

文章编号:1000-8055(2012)03-0610-07

圆弧齿榫接结构应力的数值计算与分析

申秀丽, 周莹舫

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 对两圆柱体接触问题和平面接触问题进行分析, 探讨了接触区应力的收敛性. 对某枞树形圆弧齿榫接结构的接触区应力进行了数值计算和分析. 利用有限元软件 ANSYS 进行了接触分析, 对比了梯形齿和圆弧齿榫接结构的应力结果, 并采用光弹实验进行了验证. 研究结果认为, 与梯形齿榫接结构相比, 圆弧齿榫接结构使接触应力、第三主应力和等效应力等降低. 在此基础上, 对圆弧齿榫接结构进行了优化分析, 通过优化进一步降低了榫接结构的应力水平.

关 键 词: 榫接结构; 接触分析; 梯形齿; 圆弧齿; 优化

中图分类号: V231.91

文献标志码: A

Numerical calculation and analysis of arc tooth tenon joint

SHEN Xiu-li, ZHOU Ying-lu

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Two cylinders contact problem and plan contact problem were analyzed, and feature of convergence was discussed. Some numerical calculations of an arc tooth tenon joint with three teeth were done. Then, the contact stress with ANSYS was analyzed, and the results of trapezoid tooth and arc tooth tenon joint were compared to find that the latter decreased the contact stress, the third principle stress and von Mises stress. Based on this, some optimizations about the arc tooth tenon joint were done, and the stress was decreased again by optimization.

Key words: tenon joint; contact analysis; trapezoid tooth; arc tooth; optimization

涡轮榫头/榫槽结构是航空发动机转子的的重要组成部分,其工作的可靠性直接关系到转子的寿命,并影响发动机性能.一般一个涡轮叶片根部所承受的离心力高达 $100 \sim 150 \text{ kN}^{[1]}$,如此大的离心力是靠榫接结构来传递的,而且其又处于高温环境,材料的机械性能大大降低,在使用中,这部分极易产生故障.因此,对榫接结构进行应力分析,对于榫接结构的设计和改进行有着重要意义.

近年来,国内外对榫接结构进行了大量的研究. Kosing O E 等人^[2]对 EJ200 发动机压气机的榫头、榫槽的型面进行改进设计,比较了圆弧接触型面和平面接触型面对接触应力的影响,得出圆

弧型面将使接触区边界应力降低,但是在接触区内部接触应力却比平面接触型面大很多,尤其是在初始接触点的位置,此种结构会降低榫头榫槽的承力水平,在大载荷的涡轮结构中不一定适用. Meguid S A 等人^[3]对某枞树型圆弧齿榫接结构进行了二维和三维有限元分析,分析了齿数、接触角度等对接触应力的影响,得出在接触区边界会存在应力梯度,且最大接触应力出现在第三榫齿的接触下边界点处.但是其并没有对接触区网格进行重点关注,而且是在小载荷下 ($n = 360 \text{ r/min}$) 进行的分析,当载荷增大时,接触区应力分布和最大接触应力位置会有所不同. Song W 等

收稿日期:2011-04-03; 修订日期:2011-08-02

作者简介:申秀丽(1967—),女,山西襄垣人,研究员,博士,主要从事航空发动机热端部件的结构强度的研究.

人^[4]对圆弧齿榫接结构进行了优化,接触区下边界的最大接触应力有所降低。

近年来,整体叶盘结构发展迅速,但枞树型榫接结构由于能提供适当的多处接触面以使榫接结构能够承受很大的接触载荷,在未来的几十年仍将扮演着重要角色。在枞树形榫接结构的齿形中,很多结构采用梯形齿结构形式^[5]。这种结构形式在接触边界处存在尖角,将会在接触面上产生应力集中,而且由于加工误差,其接触表面并非完全平行,因而在接触边界尖角处应力集中更大,在工作过程中极易产生失效。在国外,圆弧齿榫接结构已经得到广泛应用。基于此,本文将圆弧齿和梯形齿榫接结构进行了对比分析,比较了两种齿形接触应力的大小,并利用光弹实验进行验证,在此基础上对圆弧齿榫接结构进行了优化分析。

1 几何模型选取

所谓梯形齿榫接结构是指榫头和榫槽基线以上的榫齿呈梯形状,如图1所示;圆弧齿榫接结构则是榫齿呈圆弧形,一般为单圆弧结构,有的也设计成双圆弧结构^[4],本文所取模型为单圆弧结构,如图2所示。其中,榫齿接触面仍保留了平面/平

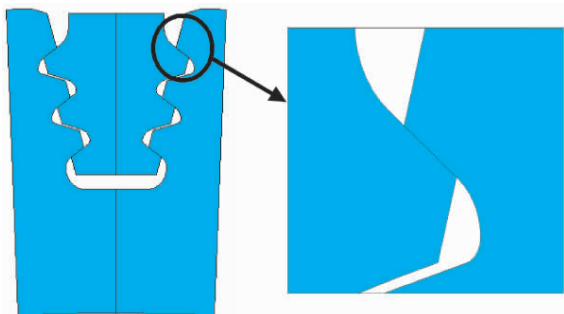


图1 梯形齿榫接几何模型

Fig. 1 Geometric model of trapezoid tooth tenon joint

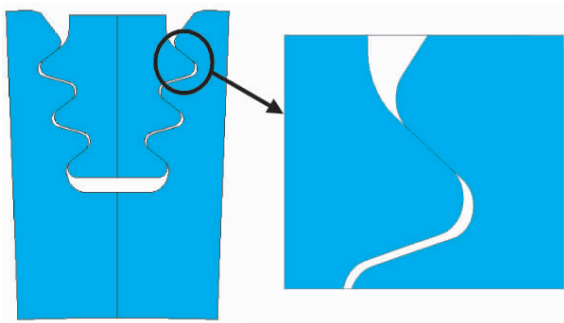


图2 圆弧齿榫接几何模型

Fig. 2 Geometric model of arc tooth tenon joint

面的接触形式,在榫齿接触区边缘处加一小段圆弧倒角,这样保证接触区长度与梯形齿结构相同。

2 接触面数值求解分析

接触问题具有强非线性特点,难以准确求解。所以本文先对 ANSYS 求解接触问题的方法及其精度进行分析,以便对榫接结构进行接触求解。

带圆弧倒角的平面接触模型如图3所示。下面的平面尺寸与接触面相比大很多,可以近似为半无限弹性体。分析时采用的是局部加密接触区网格的方法,以观察结果的收敛情况。图4为其中一幅网格图。

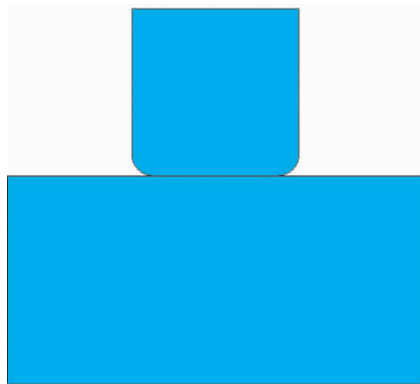


图3 接触模型

Fig. 3 Contact model

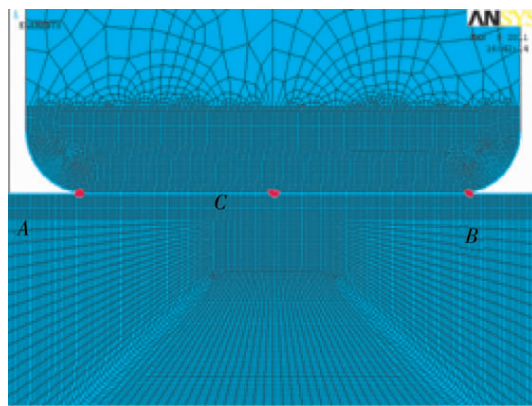


图4 网格图

Fig. 4 Picture of grid

表1为不同网格密度时的接触应力值,表中负值表示压应力(文中表下同)。网格大小用单元边长与接触区边界的圆弧倒角半径的比值 h 来表示,其中圆弧倒角半径为0.5 mm。从表1的结果可以看到,随着接触区网格的加密,前后两次所得应力插值逐渐减小, h_6 与 h_5 所得应力值相对误

差 A, B 点分别为 4.01% 和 3.84% , 均达到 5% 以下, 结果收敛. 同时还可看到, h_2 与 h_1 的中点 C 点接触应力 S_y 绝对误差 0.3 MPa , 相对误差 0.3% , 已经达到收敛性要求. 图 5 所示为不同网格密度时接触应力沿接触长度方向的值. 为观察方便, 将 S_y 取相反值进行比较, 以下均如此. 同样可以看到, 在接触区内部, 应力值收敛很快, 不用太多网格就能达到比较好的值. 在接触区边界上, 应力梯度比较大, 而且收敛也比较慢, 需要较多的网格才能使其收敛. 应力曲线图呈两端大中间小的态势, 此结果与文献[2, 6]的一致. 因此, 在分析接触问题时, 如果接触边界存在此类的接触应力梯度, 可以考虑将梯度较大的部分提取出来单独进行网格加密分析, 因为接触边界以内的求解并不需要太多网格, 这样能保证高的求解效率.

表 1 不同网格密度时的接触应力
Table 1 Contact stress with different grid density

h	$S_y(A)/\text{MPa}$	$S_y(B)/\text{MPa}$	$S_y(C)/\text{MPa}$
$0.2(h_1)$	-343.4	-341.4	-97.1
$0.1(h_2)$	-490.0	-487.4	-97.4
$0.05(h_3)$	-687.3	-687.4	
$0.025(h_4)$	-787.8	-785.7	
$0.0125(h_5)$	-909.2	-904.7	
$0.00625(h_6)$	-947.2	-940.8	
$ (h_6 - h_5)/h_6 $	4.01%	3.84%	

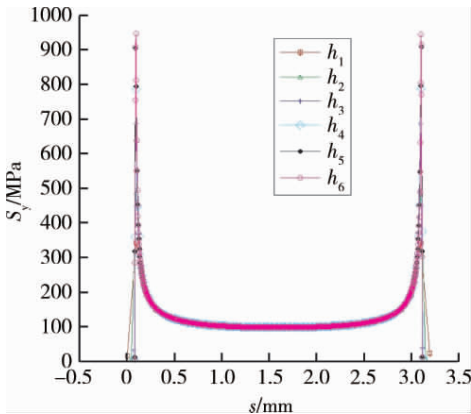


图 5 接触区应力曲线图
Fig. 5 Stress curve of contact region

对于带尖角的平面与半无限弹性体的接触分析则采用局部加密接触区边界的办法, 所得接触区边界点 A 和 B 的接触应力随网格细分的结果如图 6 所示. 可以看到, 随着网格的细化, 接触区

边界点的应力逐渐增大, 呈无穷大趋势, 这与文献[2, 6]的结果是一致的. 从文献[7]中也了解到, 对于此类带尖角的平面与半无限弹性体的接触问题, 在接触边界处的接触应力值将达到无穷大. 所以有限元解法在求解此类问题时不能得到收敛的结果.

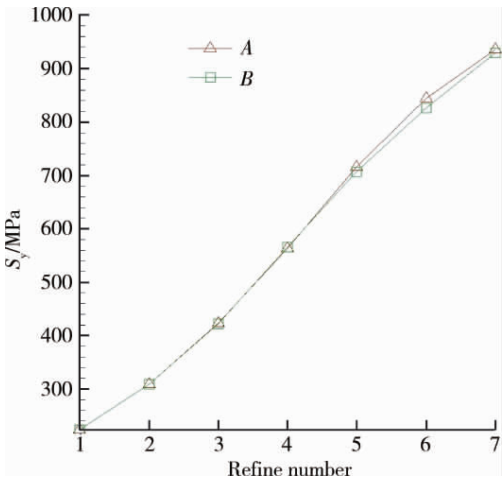


图 6 边界接触应力随网格细分结果
Fig. 6 Boundary contact stress with grid subdivision

3 圆弧齿与梯形齿榫接结构数值结果比较

借鉴平面接触分析的例子, 对榫接结构接触区域进行网格局部加密分析, 以得到收敛的结果. 其中, 接触区长度为 1.7 mm 左右, 网格密度用接触区长度与单元长度的比值 r 来表示. 圆弧齿榫接结构应力值随接触区单元数变化的结果如表 2 所示. 从表中结果可以看到, 当 r 为 300 时, 其应力值与前次的相对误差仅为 2.15% , 求解结果已经收敛.

表 2 不同网格密度时圆弧齿榫接结构应力
Table 2 Arc tooth tenon joint stress with different grid density

r	S_y/MPa	S_z/MPa	S_{eqv}/MPa
$50(r_1)$	-857.5	-1123	804.0
$100(r_2)$	-1296	-1371	798.5
$200(r_3)$	-1230	-1270	780.6
$300(r_4)$	-1257	-1290	772.7
$ (r_4 - r_3)/r_4 $	2.15%	1.55%	1.01%

图 7~图 9 为沿接触长度方向的应力曲线。

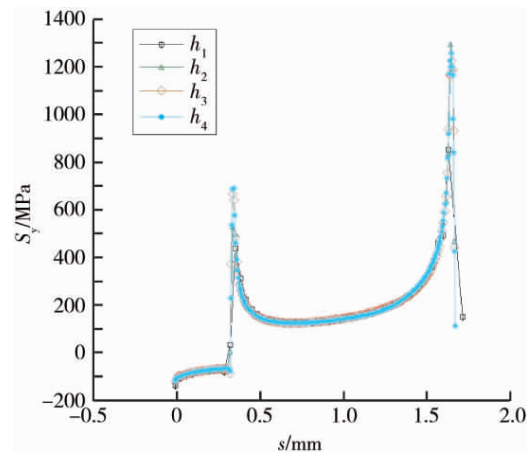


图 7 接触应力 S_y 曲线图

Fig. 7 S_y curve of contact stress

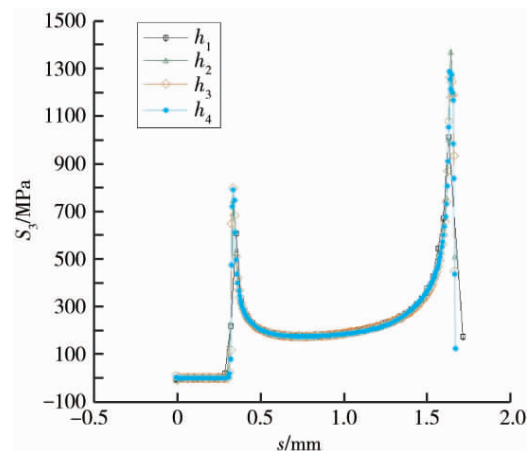


图 8 接触应力 S_3 曲线图

Fig. 8 S_3 curve of contact stress

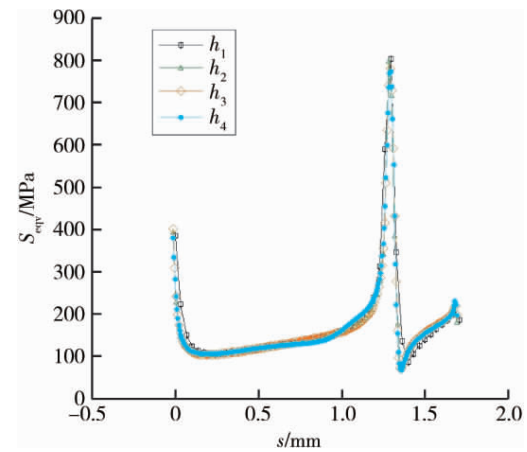


图 9 等效应力 S_{eqv} 曲线图

Fig. 9 S_{eqv} curve of equivalent stress

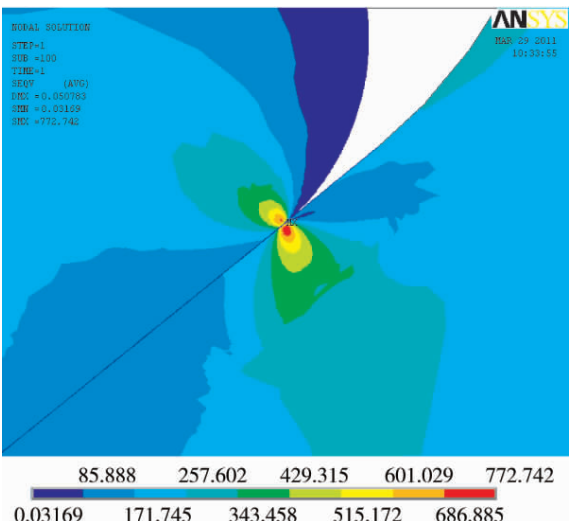


图 10 局部应力 S_{eqv} 图(单位:MPa)

Fig. 10 S_{eqv} picture of local stress (unit:MPa)

其中,径向接触应力 S_y 和第三主应力 S_3 的最大值出现在榫槽榫齿的接触边界上,等效应力 S_{eqv} 最大值在榫头榫齿上,其位置与榫槽榫齿边界处对应,见图 10. 虽然榫槽榫齿接触边界处第三主应力最大,但是其他主应力并不是最大,所以经过等效之后,最大等效应力点不在该处. 从应力曲线图上可以看到,在接触区边界存在大的应力梯度,应力值收敛较慢,需要较多网格才能收敛,而在接触区内部,应力值收敛很快,不需要划分太多网格. 此结果与文献[6]中所得结果一致.

表 3 所示为梯形齿应力随网格加密的情况. 从表中可以看到,随着网格的加密,应力逐渐增大,但并无收敛趋势. 此接触形式与带尖角平面与半无限弹性体接触类似,所以有限元解法不能得到收敛的结果. 可以将梯形齿在圆弧齿收敛时的网格密度下求解所得结果与圆弧齿收敛时的结果进行比较,对比两者对应力的影响. 比较结果如表 4 所示.

表 3 不同网格密度时梯形齿榫接结构应力

Table 3 Tapezoid tooth tenon joint stress with different grid density

r	S_y/MPa	S_3/MPa	S_{eqv}/MPa
$r_1=50$	-1 303	-1 612	1 291
$r_2=100$	-1 785	-2 216	1 780
$r_3=200$	-1 929	-2 256	1 652
$r_4=300$	-2 348	-2 546	1 806
$r_5=400$	-2 766	-3 360	2 607
$ (r_5-r)/r_5 $	15.11%	24.23%	30.72%

从文中可以看到,将榫接结构由梯形齿改为圆弧齿后,接触应力降低了许多.虽然此时梯形齿的应力值并不是收敛值,但圆弧齿已经收敛,而且两者是在相同网格密度下进行的比较,其比较结果是值得参考的.

表 4 梯形齿与圆弧齿应力值比较
Table 4 Stress comparison of trapezoid tooth and arc tooth

	S_y/MPa	S_z/MPa	S_{eqv}/MPa
梯形齿	-2348	-2546	1806
圆弧齿	-1257	-1290	772.7
百分比差值	-46.47%	-49.33%	57.21%

4 实验结果对比

采用 409-Ⅲ 型光弹仪进行实验.模型材料选择为聚碳酸脂平板.为防止加载点应力影响榫头、榫槽测量分析区,将榫头平直段加长 100 mm 进行试验,加载方案如图 11 所示.图 12 所示为梯形

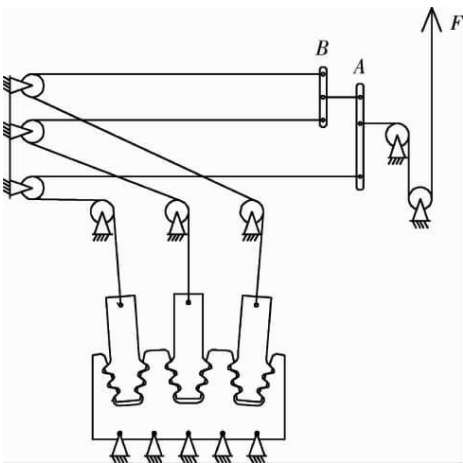


图 11 加载方案
Fig. 11 Load method

齿和圆弧齿榫接结构接触区的等差线条纹级数. 等差线条纹级数的大小代表了该处应力值的大小.从图 12 上可以看到,在接触区边界处等差线条纹值大,中间测点条纹值小,呈两头大中间小的趋势,与数值分析相同.

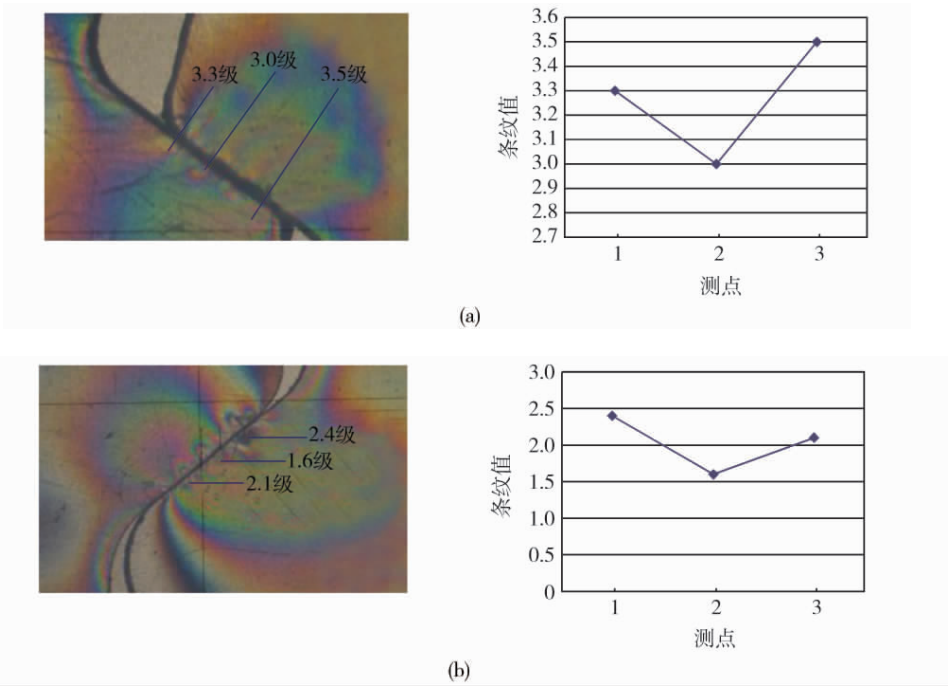


图 12 梯形齿与圆弧齿接触区等差线条纹图
Fig. 12 Equidifferent line in the contact region of trapezoid and arc tooth

对于光弹试验来说,接触应力的测量较为困难,本文参考文献[8]对数据进行分析和处理,供定性分析.根据文献[8],在弹性范围内,每个接触

区所受的合力与该区段的最大等差线条纹级数成正比,设接触区的合力为 X_i ,于是有

$$X_i = F n_i / \left(\sum_{i=1}^6 n_i \right) \tag{1}$$

其中 F 为榫头上的合力(653N); n_i 为第 i 个接触区上的条纹级数($i=1,2,\cdots,6$).

由文献[9]可知,接触区最大主应力可简化为

$$\sigma = 1.5X_i/(lt) \tag{2}$$

其中 l 为接触区长度 8.2mm, t 为模型厚度 5mm.

对于平面问题,应力只与几何形状和外力有关,与材料弹性常数无关,但模型必须与原型几何相似和载荷相似.根据相似原理^[9],原型应力 S 与模型应力 σ 关系为

$$S = k\sigma \tag{3}$$

本实验 $k=80.93$.

根据实验,计算结果如表 5 所示.

表 5 实验结果对比

Table 5 Comparison of experiment results

	梯形齿	圆弧齿	百分比差值
应力/MPa	-531.2	-439.8	-17.2%

由于实验中测点位置并非完全在接触边界处,因而实验结果与数值分析结果的最大值存在较大差异.从图 9 中可以看出,接触区中点处的第三主应力值为 200 MPa 左右,通过计算可以得到接触区中点处的实验应力为 213.3 MPa,两者是比较接近的.从表 6 中对比结果可以看到,圆弧齿榫接结构能比梯形齿榫接结构减小应力.

表 6 优化前后设计变量值比较

Table 6 Comparison of design variable of before and after optimization

设计变量	优化前	优化后
圆弧半径/mm	0.96	0.914
齿距/mm	5.11	5.28
榫头颈宽/mm	13.51	13.36
楔形角/(°)	33.20	32.39
伸根倒角/mm	2.20	2.32
榫头齿槽宽/mm	2.50	2.66
榫槽齿槽宽/mm	2.71	2.69

5 优化分析

数值计算之后,继续对圆弧齿榫接结构的圆弧半径和其他一些设计参数进行优化设计分析.

榫头/榫槽的优化设计往往需要其几何设计参数在分析过程中能自动更改,这就需要参数化设计技术.本文采用基于特征造型的方法,其基础是提取模型的特征参数,对于榫接结构来说就是要对其进行形状描述.选取参数时既要保证各个参数的独立性,又要能够全面的描述榫接结构的形状特征.榫接结构参数众多,包括齿高、齿顶高、齿槽宽、上侧角、齿形角等等,如图 13 所示.图中:

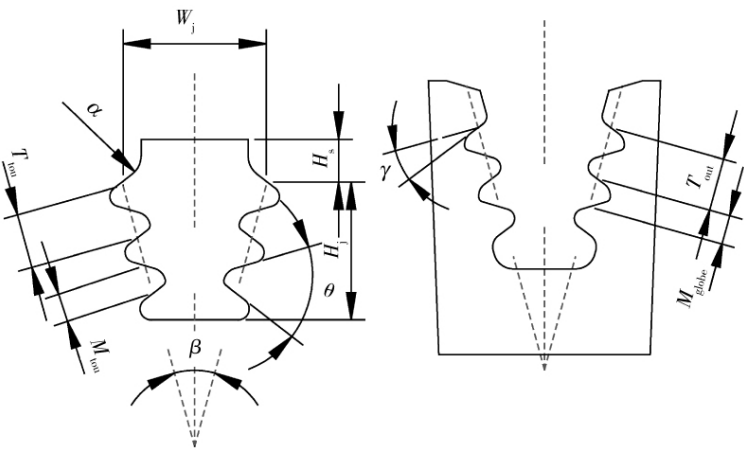


图 13 圆弧齿榫接形状

Fig. 13 Shape of arc tooth tenon joint

W_j 为榫头颈宽; α 为伸根倒角; T_{tou} 为齿距; M_{tou} 为榫头齿槽宽; β 为楔形角; H_s 为伸根高度; H_j 为榫头颈高; θ 为齿形角; γ 为上侧角; M_{globe} 为榫槽

齿槽宽.

形状描述之后,利用 ANSYS 的 APDL 语言直接在 ANSYS 里面进行参数化建模,并用其优

化功能进行圆弧齿榫接结构的优化。

对于榫接结构模型,目标函数一般有两种选择:结构质量最小和应力最小^[10-13]。本文选择最大当量应力最小为目标函数。

选择对目标函数影响较大的参数作为设计变量。本文选择圆弧半径、齿距、榫头颈宽、楔形角、伸根倒角、榫头齿槽宽和榫槽齿槽宽作为设计变量^[14]。

约束条件也叫做状态变量,根据约束的性质,可以把它们分为性能约束和几何约束两大类。本文提取榫头和榫槽当量应力以及接触应力 S_y 、 S_3 作为约束条件。表 6、表 7 为优化前后结果对比。

表 7 优化前后应力结果比较

Table 7 Comparison of stress result of before and after optimization

	S_{eqv}/MPa	S_y/MPa	S_3/MPa
优化前	772.7	-1 257	-1 290
优化后	706.0	-1 133.3	-1 195.0
变化百分比	8.63%	9.84%	7.36%

从表 7 的结果可以看到,经过优化,圆弧齿榫接结构的应力水平得到降低,以接触应力 S_y 减小最多,其他应力也有不同程度的减小。

6 结 论

本文首先对 ANSYS 求解接触应力进行了分析,探讨了接触求解的收敛性问题以及存在大应力梯度时分析方法。然后将某梯形齿榫接结构的榫齿改为圆弧齿,用有限元软件 ANSYS 对梯形齿和圆弧齿结构进行数值分析,并对比了二者的接触应力,得出圆弧齿榫接结果能有效地减小接触应力,并且光弹实验结果也证明圆弧齿榫接结构能比梯形齿榫接结构使应力降低。在此基础上,利用 ANSYS 的优化功能,对圆弧齿榫接结构进行优化,使得其接触应力再次减小。

本文的研究结果对于榫接结构的设计和改进具有实际意义。当然,其中有些问题还有待进一步深入研究。如未考虑齿间摩擦的影响、温度梯度对榫接结构的影响以及气动负荷对榫接结构的影响等,这将在后续的研究中加以考虑。

致谢:

本论文的实验工作是由北京航空航天大学齐晓东同志和中国航空科技集团公司沈阳发动机

设计研究所的霍成名同志共同完成的,特此感谢两位同志对本论文所作的工作。

参考文献:

[1] 宋兆泓. 航空燃气涡轮发动机强度设计[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2008.

[2] Kosing O E, Scharl R, Shchmuhl H J. Design Improvements of the EJ200 HP compressor[R]. ASME-2001-GT-0283,2001.

[3] Meguid S A, Kanth P S, Czekanski A. Finite element analysis of fir-tree region in turbine discs[J]. Finite Elements in Analysis and Design,2000,35(4):305-317.

[4] SONG Wenbin, Keane A J. An efficient evolutionary optimisation framework applied to turbine blade fir-tree root local profiles [J]. Structural Multidisciplinary Optimization,2005,29(5):382-390.

[5] 陈光. 航空燃气涡轮发动机结构设计[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1988.

[6] Sinclair G B, Cormier N G, Griffin J H, et al. Contact stresses in dovetail attachments: finite element modeling[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,2002,124(1):182-189.

[7] Johnson. 接触力学[M]. 徐秉业, 罗学富, 刘信声, 译. 北京:高等教育出版社,1992.

[8] 孙锡环, 秦晓桐. 烟机轮机盘榫槽部位的实验应力分析[J]. 北京理工大学学报,1996,16(4):361-366.

SUN Xihuan, QIN Xiaotong. Stress analysis of experiment about mortise of flue gas turbine[J]. Journal of Beijing Institute of Technology,1996,16(4):361-366. (in Chinese)

[9] 张如一. 实验应力分析[M]. 北京:机械工业出版社,1982.

[10] 陈开军, 马枚. 航空发动机叶片榫头优化设计研究[J]. 航空动力学报,1995,10(2):190-192.

CHEN Kaijun, MA Mei. Optimization of turbine blade fir-tree roots[J]. Journal of Aerospace Power,1995,10(2):190-192. (in Chinese)

[11] Song W, Keane A. Turbine blade fir-tree root design optimisation using intelligent CAD and finite element analysis [J]. Computers and Structures,2002,80(24):1853-1867.

[12] EGD-3 斯贝 MK202 发动机应力标准[S]. 丁爱祥, 吴君可, 译. 北京:国际航空编辑部,1979.

[13] 邢誉峰, 诸德超. 航空发动机涡轮盘榫槽的形状优化设计[J]. 航空学报,1995,16(4):488-491.

XING Yufeng, ZHU Dechao. Shape optimization of aero engine disc groove[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,1995,16(4):488-491. (in Chinese)

[14] 申秀丽, 齐晓东. 航空发动机涡轮榫接结构齿形基本参数研究[J]. 航空动力学报,2011,26(4):735-744.

SHEN Xiuli, QI Xiaodong. Research of the basic parameters about tooth shape of tenon joint of aero engine turbine [J]. Journal of Aerospace Power,2011,26(4):735-744. (in Chinese)