

文章编号:1000-8055(2013)02-0259-05

自适应无迹增量滤波方法

傅惠民, 吴云章, 姜泰山

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘 要: 提出自适应无迹增量滤波(AUIF)的概念和定义,建立自适应无迹增量滤波模型及其分析方法,给出递推算法.传统的滤波方法极少关注量测方程的系统误差.在许多实际情况(如深空探测),量测方程由于受环境因素及测量设备不稳定等影响往往无法进行验证或校准而存在未知的系统误差,并且模型参数和噪声统计量也具有不确定性.这种不确定性会使递推过程产生较大误差,甚至导致发散,从而降低滤波精度.提出的 AUIF 能够成功消除这种未知的系统误差,也能够实时估计变化的噪声统计量,提高滤波精度.该方法计算简单,便于工程应用.

关 键 词: 自适应无迹增量滤波; 自适应无迹滤波; 系统误差; 滤波精度; 深空探测

中图分类号: V448; O231

文献标识码: A

Adaptive unscented incremental filter method

FU Hui-min, WU Yun-zhang, LOU Tai-shan

(Research Center of Small Sample Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The adaptive unscented incremental filter(AUIF)model was put forward, in which its concept, model, basis equations and the recursive calculative steps were established. Classical filters did not research the system errors of measurement equations. Due to environmental factors and the instability of measurement equipments, it is difficult to accurately obtain the measurement equations that are not verified and calibrated. So the measurement data have unknown time-varying system errors in actual engineering in the actual environment (such as deep space exploration). The model equations and the noise characteristics have many uncertainties. The uncertainty will lead to greater Kalman filtering error and indeed diverges. The presented AUIF can successfully eliminate the measurement equation system errors. The method can estimate statistical characteristics, adjust gain matrix in real time and greatly improve the filtering accuracy. The method is simple to calculate and easy to apply in engineering.

Key words: adaptive unscented incremental filter (AUIF);
adaptive unscented filter (AUF); system error;
filtering accuracy; deep space exploration

非线性滤波问题广泛应用于组合导航系统、深空探测器的导航系统、卫星轨道/姿态的估计系

收稿日期:2012-02-29

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130131.0829.201302.259_003.html

基金项目:国家重点基础研究发展计划(2012CB720000)

作者简介:傅惠民(1956—),男,浙江遂昌人,“长江学者”特聘教授,博士,从事小样本信息技术、软校准技术、数据融合方法、可靠性及滤波理论研究.

统,火箭的制导、控制系统和飞机、舰船的惯性导航系统等.针对这些系统中的非线性滤波问题,学者们提出了许多次优的近似方法.基于函数线性化近似的扩展 Kalman 滤波方法(extended Kalman filter, EKF)^[1-2]是应用最为广泛的一种.此外,基于数量固定的采样点,使其近似某个高斯分布要比近似非线性函数更容易,以采样方法近似非线性分布来解决非线性问题得到了广泛的关注.因此,粒子滤波(particle filter, PF)^[3-5]、Unscented Kalman 滤波(unscented Kalman filter, UKF)^[6-8]也是应用最为广泛的一种.

Arulampalam 等提出的 UKF^[3]以无迹变换(unscented transformation, UT)为基础,采用 Kalman 线性滤波框架和确定性采样形式.这使得 UKF 的计算量与 EKF 算法相当,但性能优于 EKF^[3].UKF 直接利用非线性动力状态方程取代了 EKF 的线性化.UKF 和 EKF 计算过程同样复杂,但是 UKF 不需要计算 Jacobians 或者 Hessians 矩阵^[7,9].

在深空探测等实际工作环境中,很难建立准确的系统模型,更难获得准确的系统噪声和量测噪声统计量.由于环境因素的影响、测量设备的不稳定性、模型的简化和参数的选取不当等原因,量测方程中存在的系统误差,最终造成滤波精度下降甚至发散.文献[10]提出了增量 Kalman 滤波方法;文献[11]扩展增量 Kalman 滤波方法基于函数线性化将其推广到了非线性;文献[12]无迹增量滤波采用了基于 UT 的非线性方法;这些方法均能很好地消除量测方程中系统误差的影响,达到较好的滤波效果.

为了解决噪声统计量不确定性带来的影响,文献[13]给出了一种消除量测方程中系统误差又在线实时估计噪声统计量,降低不确定因素的影响的自适应增量滤波方法.本文基于无迹增量滤波方法^[12]和自适应增量 Kalman 滤波方法^[13],提出一种自适应无迹增量滤波(AUIF)方法.在增加少许存储量和计算量的情况下,该方法既能够成功消除量测方程中的系统误差,又能够实时估计噪声统计量,实时修正滤波增益矩阵,从而提高滤波精度.

1 基本方程

工程实践中的系统噪声和量测噪声为加性噪声非线性离散增量系统可由以下形式数学模型描述^[12]:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{W}_{k-1} \quad (1)$$

$$\Delta \mathbf{Z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{V}_k \quad (2)$$

工程实际中,式(2)还可以写成如下形式:

$$\Delta \mathbf{Z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k) - \mathbf{h}_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{V}_k \quad (3)$$

式中 $\mathbf{X}_k$ 为 n 维状态向量; $\mathbf{f}_k(\cdot)$ 为 n 维非线性向量离散函数; $\mathbf{W}_k$ 为 n 维系统噪声向量; $\Delta \mathbf{Z}_k$ 为 m 维量测向量增量, $\Delta \mathbf{Z}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_{k-1}$; $\mathbf{Z}_k$ 为 m 维量测向量; $\mathbf{h}_k(\cdot)$ 为 m 维非线性向量离散函数; $\mathbf{V}_k$ 为 m 维量测噪声向量.系统噪声向量 $\mathbf{W}_k$ 和量测噪声向量 $\mathbf{V}_k$ 满足下式:

$$\begin{cases} E[\mathbf{W}_k] = \mathbf{q}_k \\ \text{Cov}[\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_j] = E[\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{kj} \\ E[\mathbf{V}_k] = \mathbf{r}_k \\ \text{Cov}[\mathbf{V}_k, \mathbf{V}_j] = E[\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T] = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \\ \text{Cov}[\mathbf{W}_k, \mathbf{V}_j] = E[\mathbf{W}_k \mathbf{V}_j^T] = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中 Cov 为协方差符号, E 为数学期望符号, δ_{kj} 为 δ 函数,当 $k=j$ 时, $\delta_{kj}=1$; 当 $k \neq j$ 时, $\delta_{kj}=0$.

2 自适应无迹增量滤波方法

2.1 改进的噪声估计器

在深空探测等实际环境中,探测器不可避免地受到各种扰动,这些扰动给动力学状态系统带来摄动,产生状态方程的系统噪声 $\mathbf{W}_k$; 并且给量测系统带来干扰,产生未知的量测系统误差及量测噪声 $\mathbf{V}_k$. 一般情况下,噪声统计量是未知的.我们常常利用极大后验(maximum a posterior, MAP)噪声统计估值器来估计系统噪声 $\mathbf{W}_k$ 的均值 $\mathbf{q}_k$ 、协方差 $\mathbf{Q}_k$ 和量测噪声 $\mathbf{V}_k$ 的均值 $\mathbf{r}_k$ 、协方差 $\mathbf{R}_k$.

$$\hat{\mathbf{q}}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\hat{\mathbf{X}}_{j/k} - \mathbf{f}_{j-1}(\hat{\mathbf{X}}_{(j-1)/k})] \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{Q}}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\hat{\mathbf{X}}_{j/k} - \mathbf{f}_{j-1}(\hat{\mathbf{X}}_{(j-1)/k}) - \hat{\mathbf{q}}_k] [\hat{\mathbf{X}}_{j/k} - \mathbf{f}_{j-1}(\hat{\mathbf{X}}_{(j-1)/k}) - \hat{\mathbf{q}}_k]^T \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{r}}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\Delta \mathbf{Z}_j - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{X}}_{j/k}, \hat{\mathbf{X}}_{(j-1)/k})] \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\Delta \mathbf{Z}_j - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{X}}_{j/k}, \hat{\mathbf{X}}_{(j-1)/k}) - \hat{\mathbf{r}}_k] [\Delta \mathbf{Z}_j - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{X}}_{j/k}, \hat{\mathbf{X}}_{(j-1)/k}) - \hat{\mathbf{r}}_k]^T \quad (8)$$

式中 $\hat{\mathbf{X}}_{j/k} (j=0, 1, \dots, k)$ 为区间内的平滑估值,计算过程较为复杂.因为最近的新息应该起到较大的影响,所以其权重值可以采用遗忘因子法进行修正.因此,可以得到递推的改进 Sage-Husa 估值器,即改写成如下方式

$$\hat{q}_k = (1 - d_{k-1})\hat{q}_{k-1} + d_{k-1}[\hat{X}_{k/k} - f_{j-1}(\hat{X}_{(k-1)/(k-1)})] \quad (9)$$

$$\hat{Q}_k = (1 - d_{k-1})\hat{Q}_{k-1} + d_{k-1}(K_k \varepsilon_k \varepsilon_k^T K_k^T + P_k - \Phi_{k/(k-1)} P_{k-1} \Phi_{k/(k-1)}^T) \quad (10)$$

$$\hat{r}_k = (1 - d_{k-1})\hat{r}_{k-1} + d_{k-1}[\Delta Z_k - h_k(\hat{X}_{k/(k-1)}, \hat{X}_{(k-1)/(k-1)})] \quad (11)$$

$$\hat{R}_k = (1 - d_{k-1})\hat{R}_{k-1} + d_{k-1}[\varepsilon_k \varepsilon_k^T - (H_k P_{k/(k-1)} H_k^T - H_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k/(k-1)}^T H_k^T - H_k \Phi_{k/(k-1)} P_{k-1} H_{k-1}^T + H_{k-1} P_{k-1} H_{k-1}^T)] \quad (12)$$

式中 $d_{k-1} = (1 - b)/(1 - b^k)$, $0 < b < 1$ 为遗忘因子。

$$\varepsilon_k = \hat{\Delta Z}_k - \Delta Z_k - \hat{\Delta Z}_{k/(k-1)} \quad (13)$$

$$\Phi_{k/(k-1)} = \frac{\partial f_{k-1} X_{k-1}}{\partial X_{k-1}} \Big|_{x_{k-1} = \hat{x}_{k-1}} \quad (14)$$

$$H_k = \frac{\partial h_k X_k}{\partial X_k} \Big|_{x_k = \hat{x}_{k/(k-1)}} \quad (15)$$

$$H_{k-1} = \frac{\partial h_{k-1} X_{k-1}}{\partial X_{k-1}} \Big|_{x_{k-1} = \hat{x}_{k-1}} \quad (16)$$

2.2 自适应无迹增量滤波方法(AUIF)

在无迹滤波和无迹增量滤波的 UT 算法中,最重要的是确定 Sigma 点采样策略。目前已有的 Sigma 点采样策略有对称采样^[1]、单形采样^[14-15]等基本采样策略。本文使用的是对称采样以及应用比例修正的比例对称采样,即 Scaled 无迹变换得到 Scaled Sigma 点,采样点个数为 $2n+1$,采样公式为^[14]

$$\chi_i = \begin{cases} \bar{x} & i=0 \\ \bar{x} + (\sqrt{(n+\lambda)P_x})_i & i=1, \dots, n \\ \bar{x} - (\sqrt{(n+\lambda)P_x})_{i-L} & i=n+1, \dots, 2n \end{cases} \quad (17)$$

计算均值和方差所用的加权值公式如下:

$$\begin{cases} w_0^{(m)} = \frac{\lambda}{n+\lambda} \\ w_0^{(c)} = \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \\ w_i^{(m)} = w_i^{(c)} = \frac{1}{2(n+\lambda)} \quad i=1, \dots, 2n \end{cases} \quad (18)$$

式中 $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$ 是一个比例因子, α 决定了 Sigma 点的范围,通常为一小的正数($0 < \alpha < 1$)。 κ 是另一个比例因子,通常设置为 $0(n > 3)$ 或 $3 - n(n \leq 3)$ 。 β 是一个调节参数,对于高斯分布, $\beta = 2$ 是最优的^[5,14]。

以下仅对具有加性噪声的非线性离散增量系

统式(1)和式(2),将自适应增量滤波引入无迹增量滤波方法中,估计系统中的状态噪声和量测噪声的统计特性。通过无迹变换和 Sigma 点重采样,得到自适应无迹增量滤波方法。

设非线性离散增量系统的状态初始条件为

$$\hat{X}_0 = E[X_0] \quad (19)$$

$$P_0 = E[(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^T] \quad (20)$$

t_k 时刻的状态向量 X_k 的估计 $\hat{X}_k$ 可按下面步骤递推得到。

计算 Sigma 点

$$\chi_{k-1} = [\hat{X}_{k-1}, \hat{X}_{k-1} \pm \sqrt{(n+\lambda)P_{k-1}}] \quad (21)$$

状态一步预测

$$\chi_{k/(k-1)}^* = f_{k-1} \chi_{k-1} + q_{k-1} \quad (22)$$

$$\hat{X}_{k/(k-1)} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \chi_{i,k/(k-1)}^* \quad (23)$$

一步预测误差的方差阵

$$P_{k/(k-1)} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} [\chi_{i,k/(k-1)}^* - \hat{X}_{k/(k-1)}] \times [\chi_{i,k/(k-1)}^* - \hat{X}_{k/(k-1)}]^T + Q_{k-1} \quad (24)$$

重新计算 Sigma 点

$$\chi_{k/(k-1)} = [\hat{X}_{k/(k-1)}, \hat{X}_{k/(k-1)} \pm \sqrt{(n+\lambda)P_{k/(k-1)}}] \quad (25)$$

$$dZ_{k/(k-1)} = h_k(\chi_{k/(k-1)}, \hat{X}_{k-1}) + r_k \quad (26)$$

$$\hat{\Delta Z}_{k/(k-1)} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} dZ_{i,k/(k-1)} \quad (27)$$

状态估计

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k/(k-1)} + K_k(\Delta Z_k - \hat{\Delta Z}_{k/(k-1)}) \quad (28)$$

估计误差的方差阵

$$P_k = P_{k/(k-1)} - K_k \Omega_k K_k^T \quad (29)$$

滤波增益矩阵

$$K_k = P_{X_k} \tilde{\Sigma}_k \Omega_k^{-1} \quad (30)$$

式中

$$\Omega_k = P_{\tilde{\Sigma}_k} \tilde{\Sigma}_k = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} [dZ_{i,k/(k-1)} - \hat{\Delta Z}_{k/(k-1)}] \times [dZ_{i,k/(k-1)} - \hat{\Delta Z}_{k/(k-1)}]^T + R_k \quad (31)$$

$$P_{X_k} \tilde{\Sigma}_k = \sum_{i=0}^{2L} w_i^{(c)} [\chi_{i,k/(k-1)} - \hat{X}_{k/(k-1)}] \times [dZ_{i,k/(k-1)} - \hat{\Delta Z}_{k/(k-1)}]^T \quad (32)$$

利用时变噪声统计估计器对量测噪声的均值 r_k 、协方差 R_k 和系统噪声的均值 q_k 、协方差 Q_k 分别利用式(5)~式(8)或式(9)~式(12)进行估计。

特别地,当非线性离散增量系统中的量测方

程式(2)换成式(3)时,上述算法流程式(19)~式(32)中只需改变式(26)为

$$dZ_{k/(k-1)} = h_k(x_{k/(k-1)}) - h_{k-1}(\hat{X}_{k-1}) + r_k \quad (33)$$

即可得到其相应的算法流程.

3 计算机仿真验证

大量模拟仿真验证表明:当受环境等因素的影响,测量数据含有未知的系统误差时,自适应无迹滤波(AUKF)无法消除这种未知的系统误差,而本文提出的自适应无迹增量滤波(AUIF)能成功消除该系统误差,提高滤波精度.下面仅以一具体算例说明自适应无迹增量滤波的滤波效果.

考虑一维非线性离散系统.

$$x_k = 0.9x_{k-1} + w_{k-1} \quad (34)$$

$$z_k = x_k^2 + a_k + v_k \quad (35)$$

式中 w_k 和 v_k 是独立的高斯白噪声序列,且量测噪声 v_k 的均值 $r=0$,方差 $R=0.1$.量测系统误差为 $a_k=3$.系统噪声 w_k 的均值 $q=0$ 和方差 $Q(Q^*=0.001)$ 由下式给出

$$Q_k = \begin{cases} Q^* & k \in [1, 20) \\ 4 \times Q^* & k \in [20, 40) \\ Q^* & k \in [40, 80) \\ 16 \times Q^* & k \in [80, 100) \end{cases}$$

分别采用 AUKF, AUIF 两种方法(遗忘因子取 $b=0.95$)进行滤波(取初值 $\hat{x}_k = x_0 = 20, P_0 = 1$),图 1 给出其仿真结果.从图 1 可以看到:AUIF 与真值吻合得最好,能够消除系统误差对滤波的影响;AUKF 不能消除未知的系统误差影响,与真值偏差较大.图 2 给出两种滤波结果与真值的误差比较,从图 2 可以进一步看到,AUIF 与真值

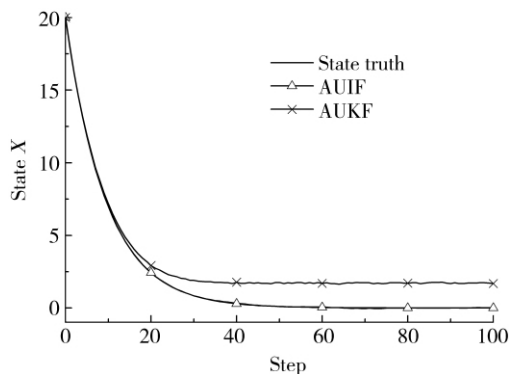


图 1 AUKF and AUIF 的状态估计结果比较

Fig. 1 State estimation of AUKF and AUIF

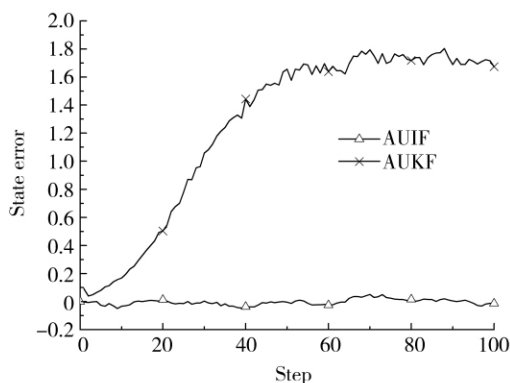


图 2 AUKF 和 AUIF 的状态误差比较

Fig. 2 State error of AUKF and AUIF

的误差在 0 附近波动较小,满足精度要求;而 AUKF 与真值的误差已不在 0 附近波动,误差较大.这表明 AUIF 能有效地消除未知的系统误差的影响,提高滤波的精度,很好地跟踪状态 x_k 的变化.

4 结 论

1) 由于系统模型的不确定性,即环境因素的影响、测量设备的不稳定性、模型简化和参数的选取不当等原因,常常造成测量数据含有系统误差.自适应无迹增量方法具有能够消除量测方程中的系统误差,提高滤波精度.

2) 本文提出的自适应无迹增量滤波方法,它可以应用于噪声统计量事先未知的情况下.它能够实时估计和修正系统噪声和量测噪声统计量,达到降低模型误差、提高滤波精度的目的.

参考文献:

- [1] Sunahara Y. An approximate method of state estimation for nonlinear dynamical systems[J]. Journal Basic Engineering, 1970, 9(2): 385-393.
- [2] Fujimoto O, Okita Y, Ozaki S. Nonlinearity compensation extended Kalman filter and its application to target motion[J]. Oki Technical Review, 1997, 63(159): 1-12.
- [3] Arulampalam M S, Maskell S, Cordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-188.
- [4] 赵琳,王小旭,薛红香,等.带噪声统计估计器的 Unscented 卡尔曼滤波器设计[J].控制与决策, 2009, 24(10): 1483-1488.
ZHAO Lin, WANG Xiaoxu, XUE Hongxiang, et al. Design of unscented Kalman filter with noise statistic estimator[J]. Control and Decision, 2009, 24(10): 1483-1488. (in Chinese)

- [5] 郝钢,叶秀芬.多传感器加权观测融合自适应 UKF 滤波器[J].宇航学报,2011,32(6):1400-1408.
HAO Gang, YE Xiufen. Adaptive weighted measurement fusion unscented Kalman filter for multisensor system[J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(6): 1400-1408. (in Chinese)
- [6] Julier S, Uhlmann J K. A new extension of Kalman filter to nonlinear systems[C] // Proceedings of AeroSense: the 11th International Symposium Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls. Orlando: SPIE, 1997: 182-193.
- [7] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filter and nonlinear estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-402.
- [8] Tamer A, Miibecel D. An adaptive unscented Kalman filter for tightly coupled INS/GPS integration[C] // Proceedings of Position Location and Navigation Symposium (PLANS). Mytle Beach, SC: IEEE, 2012: 389-395.
- [9] JIANG Zhe, SONG Qi, HE Yuqing, et al. A novel adaptive unscented Kalman filter for nonlinear estimation[C] // Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans: IEEE, 2007: 4293-4298.
- [10] 傅惠民,吴云章,娄泰山.欠观测条件下的增量 Kalman 滤波方法[J].机械强度,2012,34(1):43-47.
FU Huimin, WU Yunzhang, LOU Taishan. Incremental Kalman filter method under poor observation condition[J]. Journal of Mechanical Strength, 2012, 34(1): 43-47. (in Chinese)
- [11] 傅惠民,娄泰山,吴云章.欠观测条件下的扩展增量 Kalman 滤波方法[J].航空动力学报,2012,27(4):777-781.
FU Huimin, LOU Taishan, WU Yunzhang. Extended incremental Kalman filter method under poor observation condition[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(4): 777-781. (in Chinese)
- [12] 傅惠民,娄泰山,吴云章.无迹增量滤波方法[J].航空动力学报,2012,27(7):1625-1629.
FU Huimin, LOU Taishan, WU Yunzhang. Unscented incremental filter method[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(7): 1625-1629. (in Chinese)
- [13] 傅惠民,吴云章,娄泰山.自适应增量 Kalman 滤波方法[J].航空动力学报,2012,27(6):1225-1229.
FU Huimin, WU Yunzhang, LOU Taishan. Adaptive incremental Kalman filter method[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(6): 1225-1229. (in Chinese)
- [14] Julier S J. The scaled unscented transformation[C] // Proceedings of American Control Conference. Jefferson City: IEEE, 2002: 4555-4559.
- [15] Julier S J, Uhlmann J K. Reduced sigma point filters for the propagation of means and covariances through nonlinear transformations[C] // Proceedings of the American Control Conference. Anchorage: IEEE, 2002: 887-892.