

文章编号:1000-8055(2013)01-0032-06

基于固定任务混频的寿命相关载荷分布特性

赵福星¹, 吕玉泽², 郑小梅¹, 杨兴宇¹

(1. 北京航空工程技术研究中心, 北京 100076;

2. 空军装备部 可靠性办公室, 北京 100843)

摘 要: 为了对航空发动机结构件使用可靠性进行分析, 需要对基于固定任务混频的寿命相关载荷的分布特性进行研究. 采用数理统计的方法根据独立同分布中心极限定理对飞行载荷的累计过程进行了研究, 推导了载荷累积函数的分布, 从理论上证明了基于固定任务混频的寿命相关累积载荷, 随着飞行剖面的累加而趋于正态分布. 给出了基于固定任务混频的寿命相关载荷的分布特性算法, 采用数学试验的方法用 4 个算例对基于固定任务混频的飞行过程进行了模拟, 从而对理论分析的结果进行了验证. 分析表明载荷累积函数的变异系数随累积飞行剖面数增加而下降.

关 键 词: 航空发动机; 结构寿命; 载荷分布函数; 固定任务混频; 可靠性

中图分类号: V231.95

文献标志码: A

Distribution characteristic of durability load based on fixed task frequency mixing

ZHAO Fu-xing¹, LÜ Yu-ze², ZHENG Xiao-mei¹, YANG Xing-yu¹

(1. Beijing Aeronautical Engineering Technical Research Center, Beijing 100076, China;

2. The Reliability Office,

The Equipment Department of Air Force, Beijing 100843, China)

Abstract: In order to evaluate operational reliability of structural components, distribution characteristic of durability load based on fixed task frequency mixing needed to be analyzed. Mathematical statistics method was used and cumulative progress of flight load was studied according to the central limiting theorem of the same distribution. Distribution function of cumulative load was deduced. It is proved that as the flight profile accumulates, distribution of durability load cumulant tends to be normal. Distribution characteristic algorithm of durability load was presented. The distribution characteristic of durability load cumulant was demonstrated by four examples of numerical simulation. Results show that relative variation coefficient decreases as the number of cumulated flight profiles increases.

Key words: aero-engine; structural life; load distribution function; fixed task frequency mixing; reliability

航空发动机的可靠工作, 是飞机飞行安全的重要保证^[1]. 结构件使用可靠性历来都是航空发动机的设计和使用者最重要的关注点之一^[2-4].

航空发动机的使用载荷可分为强度相关载荷

和寿命相关载荷. 强度相关载荷为静载荷, 不随时间而累加, 作用在构件上的强度相关载荷超过构件所能承受的强度极限则构件失效. 强度相关载荷表现为瞬时性, 主要对零部件强度造成影响, 如

收稿日期: 2012-02-15

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130114.1726.201301.32_005.html

作者简介: 赵福星(1940—), 男, 河北献县人, 高级工程师, 主要从事航空发动机结构、强度、可靠性与寿命研究工作.

振动类载荷、过载等。而寿命相关载荷指的是这样一些载荷,其在一段时间之内的作用与某种寿命消耗相关联,其作用具有可加性,影响发动机零部件的耐久可靠性。寿命相关载荷在持续、多次作用下使构件失效,如低循环疲劳载荷、高循环疲劳载荷(与陀螺力矩相关的)、持久载荷、蠕变载荷等就是寿命相关载荷。

到目前为止,已经开展了许多有关发动机结构可靠性方面的研究工作,主要集中在材料特性随机化、结构随机化两个方面,并相应地发展了随机有限元和各种可靠性仿真方法^[5-10]。上述这些研究的目标可归结为一个,那就是实现结构的抗损伤特性随机化。在载荷的随机性对可靠性的影响方面也开展了一些研究,但是没有区分强度相关载荷和寿命相关载荷的不同的散度性质^[11-13],没有把寿命相关载荷作为一个过程累积量进行分析^[14]。

寿命相关载荷具有与发动机寿命相关的累加性。构件加工完毕,装到发动机上,各个构件的材料和加工工艺特性就已经确定,各台发动机上的同件号构件的内在抗损伤特性就已构成。也就是说,构件的材料和加工工艺特性在发动机使用的时间坐标原点上就已经赋予。寿命相关载荷是在发动机投入使用后才开始作用于构件上,它是一个累积的量,它随机地、一个剖面一个剖面地累加作用于发动机构件上。正是由于构件的这种抗损伤强度的固有性(使用前赋予)和致损载荷的累加性,使得抗损伤强度散度和载荷散度对构件可靠性的影响方式产生了很大的差别。前者对构件寿命散度的影响不随(或基本不随)使用寿命而改变,后者随使用寿命的增加而变化。因此,研究寿命相关载荷的累积过程,给出累积载荷分布特性,对发动机可靠性分析十分必要。固定飞行任务混频,就意味着固定的飞行任务集合,固定的飞行任务组合频比和每个飞行任务给定单一的飞行剖面载荷。这是发动机可靠性分析最常用的先决条件,本文的研究也就从这里开始。本文主要针对寿命相关载荷分布特性进行研究。

1 基于固定任务混频的飞行载荷累积过程

1.1 固定任务混频的载荷库

寿命相关载荷是飞机所历经飞行剖面产生的载荷累积。如低循环疲劳寿命相关载荷是历经飞行剖面所产生的折合标准低循环数的累积;持久

和蠕变寿命相关载荷是历经飞行剖面所用发动机大状态工作时间的累积;与发动机总工作时间有关的寿命相关载荷则是历经飞行剖面的长度的累积等。

由此可见,寿命相关载荷是一个以飞行剖面累积为自变量的载荷累积函数。该函数随剖面累积的变化,构成一个寿命相关载荷的过程。

固定任务混频所对应的某一种载荷的载荷库 Z ,是由任务混频 Q 和各任务的该种载荷的集合 R 所构成

$$Z = \{R, Q\}$$

$$R = \{r_i, i = 1, 2, \dots, m\}$$

$$Q = \{q_i, i = 1, 2, \dots, m\}$$

其中 r_i 为任务 i 所对应的载荷; q_i 为任务 i 的频率; 载荷库载荷期望值

$$E(R) = \sum_{i=1}^m r_i q_i = \mu \quad (1)$$

载荷库载荷均方差

$$D(R) = \sum_{i=1}^m (r_i - \mu)^2 q_i = \sigma^2 \quad (2)$$

1.2 飞行载荷累计过程

由于在固定任务混频条件下的每次飞行任务选择都是在同一个载荷库中抽样完成,这种选择与飞行历史无关。抽样样本在统计学上是所谓独立同分布的。第 j 架飞机的 k 次载荷的叠加,就构成了该架飞机第 k 次飞行后的累积载荷

$$Y_{j,k} = \sum_{i=1}^k y_{j,i} \quad (3)$$

其中 $y_{j,i}$ 为第 j 架飞机的第 i 次载荷, $i = 1, 2, \dots, k, n$ 架飞机第 k 次飞行后的累积载荷集合为

$$Y_k = \{Y_{j,k}, j = 1, 2, \dots, n\} \quad (4)$$

1.3 载荷累积函数的分布

由式(3)、式(4)有

$$Y_{1,k} = y_{1,1} + y_{1,2} + \dots + y_{1,k}$$

$$Y_{2,k} = y_{2,1} + y_{2,2} + \dots + y_{2,k}$$

$$\dots\dots$$

$$Y_{n,k} = y_{n,1} + y_{n,2} + \dots + y_{n,k}$$

观察发现上列等式的等号右侧各数列可成矩阵

$$\begin{pmatrix} y_{11} & \dots & y_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ y_{n1} & \dots & y_{nk} \end{pmatrix}$$

由载荷累积过程可知 $y_{j,i} (j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, k)$ 为独立同分布抽样随机数。当抽样样本 n 很大时,矩阵每一列的数学期望和均方差将与数据库非常接近。因此

$$E(Y_k) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_{j,k} = k\mu \quad (5)$$

$$D(Y_k) = D\left(\sum_{i=1}^k y_{j,i}\right) = \sum_{i=1}^k D(y_{j,i}) = k\sigma^2 \quad (6)$$

标准差

$$S(Y_k) = \sqrt{D(Y_k)} = \sqrt{k}\sigma \quad (7)$$

根据独立同分布中心极限定理^[15],如果构成任意一架飞机的累积载荷 $Y_{j,k}$ 的随机量 $y_{j,1}, y_{j,2}, \dots, y_{j,k}$ 是独立同分布,且具有数学期望和均方差

$$E(y_{j,i}) = \mu \quad i = 1, 2, \dots, k$$

$$D(y_{j,i}) = \sigma^2 \quad i = 1, 2, \dots, k$$

则 $Y_{j,k}$ 的标准化变量 $W_{j,k} = \frac{Y_{j,k} - k\mu}{\sqrt{k}\sigma}$ 的分布函数 F_k 对于任意的 x 满足

$$\lim_{k \rightarrow \infty} F_k = \lim_{k \rightarrow \infty} P\left\{\frac{Y_{j,k} - k\mu}{\sqrt{k}\sigma} \leq x\right\} = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt = \Phi(x) \quad (8)$$

也就是说,当 k 充分大时, $W_{j,k} = \frac{Y_{j,k} - k\mu}{\sqrt{k}\sigma}$ 近似于标准正态分布.

记 $Y_k = \{Y_{j,k}, j = 1, 2, \dots\}$ 的数学期望

$$\mu_k = E(Y_k) = k\mu \quad k = 1, 2, \dots \quad (9)$$

标准差

$$\sigma_k = S(Y_k) = \sqrt{D(Y_k)} = \sqrt{k}\sigma \quad k = 1, 2, \dots \quad (10)$$

变异系数

$$\gamma_k = \frac{\sigma_k}{\mu_k} = \frac{1}{\sqrt{k}} \left(\frac{\sigma}{\mu}\right) \quad k = 1, 2, \dots \quad (11)$$

变异系数也称离散系数,为标准差与均值的比值,反映了单位均值上的离散程度.

由式(8)可得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} P\left\{\frac{Y_{j,k} - \mu_k}{\sigma_k} \leq x\right\} = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt = \Phi(x) \quad (12)$$

令 $t = \frac{u - \mu_k}{\sigma_k}$, 则式(12)右边变为

$$\int_{-\infty}^{x\sigma_k + \mu_k} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u - \mu_k}{\sigma_k}\right)^2} du$$

左边变为

$$\lim_{x \rightarrow \infty} P\{Y_{j,k} \leq x\sigma_k + \mu_k\}$$

记 $v = x\sigma_k + \mu_k$, 则式(12)变为

$$\lim_{x \rightarrow \infty} P\{Y_{j,k} \leq v\} = \int_{-\infty}^v \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u - \mu_k}{\sigma_k}\right)^2} du \quad (13)$$

式(13)说明,当 k 充分大时, $Y_k = \{Y_{j,k}, j = 1, 2, \dots\}$ 的分布函数 F_k 近似于正态分布 $N(\mu_k, \sigma_k)$.

2 基于固定任务混频的飞行模拟

本节拟用数学试验的方法模拟基于固定任务混频的飞行过程,以验证前述理论分析结果的合理性.

2.1 载荷累积的随机抽样方法

载荷累积函数

$$f_k = f_{k-1} + \delta \quad (14)$$

或

$$F_k = F_{k-1} + \Delta$$

其中 δ 为函数 f_k 相对 f_{k-1} 的增量; F_k 为 f_k 的集合, Δ 为 δ 的集合.

记载荷库的载荷积累概率为 $q_i \in [0, 1)$, 其数学表达为

$$q_i = F(r_{1,i}) \quad (15)$$

其中 $r_{1,i}$ 为寿命相关载荷; $i = 0, 1, 2, \dots, m; q_0 = 0, r_0 = 0$.

用均匀分布随机数生成函数生成随机数 $r \in (0, 1)$, 若

$$q_{i-1} < r \leq q_i \quad (16)$$

则取

$$\delta = r_{1,i}$$

这就是离散分布随机量的 Monte Carlo 方法^[16].

2.2 算例载荷库

算例共 4 个,相关载荷库具体数据见表 1~表 4,4 个算例的统计特性见表 5. 表中的“载荷强度”是一个泛指的量:对于低循环疲劳,指的是某一个飞行剖面所产生的当量标准循环数;对于陀螺力矩高循环疲劳,指的是任务剖面的当量标准陀螺力矩循环次数;对于持久载荷,指的是剖面的当量标准状态持久寿命消耗时间;而对于蠕变载荷,指的是剖面的当量标准状态蠕变寿命消耗时间.

表 1 载荷强度的任务混频(算例 1)

Table 1 Task frequency mixing of durability load strength (example 1)

载荷强度	1.0	1.1	1.9	2.0	2.4	2.5	2.6	2.9	3.0	3.1
累积概率	0.0769	0.1587	0.2458	0.2969	0.3522	0.3935	0.4145	0.5078	0.5331	0.5694
载荷强度	3.3	3.8	3.9	4.2	4.3	4.4	4.8	5.9	6.0	6.7
累积概率	0.6020	0.6598	0.6881	0.7508	0.7748	0.8069	0.8354	0.8723	0.8791	0.9202
载荷强度	10.9	11.1	11.8	12.2	12.3	12.4	12.8	18.0	22.7	43.1
累积概率	0.9274	0.9741	0.9786	0.9835	0.9854	0.9879	0.9901	0.9930	0.9963	1

表 2 载荷强度的任务混频(算例 2)

Table 2 Task frequency mixing of durability load strength (example 2)

载荷强度	2.1	4.2	6.0	9.0	12.9	16.1	20.7	26.0	30.1
累积概率	0.02	0.03	0.10	0.11	0.24	0.50	0.64	0.74	1

表 3 载荷强度的任务混频(算例 3)

Table 3 Task frequency mixing of durability load strength (example 3)

载荷强度	2.1	4.2	6.0	9.0	12.9	16.1	20.7	26.0	30.1
累积概率	0.02	0.03	0.10	0.11	0.24	0.34	0.48	0.58	1

表 4 载荷强度的任务混频(算例 4)

Table 4 Task frequency mixing of durability load strength (example 4)

载荷强度	2.1	4.2	6.0	9.0	12.9	16.1	20.7	26.0	30.1
累积概率	0.02	0.03	0.10	0.101	0.105	0.106	0.206	0.306	1

表 5 4 算例分布特性

Table 5 Statistical characteristics of the 4 examples

算例	1	2	3	4
均值	3.8819	19.7810	22.0210	26.1401
标准差	3.7515	8.0303	8.6219	7.7269
变异系数	0.9664	0.4060	0.3915	0.2956

2.3 算例计算结果

算例 1 累积载荷均值和标准差随累积剖面数的变化,1 000 架飞机模拟值和理论值对比见表 6. 理论值按式(5)、式(7)计算. 从表中可以看出,模拟值和理论值一致性是非常好的.

算例 1 飞行模拟计算得到的载荷累积函数分布见图 1~图 3. 图中,圈点为模拟数据点,实线为

表 6 累积载荷分布参数随累积剖面数的变化(算例 1,模拟 1000 架飞机)

Table 6 Distribution parameters of cumulative load varying with the number of cumulative flight profiles (example 1 with 1000 aircrafts)

累积剖面数		1	5	10	50	100	200	400
平均值	模拟	3.8494	19.529	39.193	195.33	389.35	777.75	1557.2
	理论	3.8819	19.410	38.819	194.10	388.19	776.38	1552.8
标准差	模拟	3.3436	8.7906	12.372	26.170	35.617	53.519	76.365
	理论	3.7515	8.3886	11.8633	26.527	37.515	53.054	75.030
累积剖面数		800	1000	1400	1600	2000	3000	4000
平均值	模拟	3110.1	5425.0	6200.3	7750.7	3888.4	11652	15536
	理论	3105.5	5434.7	6211.0	7763.8	3881.9	11646	15528
标准差	模拟	108.46	140.24	145.85	162.02	123.17	209.587	243.260
	理论	106.11	140.37	150.06	167.77	118.63	205.478	237.266

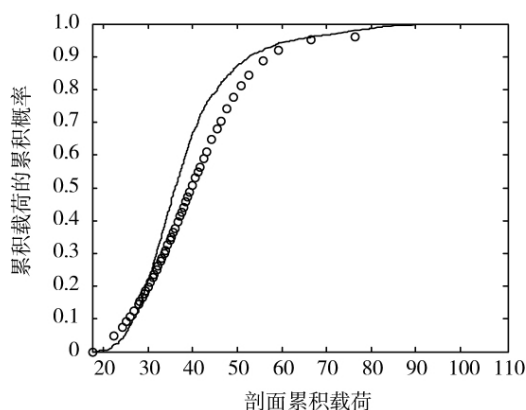


图 1 累积载荷的累积概率(1000 台发动机, 第 10 个剖面)

Fig. 1 Cumulative probability of load cumulant (1000 engines, the 10th flight profile)

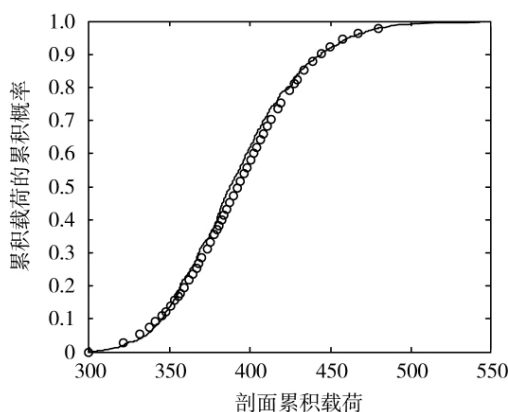


图 2 累积载荷的累积概率(1000 台发动机, 第 100 个剖面)

Fig. 2 Cumulative probability of load cumulant (1000 engines, the 100th flight profile)

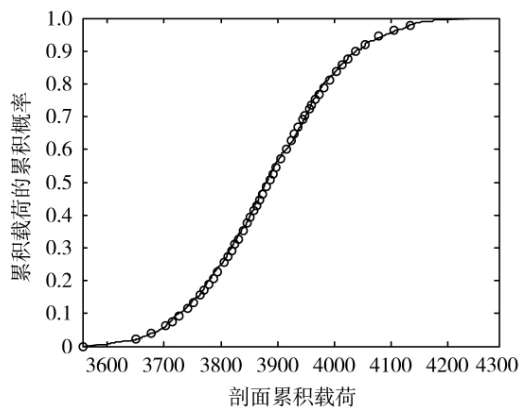


图 3 累积载荷的累积概率(1000 台发动机, 第 1000 个剖面)

Fig. 3 Cumulative probability of load cumulant (1000 engines, the 1000th flight profile)

根据模拟数据的均值和标准差计算的正态分布曲线. 4 个算例模拟结果证明: 基于固定任务混频的累积载荷分布符合独立同分布中心极限定理, 当累积剖面数很大时, 累积载荷分布趋于正态分布. 当载荷累积数等于 100 时, 4 个算例的累积载荷分布与正态分布已经非常接近.

3 基于固定任务混频的寿命相关载荷基本分布特性

由式(9)、式(10)和式(11)可以得到 3 个非常简洁有用的关系. 这些关系都是载荷累积函数特征值与载荷库载荷对应特征值之比构成的相对值.

相对均值

$$\frac{\bar{\mu}_k}{\mu} = \frac{\mu_k}{\mu} = k \quad (17)$$

相对标准差

$$\frac{\bar{\sigma}_k}{\sigma} = \frac{\sigma_k}{\sigma} = \sqrt{k} \quad (18)$$

相对变异系数

$$\bar{\gamma}_k = \frac{\bar{\sigma}_k}{\bar{\mu}_k} = \frac{\sigma_k/\mu_k}{\sigma/\mu} = \frac{1}{\sqrt{k}} \quad (19)$$

其中 $k = 1, 2, \dots$, 为累积飞行剖面数.

相对变异系数的理论曲线和算例 1 的 1000 台发动机模拟结果见图 4, 图中圈点为模拟数据点, 实线为理论曲线.

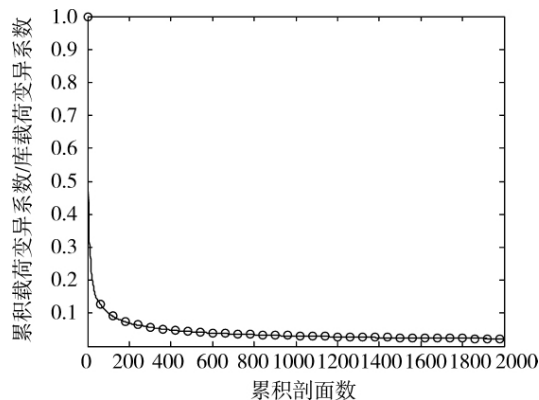


图 4 相对变异系数的理论曲线和模拟结果 (1000 台发动机)

Fig. 4 Theoretical and numerical results of relative variation coefficient (1000 engines)

由式(17)~式(19)可以得到下述结论:

- 1) 载荷累积函数均值、标准差和变异系数分别正比于载荷库载荷的均值、标准差和变异系数.
- 2) 载荷累积函数均值、标准差和变异系数相

对值,分别是累积飞行剖面数的 $1/2$ 次函数和 $-1/2$ 次函数.载荷库载荷的特征值与载荷累积函数同名特征值只有在累积飞行剖面数 $k=1$ 时相等, $k>1$ 时并不相等.因此,不能把载荷库载荷的特征值当作载荷累积函数特征值.

3) 载荷累积函数的变异系数随累积飞行剖面数增加而下降.在累积飞行剖面数 $k<500$ 时,变异系数下降尤为剧烈.说明随着寿命的增加,载荷累积散度对构件可靠性的影响越来越小.当 k 很大时,例如 $k=2\,000\sim 3\,000$ 时,载荷累积函数的变异系数仅为载荷库载荷变异系数的 $1.8\%\sim 2.2\%$.此时,在构件可靠性分析时,也许不必考虑载荷累积函数散度对构件寿命的影响.

4 结 论

本文研究了基于固定任务混频的飞行载荷累积过程,给出了基于固定任务混频的寿命相关载荷的分布特性算法,得到以下结论:

1) 基于固定任务混频的寿命相关累积载荷随着飞行剖面的累加而趋于正态分布.

2) 载荷累积函数均值、标准差和变异系数分别正比于载荷库载荷的均值、标准差和变异系数.

3) 载荷累积函数与载荷库的均值、标准差和变异系数相对值,分别是累积飞行剖面数的 $1/2$ 次函数, $1/2$ 次函数和 $-1/2$ 次函数.

4) 载荷累积函数的变异系数随累积飞行剖面数增加而下降.

参考文献:

- [1] 王云. 航空发动机原理[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2009.
- [2] 王通北,陈英美. 军用航空发动机的可靠性和寿命[J]. 航空发动机,1994(1):36-47.
- [3] 徐可君,江龙平. 军用航空发动机可靠性和寿命管理[J]. 中国工程科学,2003,5(1):82-88.
XU Kejun,JIANG Longping. Reliability and life management on aeroengine used in army[J]. Engineering Sciences,2003,5(1):82-88. (in Chinese)
- [4] 李琼,李艳军,赵文涛. 航空发动机可靠性研究及提高途径的探讨[J]. 飞机设计,2011,31(1):36-40.
LI Qiong,LI Yanjun,ZHAO Wentao. Research on aero-engine reliability and the improving methods[J]. Aircraft Design,2011,31(1):36-40. (in Chinese)
- [5] 孔瑞莲. 航空发动机可靠性工程[M]. 北京:航空工业出版社,1996.
- [6] 陆山,吕文林. 轮盘低循环疲劳寿命可靠性分析新方法[J]. 航空学报,1997,18(2):135-138.
LU Shan,LÜ Wenlin. New method for reliability analysis of discs' LCF life[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,1997,18(2):135-138. (in Chinese)
- [7] 郭秩维,白广忱. 随机响应面法在结构随机响应计算中的应用[J]. 航空动力学报,2008,23(11):2021-2025.
GUO Zhiwen,BAI Gangchen. Application of stochastic response surface method in the structural stochastic response[J]. Journal of Aerospace Power,2008,23(11):2021-2025. (in Chinese)
- [8] 杨剑秋,陆山. 中长寿命轮盘应力寿命及可靠性分析方法[J]. 航空动力学报,2007,22(6):991-995.
YANG Jianqiu,LU Shan. Methods for stress based life and its reliability analyses of disk[J]. Journal of Aerospace Power,2007,22(6):991-995. (in Chinese)
- [9] 杨自春,申文才,彭茂林. 随机环境下涡轮盘片剩余寿命预测方法[J]. 航空动力学报,2009,24(8):1677-1683.
YANG Zichun,SHEN Wencai,PENG Maolin. Research on residual life prediction of turbine blade-disc under radon environment[J]. Journal of Aerospace Power,2009,24(8):1677-1683. (in Chinese)
- [10] 马双员,陆山. 同应力多危险部位失效相关轮盘疲劳寿命可靠度分析方法[J]. 航空动力学报,2008,23(11):2016-2020.
MA Shuangyuan,LU Shan. Analysis method for the strain fatigue life reliability of a disk concerning failure correlation of multi critical sites in the same stress level[J]. Journal of Aerospace Power,2008,23(11):2016-2020. (in Chinese)
- [11] 高阳,白广忱,张瑛莉. 涡轮盘低循环疲劳寿命的概率分析[J]. 航空动力学报,2009,24(4):804-809.
GAO Yang,BAI Gangchen,ZHANG Yingli. Probability analysis for the low cycle fatigue life of a turbine disk[J]. Journal of Aerospace Power,2009,24(4):804-809. (in Chinese)
- [12] 唐俊星,陆山. 某涡轮盘低循环疲劳概率寿命数值模拟[J]. 航空动力学报,2006,21(4):706-710.
TANG Junxing,LU Shan. Numerical simulation of LCF probability life of a turbine disk[J]. Journal of Aerospace Power,2006,21(4):706-710. (in Chinese)
- [13] 龚梦贤,古远兴,王旅生. 某型发动机I级涡轮盘的技术寿命[J]. 燃气涡轮试验与研究,2000,13(4):22-26.
GONG Mengxian,GU Yuanxing,WANG Lüsheng. Service life of an aeroengine' 1st stage turbine disk[J]. Gas Turbine Experiment and Research,2000,13(4):22-26. (in Chinese)
- [14] 苏清友. 航空涡喷涡扇发动机主要零部件定寿指南[M]. 北京:航空工业出版社,2004.
- [15] 盛骤,谢式千,潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京:高等教育出版社,2001.
- [16] 李惕碚. 实验的数据处理[M]. 北京:科学出版社,1981.