

文章编号:1000-8055(2013)06-1201-07

增量粒子滤波方法

傅惠民, 娄泰山, 吴云章

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘 要: 提出增量粒子滤波的概念, 建立增量粒子滤波模型及其分析方法, 给出其算法. 对于工程实际中存在的由未知系统误差的影响而无法精确建立量测似然函数的这一问题, 提出增量粒子滤波方法, 通过对带有未知系统误差的量测数据进行校正, 获得精确的量测似然函数, 建立精确的增量粒子滤波模型, 从而消除这种未知系统误差的影响, 减少重采样的次数, 较好地保存了粒子的多样性, 提高非线性滤波的精度. 模拟仿真中, 重采样的次数减少 41.7%, 滤波误差均值和均方根误差分别降低了 45.3% 和 70.1%, 有效地改善了滤波的效果.

关 键 词: 增量量测方程; 增量粒子滤波; 系统误差; 滤波精度; 深空探测

中图分类号: V448; O231

文献标识码: A

Incremental particle filter method

FU Hui-min, LOU Tai-shan, WU Yun-zhang

(Research Center of Small Sample Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: An incremental particle filter (IPF) model and analysis method were put forward, while the concept and recursive calculative steps were established. For the measurement data with unknown system errors in practical engineering, accurate measurement model cannot be established. The presented IPF method established accurate measurement likelihood function by calibrating the unknown system errors in the measurement data, and accurate incremental particle filter model was obtained. This can eliminate these unknown system errors, decrease the number of resampling, effectively preserve the diversity of particles and improve the accuracy of nonlinear filtering. In simulation, the number of resampling decreased by 41.7 percentages, and filtering error mean value and RMSE (root mean square error) decreased by 45.3 percentages and 70.1 percentages, respectively, improving the performance of filtering effectively.

Key words: incremental measurement equation; incremental particle filter (IPF); system error; filtering accuracy; deep space exploration

在数字通信、目标跟踪^[1]、卫星轨道/姿态估计、探测器的导航与控制^[2]等工程实际中, 非线性、非高斯随机系统的参数估计和状态滤波问题更具

有普遍性. 目前, 粒子滤波^[3] (particle filter, PF) 已成为解决这类问题的主流方法. 粒子滤波是一种基于 Bayes 估计原理的序贯 Monte Carlo 模拟方法,

收稿日期: 2012-02-27

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130617.0940.201306.1201_033.html

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (2012CB720000)

作者简介: 傅惠民 (1956—), 男, 浙江遂昌人, “长江学者”特聘教授, 博士, 从事小样本信息技术、软校准技术、数据融合方法、可靠性及滤波理论研究.

完全突破了 Kalman 滤波理论框架,通过一些随机样本来预测和更新系统随机变量的概率密度函数、近似非线性系统的最优数值解^[4],因此非常适用于处理非线性、非高斯噪声系统模型的滤波问题。

粒子滤波的精度不但依赖于重要性密度函数的选择,而且对量测似然函数(或量测模型)的精度要求也较高,否则在粒子权重的计算过程中会产生较大误差,将严重影响粒子的重采样过程,甚至引起发散^[5]。实际情况中,由于复杂的环境因素、不稳定的测量设备、模型和参数的选取不当等原因常常带来未知的系统误差。传统的粒子滤波方法不能对这种未知的系统误差进行补偿。文献^[6]为了消除这种未知的系统误差,提出了一种线性增量 Kalman 滤波方法,大大地提高了滤波精度。文献^[7-9]进一步提出能有效地消除系统误差的扩展增量 Kalman 滤波方法、自适应增量滤波方法和无迹增量滤波方法,并建立了非线性增量量测方程。本文主要在考虑非线性、非高斯的增量量测方程基础上,提出增量粒子滤波(incremental particle filter, IPF)方法,该方法能够消除非线性滤波中未知的系统误差,使非线性滤波的精度得到有效地提高。

1 非线性离散增量系统

文献^[7]总结了工程实践中的系统方程,提出了一般的非线性离散增量系统

$$\mathbf{X}_k = f_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{W}_{k-1}) \quad (1)$$

$$\Delta \mathbf{Z}_k = h_k(\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{V}_k) \quad (2)$$

式中 $\mathbf{X}_k$ 为状态向量; $\Delta \mathbf{Z}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_{k-1}$ 为量测向量增量; $\mathbf{Z}_k$ 为量测向量; $f_k(\cdot)$ 和 $h_k(\cdot)$ 为非线性向量离散函数; $\mathbf{W}_k$ 和 $\mathbf{V}_k$ 分别为系统噪声向量和量测噪声向量。 $\mathbf{W}_k$ 和 $\mathbf{V}_k$ 是互不相关的零均值高斯白噪声,方差阵分别为 $\mathbf{Q}_k$ 和 $\mathbf{R}_k$,并且满足

$$\begin{cases} E[\mathbf{W}_k] = 0 \\ \text{Cov}[\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_j] = E[\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{kj} \\ E[\mathbf{V}_k] = 0 \\ \text{Cov}[\mathbf{V}_k, \mathbf{V}_j] = E[\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T] = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \\ \text{Cov}[\mathbf{W}_k, \mathbf{V}_j] = E[\mathbf{W}_k \mathbf{V}_j^T] = 0 \end{cases} \quad (3)$$

在工程中,传统的量测方程存在系统误差,而本文中增量量测方程式(2)的增量 $\Delta \mathbf{Z}_k$ 的系统误差为相对小量,可忽略不计。

2 增量粒子滤波方法

2.1 状态扩维

为便于处理,对上述非线性离散增量系统式

(1)和式(2)进行扩维,令 $\mathbf{X}_k^a = (\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_{k-1})^T$,则新的非线性离散增量系统为

$$\mathbf{X}_k^a = f_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1}^a, \mathbf{W}_{k-1}^a) \quad (4)$$

$$\Delta \mathbf{Z}_k = h_k(\mathbf{X}_k^a, \mathbf{V}_k^a) \quad (5)$$

式中 $\mathbf{W}_{k-1}^a = (\mathbf{W}_{k-1}, \mathbf{W}_{k-2})^T$ 和 $\mathbf{V}_k^a = (\mathbf{V}_k, \mathbf{V}_{k-1})^T$ 。

进行扩维后的增量概率模型为

$$p(\mathbf{X}_k^a | \mathbf{X}_{k-1}^a) \quad (6)$$

$$p(\Delta \mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k^a) \quad (7)$$

并假设系统状态 $\mathbf{X}_k^a$ 服从 1 阶 Markov 过程,增量量测向量 $\Delta \mathbf{Z}_k$ 独立,系统状态的初始先验密度为 $p(\mathbf{X}_0^a)$ 。式(6)由 $f_k(\cdot)$ 和系统噪声分布 $p(\mathbf{W}_{k-1}^a)$ 决定;式(7)由 $h_k(\cdot)$ 和量测噪声分布 $p(\mathbf{V}_k^a)$ 决定。

为了方便起见,下文仍以 $\mathbf{X}_k$ 代替 $\mathbf{X}_k^a$ 表示系统状态向量,以 $\mathbf{W}_{k-1}$ 代替 $\mathbf{W}_{k-1}^a$ 表示系统噪声向量,以 $\mathbf{V}_k$ 代替 $\mathbf{V}_k^a$ 表示量测噪声向量。

2.2 Bayes 估计滤波

Bayes 估计的主要思想是利用先验知识和实际观测数据来构造未知系统状态的概率密度函数。Bayes 递推滤波由两个步骤组成——预测和更新。

设 $\mathbf{x}_{0:k}$ 代表未知状态变量序列,即 $\mathbf{x}_{0:k} = \{\mathbf{x}_i; i=0, \dots, k\}$, $\Delta \mathbf{z}_{1:k}$ 代表增量量测变量序列,即 $\Delta \mathbf{z}_{1:k} = \{\Delta \mathbf{z}_i; i=1, \dots, k\}$ 。则对于 k 时刻的后验概率密度 $p(\mathbf{x}_k | \Delta \mathbf{z}_{1:k})$,递推过程可以表示如下

预测

$$p(\mathbf{x}_k | \Delta \mathbf{z}_{1:k-1}) =$$

$$\int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1} | \Delta \mathbf{z}_{1:k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (8)$$

更新

$$p(\mathbf{x}_k | \Delta \mathbf{z}_{1:k}) = \frac{p(\Delta \mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \Delta \mathbf{z}_{1:k-1})}{p(\Delta \mathbf{z}_k | \Delta \mathbf{z}_{1:k-1})} \quad (9)$$

式中 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ 为 $\mathbf{X}_k$ 在 $\mathbf{X}_{k-1} = \mathbf{x}_{k-1}$ 时的条件概率密度函数, $p(\Delta \mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$ 为增量似然函数,

$$p(\Delta \mathbf{z}_k | \Delta \mathbf{z}_{1:k-1}) =$$

$$\iint p(\Delta \mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \Delta \mathbf{z}_{1:k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} d\mathbf{x}_k \quad (10)$$

是归一化常数。

2.3 序贯重要性采样

序贯重要性采样(sequential importance sampling, SIS)的主要思想是利用系统生成的随机样本的加权组合来表示相应的后验概率密度,并利用这些随机样本和权重值计算状态的估计值。

依据上述 Markov 过程的假设,有

$$p(x_{0:k}) = \prod_{i=1}^k p(x_i | x_{i-1}) \quad (11)$$

$$p(\Delta z_{1:k} | x_{0:k}) = \prod_{i=1}^k p(\Delta z_i | x_i) \quad (12)$$

则这些概率密度函数随时间的变化如图1所示。

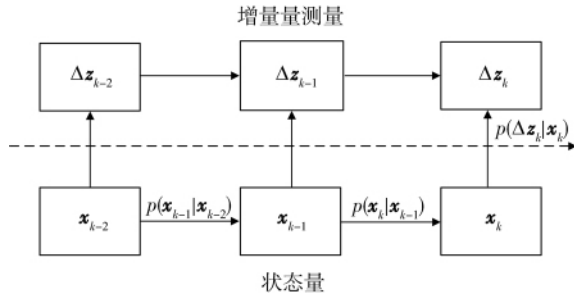


图1 非线性增量系统的概率密度函数图解模型

Fig. 1 Graph model of probability density function of nonlinear incremental systems

已知系统的状态先验条件概率 $p(x_0)$, 利用带有权重系数的粒子 $\{x_k^i, \omega_k^i; i=1, \dots, N\}$ 来描述 k 时刻的后验概率密度 $p(x_{0:k} | \Delta z_{1:k})$, 则 k 时刻的后验概率密度可近似表示为

$$p(x_{0:k} | \Delta z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N \omega_k^i \delta(x_{0:k} - x_{0:k}^i) \quad (13)$$

式中权重系数 ω_k^i 是相应采样粒子 x_k^i 的归一化权重值, 即 $\sum_{i=1}^N \omega_k^i = 1$ 。

实际中, 由于 $p(x_{0:k} | \Delta z_{1:k})$ 采样困难, 则可以利用重要性密度函数 $q(x_{0:k} | \Delta z_{1:k})$ 进行采样。若粒子 $\{x_k^i; i=1, \dots, N\}$ 可由 $q(x_{0:k} | \Delta z_{1:k})$ 得到, 则权重值为

$$\omega_k^i \propto \frac{p(x_{0:k}^i | \Delta z_{1:k})}{q(x_{0:k}^i | \Delta z_{1:k})} \quad (14)$$

若 $q(x_{0:k} | \Delta z_{1:k})$ 可以分解为

$$q(x_{0:k} | \Delta z_{1:k}) = q(x_k | x_{0:k-1}, \Delta z_{1:k}) q(x_{0:k-1} | \Delta z_{1:k-1}) \quad (15)$$

并且 $p(x_{0:k} | \Delta z_{1:k})$ 可分解为

$$p(x_{0:k} | \Delta z_{1:k}) = \frac{p(\Delta z_k | x_k) p(x_k | x_{k-1})}{p(\Delta z_k | \Delta z_{1:k-1})} \times p(x_{0:k-1} | \Delta z_{1:k-1}) \propto p(\Delta z_{1:k} | x_k) p(x_k | x_{k-1}) p(x_{0:k-1} | \Delta z_{1:k-1}) \quad (16)$$

则重要性权重值更新公式为

$$\omega_k^i \propto \omega_{k-1}^i \frac{p(\Delta z_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{k-1}^i, \Delta z_k)} \quad (17)$$

从而, 后验概率密度的加权近似为

$$p(x_k | \Delta z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N \omega_k^i \delta(x_k - x_k^i) \quad (18)$$

2.4 重采样技术

实际应用中, 粒子滤波存在较严重的粒子退化问题, 严重影响了滤波效果^[5]。为了解决粒子滤波算法的退化问题, 引入了重采样技术和优选重要性密度函数两种方法。

重采样技术的基本思想是通过带有权重值的粒子 $\{x_k^i, \omega_k^i; i=1, \dots, N\}$ 表示的后验概率密度 $p(x_k | \Delta z_{1:k})$ 重采样 N_s 次, 产生新的粒子 $\{x_k^{i*}; i=1, \dots, N_s\}$, 使得 $p(x_k^{i*} = x_k^i) = \omega_k^i$ 。由于重采样是独立同分布的, 重新设置权重值为 $\omega_k^i = \frac{1}{N_s}$ 。

重采样使用的一个准则是有效样本容量^[10], 即

$$N_{\text{eff}} = \frac{N}{1 + \text{Var}(\omega_k^i)} \quad (19)$$

式中 $\bar{\omega}_k^i$ 为真权重值, 其表达式为

$$\bar{\omega}_k^i = \frac{p(x_k^i | \Delta z_{1:k})}{p(x_k^i | x_{k-1}^i, \Delta z_k)} \quad (20)$$

实际中, 有效样本容量用下式估计

$$\hat{N}_{\text{eff}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (\omega_k^i)^2} \quad (21)$$

式中 $\bar{\omega}_k^i$ 是由权重值更新公式定义的归一化权重值。

过小的 N_{eff} 就意味着严重退化, 需要重新采样。因此可以设定一个阈值 N_{th} , 如果 $N_{\text{eff}} < N_{\text{th}}$, 则采用重采样算法, 重采样后的所有粒子的权重值被赋为相同的值。

重采样会导致样本枯竭, 即多次使用有较大权重值的粒子, 从而使采样结果中包含了大量重复粒子, 损失了粒子的多样性。

2.5 优选重要性密度函数

克服退化现象的另一个方法, 就是选取恰当的重要性密度函数 $q(x_{0:k} | \Delta z_{1:k})$ 。选取重要性密度函数遵循的两大原则是易采样和权重系数的方差最小。在给定 $\{x_{0:k-1}^i; i=1, \dots, N\}$ 及 $\Delta z_{1:k}$ 的情形下使得权重系数方差最小的最优重要性密度函数为^[11]

$$q(x_k | x_{k-1}^i, \Delta z_k)_{\text{opt}} = p(x_k | x_{k-1}^i, \Delta z_k) = \frac{p(\Delta z_k | x_k, x_{k-1}^i) p(x_k | x_{k-1}^i)}{p(\Delta z_k | x_{k-1}^i)} \quad (22)$$

将式(22)代入式(17)得

$$\omega_k^i \propto \omega_{k-1}^i p(\Delta z_k | x_{k-1}^i) = \omega_{k-1}^i \int p(\Delta z_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i) dx_k^i \quad (23)$$

可见,选取重要性密度时,需要从 $p(x_k | x_{k-1}^i, \Delta z_k)$ 采样并计算式(23)中的积分. 通常情况下这两点都不容易做到,但是当 x_k 为有限集或 $p(x_k | x_{k-1}^i, \Delta z_k)$ 为高斯函数时是可行的^[12].

从实际应用角度,常用的重要性密度函数是易于实现的先验密度函数

$$q(x_k | x_{k-1}^i, \Delta z_k) = p(x_k | x_{k-1}^i) \quad (24)$$

此时,有

$$\omega_k^i \propto \omega_{k-1}^i p(\Delta z_k | x_k^i) \quad (25)$$

2.6 增量粒子滤波算法

针对扩维后的增量概率模型式(6)和式(7),可得到增量粒子滤波算法,归纳如下(算法流程见图2).

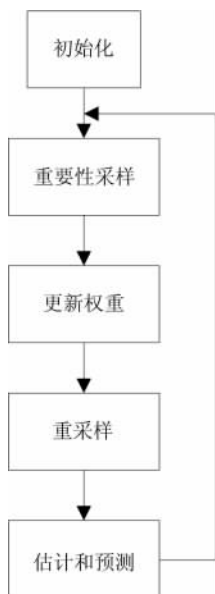


图2 增量粒子滤波算法流程图

Fig. 2 IPF algorithm flow chart

1) 初始化. $k=0$, 由状态先验条件概率 $p(x_0)$ 采样, 得到粒子 $x_0^i: i=1, \dots, N$, 并赋予相同的权重 $\omega_0^i = \frac{1}{N}: i=1, \dots, N$.

2) 更新. 在 k 时刻, 从建议分布中采样 $x_k^i \sim q(x_k | x_{k-1}^i, \Delta z_k)$, $i=1, \dots, N$, 并更新粒子权重值

$$\omega_k^i = \omega_{k-1}^i \frac{p(\Delta z_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{k-1}^i, \Delta z_k)} \quad (26)$$

$i=1, \dots, N$

归一化, 得

$$\omega_k^i = \frac{\omega_k^i}{\sum_{i=1}^N \omega_k^i} \quad (27)$$

则可得 k 时刻状态参数 x_k 的最小均方估计

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N \omega_k^i x_k^i \quad (28)$$

3) 重采样. 若 $\hat{N}_{\text{eff}} < N_{\text{th}}$, 则进行重采样, 将原来的带权样本 $\{x_k^i, \omega_k^i: i=1, \dots, N\}$ 映射为等权样本 $\{x_k^i, N^{-1}: i=1, \dots, N\}$.

4) 预测. 方差估计为

$$P_k = \sum_{i=1}^N \omega_k^i (x_k^i - \hat{x}_k)(x_k^i - \hat{x}_k)^T \quad (29)$$

5) 令 $k=k+1$, 返回 2)。

3 计算机仿真验证

考虑单变量非平稳增长模型(univariate non-stationary growth model, UNGM)^[13-14].

$$x_k = f_{k-1}(x_{k-1}) + w_{k-1} \quad (30)$$

$$z_k = \frac{x_k^2}{20} + a_k + v_k^* \quad (31)$$

式中

$$f_{k-1}(x_{k-1}) = 0.5x_{k-1} + \frac{2.5x_{k-1}}{1+x_{k-1}^2} + 8\cos(1.2k) \quad (32)$$

这里采用的增量量测方程为

$$\Delta z_k = \frac{1}{20}(x_k^2 - x_{k-1}^2) + v_k \quad (33)$$

其中增量量测量 Δz_k 已消除量测数据中的系统误差。

式(30)和式(33)中, w_k 和 v_k 是独立的高斯白噪声序列, 且 w_k 的均值 $q=0$ 和方差 $Q=0.1$, v_k 的均值 $r=0$ 和方差 $R=1$, 并取状态初始值 $x_0=3$, 误差阵初值 $P_0=2$, 量测系统误差 $a_k=3$ 为未知量, 采样粒子数为 100. 计算时长为 50s, 采样周期为 $T=1\text{s}$. 重新采样阈值取为 $N_{\text{th}} = \frac{200}{3}$, 重采样方法采用多项式重采样^[14-15].

本文仿真的部分过程如下.

1) 初始化

从正态分布 $N(0, 0.1)$ 的概率密度函数进行采样, 如图3所示, 每个粒子赋予相同的权重 $\omega_0^i = 0.01: i=1, \dots, 100$.

2) 更新和重采样过程

此次仿真中, IPF 和 PF 分别进行了 14 次和 28 次重采样. 下面分别给出 x_k 在第 1, 19, 20 步的采样粒子和重采样粒子以及相应的权重. 由于进行重采样后, 权重都会赋为 $\omega_0^i = 0.01: i=1, \dots, 100$, 因此, 图4~图7中不再给出 IPF 和 PF 均进行重采样后的权重图.

3) 状态估计和误差比较

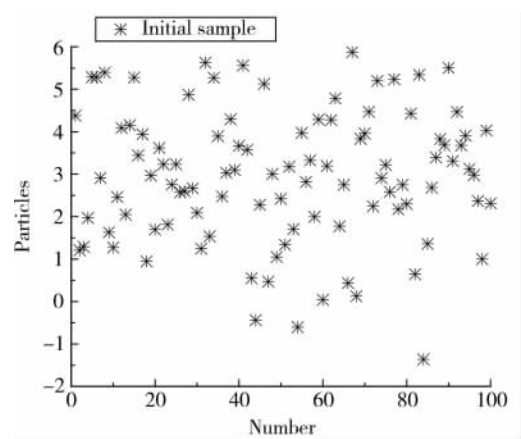


图 3 IPF 和 PF 的初始采样

Fig. 3 Initial sample particles of IPF and PF

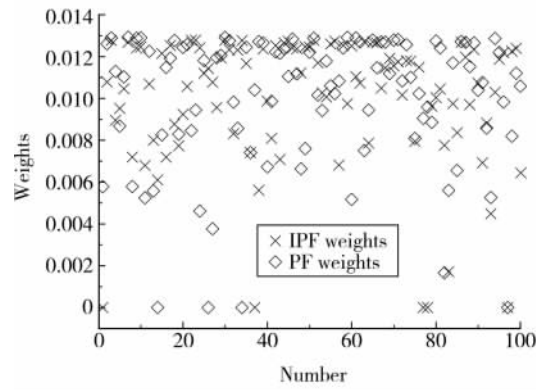


图 6 IPF 和 PF 的粒子权重(x_{19})

Fig. 6 Particles weights of IPF and PF (x_{19})

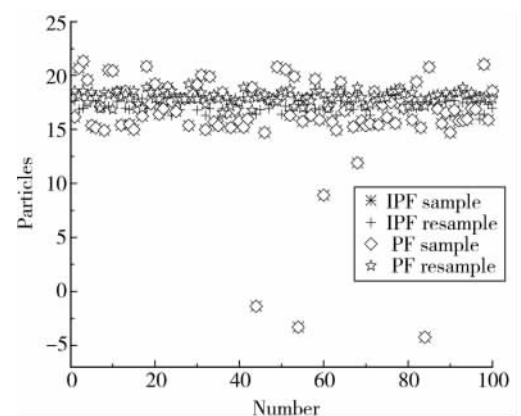


图 4 IPF 和 PF 的采样和重采样(x_1)

Fig. 4 Sample and resample particles from IPF and PF (x_1)

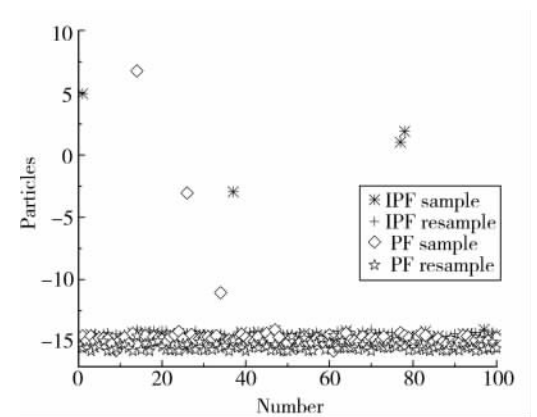


图 7 IPF 和 PF 的采样和重采样(x_{20})

Fig. 7 Sample and Resample particles from IPF and PF (x_{20})

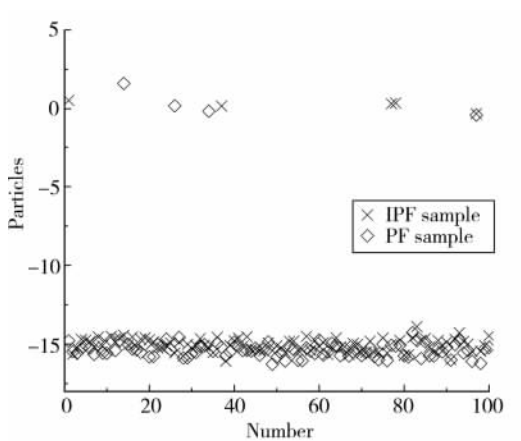


图 5 IPF 和 PF 的采样(x_{19})

Fig. 5 Sample particles from IPF and PF (x_{19})

最后给出滤波结果及相应的状态估计的误差(如表 1,图 8~图 9),并给出滤波误差的均方根误差 RMSE(量符号记为 E_{rms}),其计算公式为

$$E_{\text{rms}} = \left[\frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1/2} \quad (34)$$

表 1 滤波误差均值和均方根误差
Table 1 Mean and RMSE of filtering errorr

滤波方法	均值	均方根误差
PF	0.5296	1.9829
IPF	0.2896	0.5932

从过程 2)更新和重采样中可看到增量粒子滤波重采样的次数要明显小于粒子滤波(减少了 41.7%),这表明增量粒子滤波的粒子退化较轻,

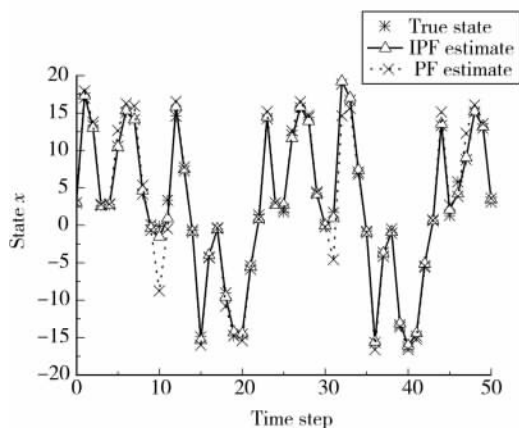


图 8 IPF 和 PF 的状态估计比较

Fig. 8 Comparison of state estimation of IPF and PF

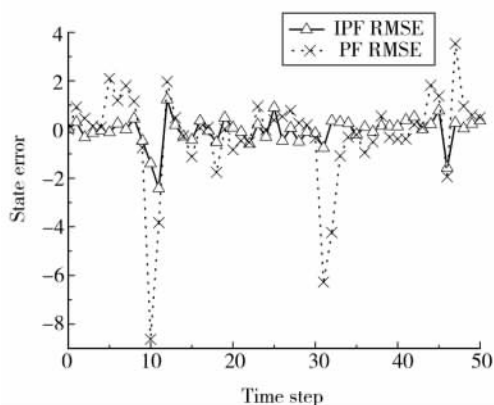


图 9 IPF 和 PF 的状态误差比较

Fig. 9 Comparison of state error of IPF and PF

能更好地保存粒子的多样性。从图 8 和图 9 中可以看到:增量粒子滤波很好地跟踪了真值,而粒子滤波大部分很好地跟踪了真值,但在第 10, 31, 32, 33 步引起了较大的误差。图 9 给出两种方法估计值与真实值的误差图,可以看到,增量粒子滤波与真值的误差比粒子滤波的误差更接近于 0。从表 1 给出的滤波误差均值和均方根误差中,可以看出系统误差对粒子滤波的滤波结果影响较大,但增量粒子滤波能够消除这种未知的系统误差对滤波的影响,滤波误差均值和均方根误差分别降低了 45.3% 和 70.1%,得到了较好的状态估计。这表明增量粒子滤波方法能更好地消除这种影响滤波结果的未知系统误差,有效地改善了滤波效果。

4 结 论

1) 由于复杂的环境因素、不稳定的测量设备等一系列原因,使得测量数据含有一种未知的系统误差。此系统误差会影响似然函数,从而影响粒子权重值和粒子的重采样过程。

2) 本文通过增量的形式,修正了量测似然函数,建立了精确的增量粒子滤波模型,优化了粒子权重的计算过程。

3) 基于一般的非线性、非高斯增量系统,本文提出了增量粒子滤波方法。它不但能够消除未知系统误差对非线性滤波的影响性,而且能够减少重采样的次数,较好地保存了粒子的多样性,从而有效地改善了非线性滤波的效果。仿真效果也表明了此方法有效。

参考文献:

- [1] Doucet A, Vo B N, Andrieu C, et al. Particle filtering for multi-target tracking and sensor management[C]// Proceedings of the Fifth International Conference on Information Fusion, Annapolis, MD, USA; IEEE Conference Publications, 2002; 474-481.
- [2] Gustafsson F, Gunnarsson F, Bergman N, et al. Particle filters for positioning, navigation, and tracking[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2002, 50(2): 425-437.
- [3] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2002, 50(2): 174-188.
- [4] Doucet A, Johansen A M. A tutorial on particle filtering and smoothing: fifteen years later[M]. Oxford, UK: Oxford University Press, 2009.
- [5] Lichtenauer J, Reinders M, Hendriks E. Influence of the observation likelihood function on particle filtering performance in tracking applications[C]// Proceedings Sixth IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition, Seoul, Korea; IEEE Conference Publications, 2004; 767-772.
- [6] 傅惠民, 吴云章, 娄泰山. 欠观测条件下的增量 Kalman 滤波方法[J]. 机械强度, 2012, 34(1): 43-47.
FU Huimin, WU Yunzhang, LOU Taishan. Incremental Kalman filter method under poor observation condition [J]. Journal of Mechanical Strength, 2012, 34(1): 43-47. (in Chinese)
- [7] 傅惠民, 娄泰山, 吴云章. 欠观测条件下的扩展增量 Kalman 滤波方法[J]. 航空动力学报, 2012, 27(4): 777-781.
FU Huimin, LOU Taishan, WU Yunzhang. Extended incremental Kalman filter method under poor observation condition [J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(4): 777-781. (in Chinese)

- [8] 傅惠民,吴云章,娄泰山. 自适应增量 Kalman 滤波方法[J]. 航空动力学报,2012,27(6):1225-1229.
FU Huimin, WU Yunzhang, LOU Taishan. Adaptive incremental Kalman filter method[J]. Journal of Aerospace Power,2012,27(6):1225-1229. (in Chinese)
- [9] 傅惠民,娄泰山,吴云章. 无迹增量滤波方法[J]. 航空动力学报,2012,27(7):1625-1629.
FU Huimin, LOU Taishan, WU Yunzhang. Unscented incremental filter method [J]. Journal of Aerospace Power, 2012,27(7):1625-1629. (in Chinese)
- [10] 付梦印,邓志红,闫莉萍. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 2 版. 北京:科学出版社,2010.
- [11] Doucet A, Gordon N J, Krishnamurthy V. Particle filters for state estimation of jump Markov linear systems[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2001, 49(3): 613-624.
- [12] 朱志宇. 粒子滤波算法及其应用[M]. 北京:科学出版社, 2010:171-185.
- [13] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[C]// IEE Proceedings F. UK: IET Radar, Sonar & Navigation, 1993:107-113.
- [14] 张洪涛,马培军,崔平远. 一种用于解决粒子滤波粒子退化现象的重要性重采样算法的研究[J]. 飞行器测控学报, 2008,27(4):44-48.
ZHANG Hongtao, MA Peiyuan, CUI Pingyuan. Research on an importance resampling algorithm to solve particle degeneration of particle filter[J]. Journal of Spacecraft TT & C Technology, 2008,27(4):44-48. (in Chinese)
- [15] Smith A F M, Gelfand E. Bayesian statistics without tears;a sampling-resampling respective[J]. American Statistician, 1992,46(2):84-88.