为应变转换矩阵.

将式(15)代入式(13)中, 得到主坐标轴下的应力应变关系和等效刚度矩阵  $C$

$$\sigma = G^T f' = G^T R_N \epsilon' = G^T R_N G_\epsilon \epsilon = C \epsilon \quad (16)$$

由于刚度矩阵与柔度矩阵互逆, 可得到点阵结构的柔度矩阵为

$$S = C^{-1} \quad (17)$$

由于点阵胞元正交各向异性, 我们可以得到

点阵胞元的刚度特性如下:

$$\begin{cases} E_{xc} = \frac{1}{s_{11}}, & E_{yc} = \frac{1}{s_{22}}, & E_{zc} = \frac{1}{s_{33}} \\ G_{yzc} = \frac{1}{s_{44}}, & G_{xzc} = \frac{1}{s_{55}}, & G_{xyc} = \frac{1}{s_{66}} \end{cases} \quad (18)$$

## 2.2 复合材料层合面板的等效刚度

复合材料单层板属于正交各项异性材料,一般将单层板的纤维铺设方向定义为 1 方向,与其垂直的面内方向定义为 2 方向. 工程中给出各种弹性常数来表征材料特性,刚度系数与弹性常数的关系为

$$\begin{cases} Q_{11} = E_1 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{12} = Q_{21} = \nu_{12}E_2 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{22} = E_2 / (1 - \nu_{12}\nu_{21}) \\ Q_{66} = G_{12} \end{cases} \quad (19)$$

其中  $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}$  和  $\nu_{21}$  为单层板的弹性常数.

单层板的主方向 1 与层合板的坐标  $x, y$  方向往往不一致,应力转换方程为

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中  $T$  为坐标转换矩阵.

由以上公式可推导得到

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = T^{-1} Q (T^{-1})^T \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

定义偏轴刚度矩阵为

$$\bar{Q} = T^{-1} Q (T^{-1})^T \quad (22)$$

则层合板拉伸刚度  $A$ , 耦合刚度  $B$ , 弯曲刚度  $D$  可由下式定义:

$$\begin{cases} A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \\ B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{cases} \quad (23)$$

为了避免耦合效应,工程中基本采用对称铺层形式. 本文研究中复合材料层合面板也均为对称铺层,不考虑耦合效应,即  $B = 0$ .

根据面内刚度  $A$  可求出复合材料层合面板的面内刚度模量<sup>[11]</sup>. 令  $a = A^{-1}$  则

$$\begin{cases} E_{xf} = \frac{1}{a_{11}t}, & E_{yf} = \frac{1}{a_{22}t} \\ \nu_{xyf} = \frac{a_{21}}{a_{11}}, & G_{xyf} = \frac{1}{a_{66}t} \end{cases} \quad (24)$$

以上由经典层合板理论得到了面板的面内刚度,在厚度方向可取单向板 2 方向(垂直纤维方向)刚度性能.

## 2.3 碳纤维增强点阵夹芯结构的整体刚度特性

前面分别对复合材料层合面板以及碳纤维点阵夹芯的刚度进行了预测,在此基础上可以叠加得到碳纤维增强点阵夹芯结构的整体刚度. 将点阵夹芯结构看成一个由夹芯和面板组成的三层准层状结构,在面内方向采用等应变假设(平均刚度法),在厚度方向采用等应力假设(平均柔度法),通过串并联模型可以得到碳纤维增强点阵夹芯结构的整体等效刚度. 其中  $v_f$  为层合面板的体积含量,  $v_c$  为夹芯的体积含量,各物理量中下标  $f$  和  $c$  分别代表面板和芯层.

$$\begin{cases} E_x = E_{xf}v_f + E_{xc}v_c, & E_y = E_{yf}v_f + E_{yc}v_c \\ E_z = \frac{E_{zf}E_{zc}}{E_{zf}v_c + E_{zc}v_f}, & G_{xy} = G_{xyf}v_f + G_{xyc}v_c \\ G_{xz} = \frac{G_{xzf}G_{xzc}}{G_{xzf}v_c + G_{xzc}v_f}, & G_{yz} = \frac{G_{yzf}G_{yzc}}{G_{yzf}v_c + G_{yzc}v_f} \end{cases} \quad (25)$$

结构的承载性能指标可视结构的用途而选择. 实际中夹芯结构的抗剪切能力会较大地影响结构的实际承载<sup>[12]</sup>,所以本文中选取夹芯结构面内抗剪切刚度  $G_{xy}$  来评价夹芯结构的承载能力.

图 6 给出了芯子杆件与面板夹角  $\theta = 35.26^\circ$  时两种类型点阵夹芯结构的承载性能  $G_{xy}$  随夹芯厚度  $H$  与芯子杆件直径  $d$  比值的变化曲线. 从结

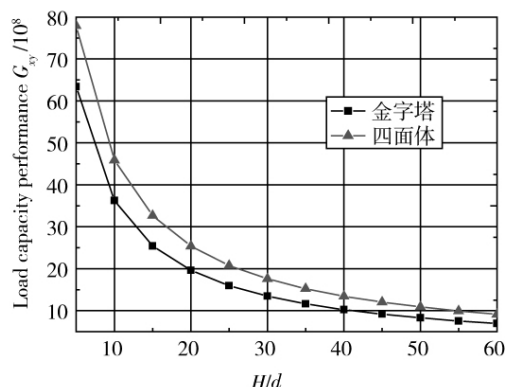


图 6 夹芯结构的承载性能随  $H/d$  的变化曲线

Fig. 6 Load capacity performance of sandwich structure versus  $H/d$

果中可以看到点阵夹芯结构的承载性能随着  $H/d$  的增大而减小,这与点阵夹芯结构的散热性能的变化趋势正好相反,这说明要想达到更好的承载性能就要牺牲一定的散热能力,相同的是金字塔型点阵夹芯呈现出更好的承载性能,而四面体点阵夹芯的承载性能稍差。

图 7 给出了两种类型点阵夹芯结构的承载性能  $G_{xy}$  随相对密度  $\rho$  的变化曲线。从结果中可以看到,与散热性能的变化趋势相同,金字塔型点阵夹芯同样呈现出更好的承载性能,更为轻质高效。

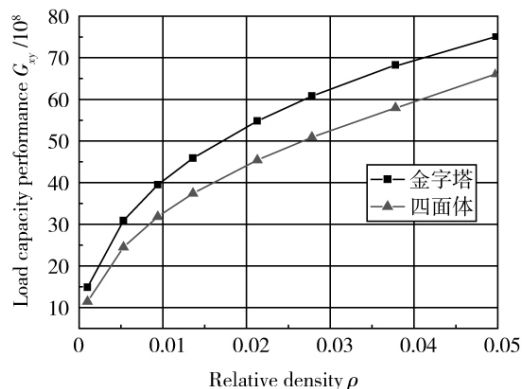


图 7 夹芯结构的承载性能随相对密度  $\rho$  的变化曲线

Fig. 7 Load capacity performance of sandwich structure versus relative density  $\rho$

### 3 多学科协同优化设计方法

协同优化方法在飞行器多学科设计领域已经得到了较为广泛的应用<sup>[13-15]</sup>。

协同优化算法将复杂的设计问题分解为一个系统级和几个学科级问题(如在本文碳纤维增强点阵夹芯结构的多功能优化设计中的,将散热、承载看作两个学科),每个学科不仅进行分析,而且进行优化。其设计思想是在优化时可以暂时不考虑其他学科的影响,只需要满足本学科的约束,学科级优化的目标是使该学科优化结果与系统级优化提供给该学科的目标值的差异达到最小;而各个学科级优化的结果的不一致性由系统级优化来协调,通过系统级优化和学科级优化之间的多次迭代,最终得到一个符合学科间一致性要求的系统最优设计方案。

#### 3.1 协同优化的数学模型

可以按照各个学科的设计变量和约束,将多学科优化问题分解成一个系统级优化问题和若干学科级优化问题,该算法的框架如图 8 所示<sup>[16]</sup>。

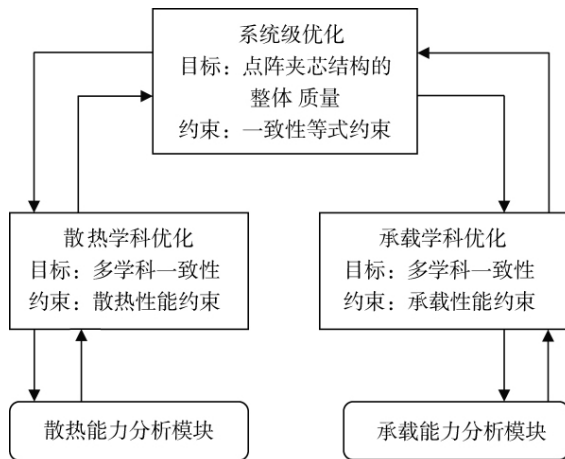


图 8 协同优化算法框架图

Fig. 8 Framework of collaborative optimization

协同优化过程中,协同优化算法通常由系统级优化向学科级分配系统级设计变量,学科级优化采用系统级设计变量分配值同学科级约束违背程度最小的点之间的距离的平方作为优化目标函数,而协同优化系统级的约束则使学科级目标函数趋近于 0,当系统级优化中所有约束为 0 时,则说明当前设计点即满足各个学科的约束条件,又能够使系统的目标函数最优。

#### 3.2 优化设计问题描述

本文碳纤维增强点阵夹芯结构的芯子选用了四面体点阵夹芯与金字塔型点阵夹芯两种芯子结构如图 1 所示,面板采用复合材料层合面板,芯子材料为碳纤维;面板采用 T300 型纤维,BA9512 型基体,其铺层方式为  $[0/\theta_1/\theta_2/0]_s$ 。优化目标为碳纤维增强点阵夹芯结构的整体质量,包括点阵夹芯和面板的质量。约束条件包括碳纤维增强点阵夹芯结构的散热性能要求和承载性能要求。

利用多学科协同优化方法将碳纤维增强点阵夹芯结构的多功能优化设计问题分解为一个系统级优化问题和散热子系统、承载子系统优化问题。散热子系统的优化设计变量  $X_{\text{heat}} = X(x_1, x_2, x_3)$  选取为芯体的厚度  $H$ 、芯体杆件的直径  $d$ 、芯体杆件与面板的夹角  $\theta$ ,约束条件为本文中定义的散热性能指标  $I_1$  满足设计要求;承载子系统的优化设计变量  $X_{\text{load}} = X(x_1, x_2, \dots, x_6)$  选取为芯体的厚度  $H$ 、芯体杆件的直径  $d$ 、芯体杆件与面板的夹角  $\theta$ 、层合板单层的厚度  $t$  与铺层角度  $\theta_1, \theta_2$ ,约束条件为本文中选取的承载性能指标  $G_{xy}$  满足设计要求。系统级优化的设计变量  $X_{\text{sys}} = X(x_1, x_2, x_3)$  选取为两个学科的耦合设计变量  $H, d, \theta$ 。

设计变量的取值范围见表 1.

表 1 设计变量取值范围  
Table 1 Value ranges of design variables

| 设计变量                               | 取值范围    |
|------------------------------------|---------|
| 芯体厚度 $H/\text{mm}$                 | 10~40   |
| 芯体杆件直径 $d/\text{mm}$               | 1~4     |
| 芯体杆件与面板夹角 $\theta/(\text{^\circ})$ | 15~60   |
| 层合板单层厚度 $t/\text{mm}$              | 0.1~0.3 |
| 铺层角度 $\theta_1/(\text{^\circ})$    | -90~90  |
| 铺层角度 $\theta_2/(\text{^\circ})$    | -90~90  |

1) 系统级优化问题表述为

$$\begin{aligned} \min \quad & W_{\text{sandwich}}(X_{\text{sys}}) \\ \text{s. t.} \quad & J_{\text{load}}(X_{\text{sys}}, X_{\text{load}}^*) = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{x_{\text{sys}i} - x_{\text{load}i}^*}{x_{\text{imax}} - x_{\text{imin}}} \right)^2 \leq \epsilon_1 \\ & J_{\text{heat}}(X_{\text{sys}}, X_{\text{heat}}^*) = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{x_{\text{sys}i} - x_{\text{heat}i}^*}{x_{\text{imax}} - x_{\text{imin}}} \right)^2 \leq \epsilon_2 \\ & X_{\text{sys}} = X(x_1, x_2, x_3) \end{aligned} \tag{26}$$

式中  $J_{\text{load}}, J_{\text{heat}}$  分别为系统级关于承载和散热学科的两个一致性约束,  $X_{\text{sys}}$  为系统级设计变量. 本文采用动态松弛方法<sup>[16]</sup>, 根据学科间动态不一致信息, 选取不等式的容差, 这样不仅消除了容差的取值问题, 而且使协同优化收敛加快. 动态松弛方法具体描述如下:

$$\epsilon = (\lambda \star \Delta)^2 \tag{27}$$

式中  $\Delta$  代表学科间动态不一致信息, 其值为  $\Delta = \sum \|x_i^* - x_j^*\|_2, x_i^*, x_j^*$  分别表示第  $i$  个学科与第  $j$  个学科的学科最优解;  $\lambda$  为常数, 表示系统级搜索范围因子, 取值范围为 0.5~1.0, 本文取值为 0.8;  $\epsilon$  为不等式的容差.

2) 散热子系统优化问题表述为

$$\begin{aligned} \min \quad & J_2(X_{\text{heat}}, X_{\text{sys}}^*) = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{x_{\text{heat}i} - x_{\text{sys}i}^*}{x_{\text{imax}} - x_{\text{imin}}} \right)^2 \\ \text{s. t.} \quad & I_1(X_{\text{heat}}) > I_{1a} \\ & X_{\text{heat}} = (x_1, x_2, x_3) \end{aligned} \tag{28}$$

3) 承载子系统优化问题表述为

$$\begin{aligned} \min \quad & J_1(X_{\text{load}}, X_{\text{sys}}^*) = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{x_{\text{load}i} - x_{\text{sys}i}^*}{x_{\text{imax}} - x_{\text{imin}}} \right)^2 \\ \text{s. t.} \quad & G_{\text{xy}}(X_{\text{load}}) > G_a \\ & X_{\text{load}} = (x_1, x_2, \dots, x_6) \end{aligned} \tag{29}$$

3.3 优化设计结果与分析

在本文的协同优化设计中, 采用了基于分枝定界法的混合离散优化方法来求解碳纤维增强点

阵夹芯结构的多功能优化问题, 将层合板的铺层角度设定为离散变量进行优化, 选取初始设计点在各个设计变量变化范围的中点, 优化得到的碳纤维增强点阵夹芯结构的最优解如表 2 所示.

表 2 碳纤维点阵夹芯结构优化设计结果  
Table 2 Optimal values of carbon fiber reinforced lattice truss sandwich structures

| 设计变量                               | 四面体点阵夹芯 | 金字塔点阵夹芯 |
|------------------------------------|---------|---------|
| 芯体厚度 $H/\text{mm}$                 | 40      | 40      |
| 芯体杆件直径 $d/\text{mm}$               | 1       | 1       |
| 芯体杆件与面板夹角 $\theta/(\text{^\circ})$ | 37.929  | 45.563  |
| 层合板单层厚度 $t/\text{mm}$              | 0.15    | 0.15    |
| 铺层角度 $\theta_1/(\text{^\circ})$    | 45      | 45      |
| 铺层角度 $\theta_2/(\text{^\circ})$    | -45     | -45     |
| $W_{\text{sandwich}}/\text{kg}$    | 0.0265  | 0.0156  |

从表 2 中可以看出在同样的散热和承载能力约束下, 金字塔型点阵夹芯结构的质量比四面体点阵夹芯结构的要更小, 这说明金字塔型点阵夹芯结构要更为轻质高效.

图 9 给出了两种类型点阵夹芯结构的目标函数随散热性能/承载性能要求的变化曲线. 从结果中可以看到, 在既定的承载性能要求约束下, 点阵夹芯结构的重量随着散热性能要求的增加而增加, 从图中同样可以看出在相同性能要求的情况下, 金字塔型点阵夹芯结构的质量比四面体点阵夹芯结构更轻, 说明金字塔型点阵夹芯是一种更为轻质高效的夹芯形式.

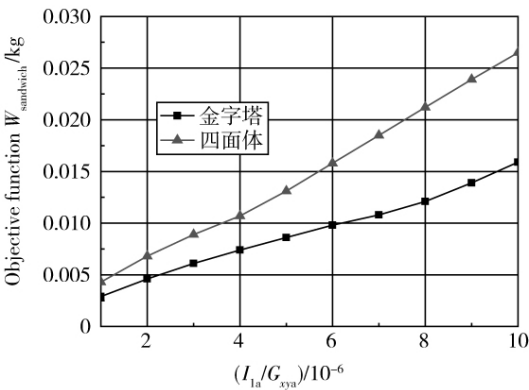


图 9 夹芯结构目标函数随  $I_{1a}/G_{xya}$  的变化曲线

Fig. 9 Objective function of sandwich structures versus  $I_{1a}/G_{xya}$

## 4 结 论

本文中应用连续介质力学的方法给出了点阵夹芯的等效刚度特性,采用经典的层合理论给出了复合材料层合面板的刚度特性,通过串并联模型给出了碳纤维增强点阵夹芯结构整体的刚度特性,并将对夹芯结构实际承载能力影响较大的结构面内剪切刚度定义为承载性能指标.在散热性能分析中,解析地给出了点阵夹芯结构的整体传热系数和等效压降,并按照常规的方法将结构的整体传热系数与等效压降的比值定义为散热性能指标.在满足既定的承载能力要求和一定的散热能力要求约束下,提出了一种对碳纤维增强点阵夹芯结构进行多功能优化设计的协同优化方法.为了更符合工程实际,在设计中采用了基于分枝定界法的混合离散优化方法,将层合面板的铺层角度设定为离散变量,通过优化计算得到了夹芯结构质量函数的最小值,从而实现了轻质的目的.同时对不同结构形式的芯子做了相应地比较和分析,结果表明金字塔型点阵夹芯结构在实现轻质的同时,具有较强的散热能力,而且承载能力更好,更为轻质高效.

## 参考文献:

- [1] Evans A G, Hutchinson J W, Ashby M F. Multifunctionality of cellular metal systems[J]. *Progress in Materials Science*, 1999, 43(3): 171-221.
- [2] Wicks N, Hutchinson J W. Optimal truss plates[J]. *International Journal of Solid and Structures*, 2001, 38(30-31): 5165-5183.
- [3] 方岱宁,郭海成, Soh A K,等. 轻质点阵材料的力学行为分析[C]// 首届全国航空航天领域中的力学问题学术研讨会论文集(下册). 北京:中国力学学会, 2004: 22-24.
- [4] Lu T J, Valdevit L, Evans A G. Active cooling by metallic sandwich structures with periodic cores[J]. *Progress in Materials Science*, 2005, 50(7): 789-815.

- [5] Gu S, Lu T J, Evans A G. On the design of two-dimensional cellular metals for combined heat dissipation and structural load capacity[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2001, 44(11): 2163-2175.
- [6] Tian J, Kim T, Lu T J, et al. The effects of topology upon fluidflow and heat-transfer with in cellular copper structures[J]. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2004, 47(14-16): 3171-3186.
- [7] Deshpande V S, Ashby M F, Fleck N A. Form topology bending versus stretching dominated architectures[J]. *Acta Materialia*, 2001, 49(10): 1035-1040.
- [8] Evans A G, Hutchinson J W, Fleck N A, et al. The topological design of multifunctional cellular metals[J]. *Progress in Materials Science*, 2001, 50(3-4): 309-327.
- [9] Deshpande V S, Fleck N A, Ashby M F. Effective properties of the octet-truss lattice material[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2001, 49(8): 1747-1769.
- [10] 范华林. 碳纤维点阵复合材料制备及其性能研究[D]. 北京:清华大学, 2006.  
FAN Hualin. Manufacturing and properties of lattice composite materials[D]. Beijing: Tsinghua University, 2006. (in Chinese)
- [11] 沈真. 复合材料结构设计手册[M]. 北京:航空工业出版社, 2001.
- [12] Budiansky B. On the minimum weights of compression structures[J]. *Int. J. Solids and Structures*, 1999, 36(24): 3677-3708.
- [13] Braun R D, Gage P, Kroo I, et al. Implementation and performance issues in collaborative optimization[R]. AIAA-1996-24017, 1996.
- [14] Sobieski L P, Kroo I M. Collaborative optimization using surface response estimation[J]. AIAA-1998-0915, 1987.
- [15] Sobieski L P, Manning V M, Kroo I M. Response surface estimation and refinement in collaborative optimization[J]. AIAA-1998-4753, 1998.
- [16] 李响. 多学科设计优化方法及其在飞行器设计中的应用[D]. 西安:西北工业大学, 2003.  
LI Xiang. Multidisciplinary design optimization method and its application to aircraft design[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2003. (in Chinese)