

文章编号:1000-8055(2013)05-1029-08

错频对叶片的气动弹性稳定性影响

郑 贇, 王 静

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 采用求解动网格下的非定常可压缩 Navier-Stokes 方程模拟了振荡叶片下的气动弹性问题, 研究了叶片的频率错频对叶片气动弹性稳定性的影响。通过数值模拟平面叶栅的气动弹性第 10 标准算例, 验证了气动弹性的数值模拟方法, 计算了不同叶片间相位角和折合频率下的气动阻尼系数, 研究了叶片振动频率改变对叶片气动弹性稳定性的影响。计算结果说明: 频率错频是提高气动弹性稳定性的有效方法, 其主要作用是减小叶片间振动的耦合效应和叶片间相位角的影响, 并且随着错频量增大叶片稳定性增强; 通过模拟三维环形叶栅的气动弹性第 4 标准算例, 计算了气动阻尼系数随错频量变化的规律, 验证了错频量和气动弹性稳定性增强的规律。

关 键 词: 气动弹性; 颤振; 错频; 叶片间相位角; 能量法

中图分类号: V215.3⁺4

文献标志码: A

Influence of frequency mistuning on aeroelastic stability of blade

ZHENG Yun, WANG Jing

(School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Aeroelastic stability of oscillating blades was simulated by solving unsteady compressible Navier-Stokes equations with dynamic deforming mesh, and the effect of frequency mistuning on aero-dynamic damping was investigated. The aeroelasticity algorithm was validated by the simulation of aeroelastic behavior of the 10th aeroelastic standard configuration. The aero-dynamic damping of the oscillating cascade was calculated with different inter-blade phase angles (IBPA) and reduced frequencies. The effects of mistuning pattern and frequency of mistuning on aero-dynamic damping and the mechanism of frequency mistuning on aeroelastic stability were studied. The results indicate that frequency mistuning is an effective method in improving aeroelastic stability and the coupling of the blade vibration and the effect of IBPA were weakened by frequency mistuning; the aeroelastic stability of blade increases with the increase of frequency mistuning. 3-D aeroelastic computation of the 4th aeroelastic standard configuration was performed to examine the effects of frequency mistuning on aeroelastic stability margin, and the laws of IBPA and aeroelastic stability increasing was validated.

Key words: aeroelasticity; flutter; frequency mistuning;
inter-blade phase angle (IBPA); energy method

收稿日期: 2012-05-23

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130508.0949.201305.1029_010.html

作者简介: 郑贇(1971—), 男, 陕西眉县人, 讲师, 博士, 主要从事计算流体力学和叶轮机气动弹性力学方面研究。

叶轮机械叶片的颤振问题一直是影响发动机可靠性和寿命的重要因素. 针对现代航空发动机高推质比需求, 可采取的措施包括提高压气机/风扇的级增压比以提高气动性能并使用轻质新型材料以降低质量, 这一般会导致叶片气动负荷加大, 刚度下降^[1], 也使得叶片的流固耦合振动问题, 特别是流动诱导的叶片自激振动(即颤振)问题特别突出. 在先进叶轮机械的研制过程中, 避免颤振已经成为设计人员必须解决的问题.

传统的叶片颤振设计通常使用经验数据库, 以某些设计参数为判断准则, 如用折合频率、来流攻角和马赫数等评估叶片的气动弹性稳定性^[2]. 其中, 折合频率是叶片颤振预测的一个重要参数. 折合频率等价于流体质点通过叶片弦长所用的时间与叶片振动周期的比, 即

$$k = \frac{2\pi fc}{V_{\text{inf}}} \quad (1)$$

其中 f 是振动频率, c 是叶片弦长, V_{inf} 是来流速度, 从式(1)可知, 振动频率越大, 其折合频率也就越大.

为了考虑叶片间的气动耦合作用, 叶片颤振计算通常使用 Lane's 的行波模型(traveling wave mode)^[3]. 颤振发作时, 假设一个叶排中相邻叶片振动频率相同, 并具有固定的叶片间相位角(IB-PA). 但实际上, 由于制造误差, 叶片不可能完全相同, 导致叶片具有不同的振动频率(错频), 由此造成恒定叶片间相位角的理论与实际振动情况不符^[4]. 早在 20 世纪 70 年代, Whitehead^[5] 和 Ewins^[6] 的开创性工作表明某种叶片错频形式对颤振有抑制作用. Kaza 和 Kielb^[7-8] 指出, 错频在提高振荡叶栅气动弹性稳定性的同时, 也会引起振动局部化问题. 由于错频对叶盘结构强迫响应的不利因素, 早期的错频问题研究主要从结构动力学角度关注错频后整个叶排的固有振动特性, 以及错频量和错频形式的最优解. 如王建军等^[9] 使用弹簧-质量集中参数的简缩模型, 研究了典型压气机叶盘错频失谐情况下的模态振动特性和模态局部化性质. Sinha^[10] 发展了基于多个调谐系统正交模态叠加的几何错频后转子叶盘通用的有限元降阶模型. Feiner 和 Grif-fin^[11] 发展了一种新的错频识别方法. Castanier 等^[12] 总结了近 10 年来错频研究成果, 特别是各种有限元降阶模型的发展趋势, 指出随着失谐叶盘振动模型的逐渐完善, 耦合考虑气动和结构的影响是更深刻理解错频物理机制所要解决

的主要问题之一.

国外学者已经开始在错频问题上更多地考虑非定常气动力和叶片的相互作用, 并探索叶片错频对颤振的抑制机理. Kazawa 和 Watanabe^[13] 采用流固耦合的计算方法研究了交替错频形式对平面振荡叶栅颤振特性的影响, 由此发展的智能结构(smart structure)主动控制技术可以增大气动阻尼系数, 从而抑制颤振发生. Sadeghi 和 Liu^[14] 从振荡叶栅非定常气动响应的角度, 采用能量法, 研究了二维涡轮振荡叶栅中叶片间相位角失谐和频率失谐两种失谐方式对错频叶栅气动弹性稳定性的影响, 后期研究采用强耦合算法^[15], 将结构模型简化为只具有弯曲和扭转振动, 初步分析了考虑流固相互影响的失谐叶栅的气动弹性稳定性.

国内从结构工程设计的角度出发, 错频应用技术取得了丰硕研究成果, 许多先进方案已经在发动机设计中采用. 但是错频后, 叶片振动和气动力如何相互作用的研究还比较少.

叶片颤振问题是一个典型的流固耦合问题, 气动力的非线性特征对叶片的稳定性有重要影响. 作为抑制颤振的重要手段, 错频也应该以研究频率失谐后气动力和叶片振动之间的相互作用为主才能揭示错频各个参数对叶片气动弹性稳定性的影响, 从而在航空发动机设计中避免颤振问题. 本文使用自行开发的非定常计算流体动力学(CFD)程序, 对典型的叶轮机械压气机以及涡轮调谐叶栅和错频叶栅分别进行非定常绕流数值模拟, 使用能量法研究错频量以及错频形式影响振荡叶栅气动弹性稳定性的物理机制, 并考察了研究结果在二维叶栅与三维叶栅中的一致性.

1 数值方法

1.1 流动控制方程与边界条件

对于在动网格下的气动弹性问题, 在任意拉格朗日-欧拉系(ALE)下的非定常可压缩 Navier-Stokes(N-S)方程可写为

$$\frac{\partial}{\partial \Omega(t)} \int_{\Omega(t)} q d\Omega + \oint_{\partial \Omega(t)} (F - w \cdot q) \cdot \hat{n} dA = \int_{\Omega(t)} S d\Omega \quad (2)$$

其中 $\Omega(t)$, $\partial \Omega(t)$ 和 $\hat{n}$ 是随时间变化的运动控制体的体积、表面积和外表面单位法向量, q 是守恒型流体状态向量, F 代表了对流和耗散通量项, w 是运动控制体表面的网格速度, S 包含了

科里奥利力和离心力对守恒律的贡献. 为了对复杂的湍流流动流场进行数值模拟, 采用了 Spalart-Allmaras 的湍流模型. N-S 方程求解采用了非结构网格为基础的有限体积方法, 空间离散方法采用了 2 阶精度的 MUSCL (monotone upstream-centered schemes for conservation laws) 格式, 对流量计算采用了 Roe 的迎风格式, 黏性通量计算采用了中心格式. 使用一个快速动态网格变形方法实现流场网格随着叶片运动而变形, 从而保证整个网格的有效性. 亚声速的进口边界给定来流总压 p_t 、总温 T_t 及进口气流角 α, β . 出口边界通过径向平衡方程得到整个出口边界面上的压力分布. 在进行颤振模拟时, 采用多叶栅通道加上周期边界的方法考虑叶片间相位角 (φ). 通道数目 n 满足 $n=2\pi m/\varphi$, 其中 m 为节径数. 数值方法的详细内容见参考文献[16].

1.2 气动弹性稳定性分析方法

对于给定叶片运动形式的调谐叶栅, 本文利用能量法计算了各个气动工况下, 叶片表面非定常气动力对叶片所做的功. 傅里叶变换计算得到的叶表非定常压力为

$$p(t) = p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [|p_n| \sin(n\omega t + \varphi_n)] \quad (3)$$

其中 p_0 是时均值, $\sum_{n=1}^{\infty} [|p_n| \sin(n\omega t + \varphi_n)]$ 是 n 阶谐频分量的总和. 假设初始相位为 0, 则叶片运动形式为

$$D = m_j \sin(\omega t) \quad (4)$$

在一个振动周期内气动力对叶片所做的功率可以表示成非定常压力与运动速度的乘积在一个周期内对时间积分

$$\begin{aligned} W_{\text{period}} &= \int_T \left(\sum_n \tilde{p}_n \cdot V_{\text{blade}} \right) dt = \\ &= \int_T \left\{ \sum_n [|p_n| \sin(n\omega t + \varphi_n)] \right\} \cdot m_j \omega \cos(\omega t) dt \\ &= \pi m_j |p_1| \sin|\varphi_1| \end{aligned} \quad (5)$$

其中 m_j 为叶片局部振动幅值; $|p_1|$ 和 $|\varphi_1|$ 分别为非定常压力第 1 阶谐频分量振幅和相位角. 由式(5)可知, 对于简谐振动, 气动力对叶片所做的功只与非定常压力第 1 阶谐频分量和叶片局部振动幅值有关, 功的正负是由 1 阶谐频分量相位角决定的. 当相位角为 $-180^\circ \leq |\varphi_1| \leq 0^\circ$, 吸力面上的点做功为负, 压力面上的点做功为正; 当 $0^\circ \leq$

$|\varphi_1| \leq 180^\circ$, 结论相反.

对于频率差为 Δf 的错频叶栅, 周期 T 可由公式 $T/T_{\text{tuned}} = f/\Delta f$ 得到, 为了与调谐叶栅的数值对比, 定义叶片气动功为

$$W_{\text{period}} = \frac{T_{\text{tuned}}}{T} \int C_h dh \quad (6)$$

式中 C_h 为无量纲化后叶栅表面气动力的合力沿振动方向的投影. 使用动压头和振动幅值 h 归一化的气动阻尼系数 (aero-damping coefficient, ADC) Ξ 为

$$\Xi = - \frac{W_{\text{period}}}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \pi h^2} \quad (7)$$

2 二维振荡叶栅气动弹性稳定性计算

二维压气机振荡叶栅模型采用气动弹性标准算例 10^[17], 相应的叶型参数见文献[18].

2.1 调谐叶栅气动弹性稳定性分析

来流马赫数为 0.7, 进口气流角为 -55° . 图 1 是定常计算得到的叶片表面静压分布, 对比数据来自 Hall 和 Laurence^[19] 的计算结果. 由图可知, 本文使用的数值方法精度高, 结果可信.

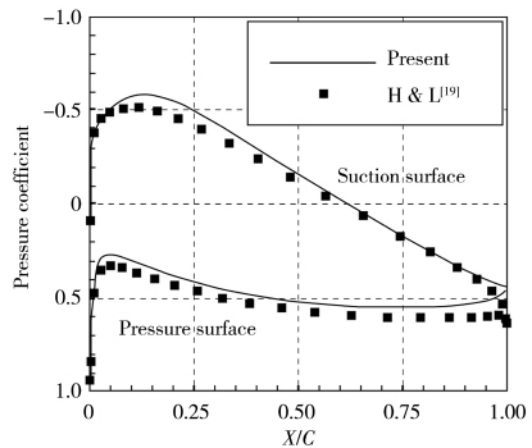


图 1 压力系数

Fig. 1 Pressure coefficient

非定常流动计算时叶片做弯曲振动, 振动方向见文献[18], 折合频率 k 考虑了 0.25, 0.50, 0.75 和 1.00 共 4 种情况. 选取不同的叶片间相位角, 得到了折合频率与平均阻尼系数 (即叶栅各叶片阻尼系数总和平均到每个叶片上的数值) 的关系, 如图 2 所示. 可以看出, 在 $k=0.25$ 时, 考察的叶片间相位角范围内叶栅的气动阻尼系数为负, 表明叶栅气动弹性失稳, 且随着 k 的增加叶栅的稳定性增强. 这说明可以通过增加叶片的刚度来加强其气动弹

性稳定性.

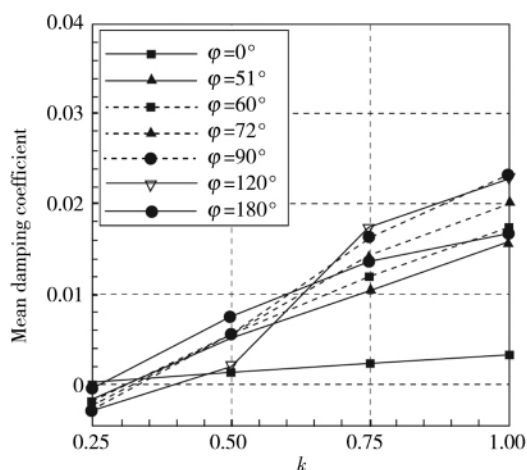


图 2 折合频率-平均阻尼系数关系曲线

Fig. 2 Relative curves of reduced frequency and mean damping coefficient

考察叶片气动弹性最不稳定的 $k=0.25$ 条件下,气动阻尼系数与叶片间相位角间的关系(图 3),可知在叶片间相位角为 120° 时叶片最不稳定,在 270° (-90°) 时最为稳定.

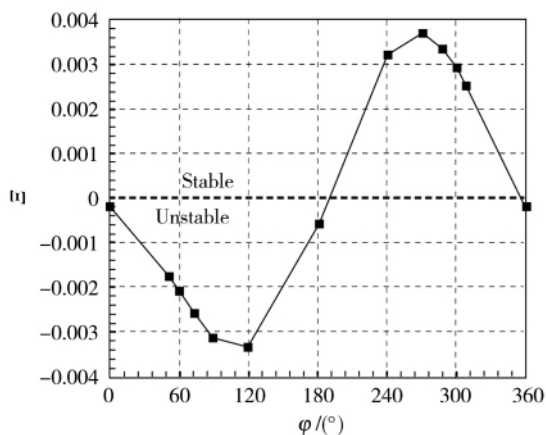


图 3 ADC-IBPA 关系曲线

Fig. 3 Relative curve of ADC-IBPA

2.2 错频叶栅气动弹性稳定性计算

首先采用两通道叶栅进行亚声工况下错频验证性计算,模型如图 4 所示.调谐叶片(tuned)频率为 $f=100$ Hz,错频叶栅中,B1 设为错频叶片,频率为 $f'=150$ Hz,错频量 $\Delta f=50$ Hz.叶片间相位角为 0° 和 180° 两种情况下,气动阻尼系数的计算值与调谐叶栅(total, tuned)结果对比如图 5 所示,可以看出在这两种叶片间相位下,错频之后系统(total, $\Delta f=50$ Hz)总阻尼系数和错频叶片 1(blade 1, $\Delta f=50$ Hz)的气动阻尼系数都有了明显提高,

叶片 2(blade 2, $\Delta f=50$ Hz)的气动阻尼系数有所下降,但是三者在不同叶片间相位角下对应的气动阻尼系数数值很接近.

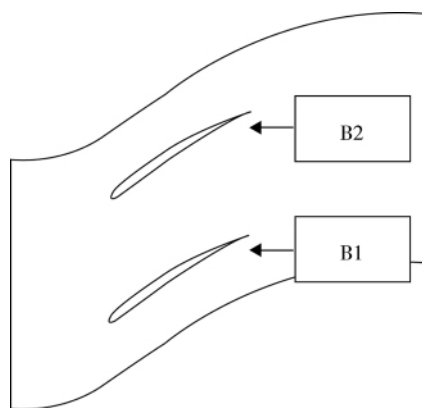


图 4 两通道叶栅错频模型

Fig. 4 Model of frequency mistuning cascade with two blades

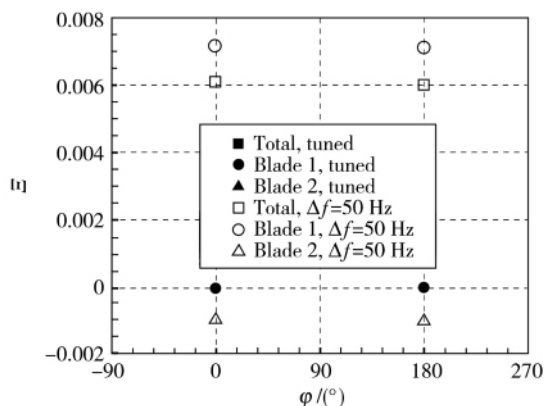


图 5 错频后各叶片与调谐叶栅 ADC 对比

Fig. 5 Comparison of ADC between blades of frequency mistuning and tuned cascade

错频的作用在两通道叶栅中得到了验证,下面进一步研究错频对所有叶片及错频量的影响.

2.2.1 单叶片错频

采用四通道叶栅模型,B3 错频,模型如图 6 所示.图 7 是错频量 $\Delta f=50$ Hz 时,各个叶片在错频叶栅中气动阻尼系数与调谐叶片的对比,B3 作为错频叶片,气动阻尼系数在数值上大幅提高,并不随叶片间相位角变化,呈现类直线分布,这表明错频之后,叶片间不存在恒定的叶片间相位角,气动阻尼系数也消除了对叶片间相位角的依赖.

叶片 1,2,4 仍具有恒定的叶片间相位角.其中,只有 B4 压力面临近错频叶片 3,使得其气动阻尼系数随叶片间相位角的变化较调谐叶栅时小

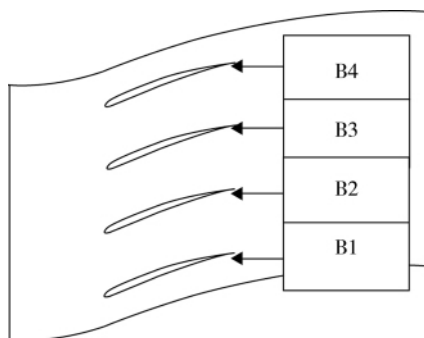


图6 四通道错频模型

Fig. 6 Model of frequency mistuning with four blades

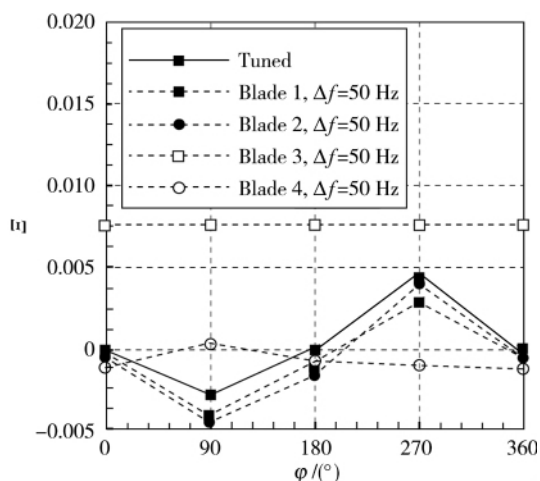


图7 错频后各叶片与调谐叶栅 ADC 对比

Fig. 7 Comparison of ADC between blades of frequency mistuning and tuned cascade

得多,并接近调谐叶栅各个叶片间相位角下气动阻尼系数的平均值。B1 和 B2 处在错频叶片同侧,气动阻尼系数的曲线趋势基本没变化,只是数值有所减小。

图8为错频量对于错频叶片气动阻尼系数的影响。由图可知叶片3的气动阻尼系数随着错频量的增加而线性增加,错频量 $\Delta f = 10$ Hz 时可使得该叶片在 90° 叶片间相位角稳定。

2.2.2 交替错频

由以上计算可知调谐叶片与错频叶片的本质区别就是受叶片间相位角的影响与否。由图7可知,叶栅单叶片错频时除了错频叶片之外的叶片仍依赖于叶片间相位角变换,即便系统总气动阻尼系数在数值上属于稳定区域,也不能排除其他叶片发生颤振的可能,所以需要利用已有的结论,设计出其他错频方式。

仍采用四通道叶栅模型,B1/3 错频,模型如

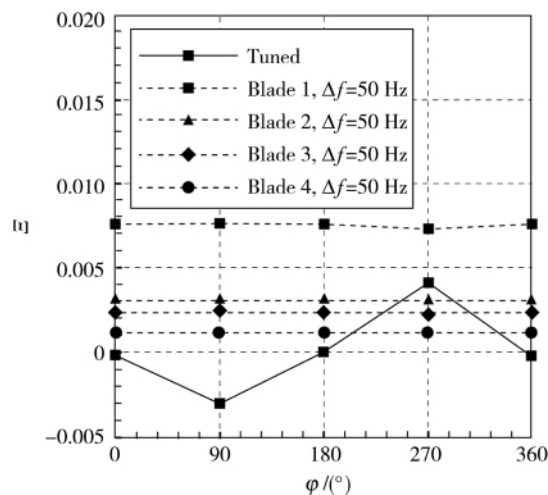


图8 错频量对 ADC 的影响

Fig. 8 Effect of frequency mistuning on ADC

图6所示。当错频量 $\Delta f = 10$ Hz 时,各个叶片与低频和高频调谐叶栅的气动阻尼系数对比如图9所示。可以看到,交替错频情况下,不只错频叶片,调谐叶片气动阻尼系数也有显著的提高,且叶片间相位角作用被大大弱化。原因可以理解为,任意叶片与其两相邻叶片之间由于频率差异,导致叶片间相位角都不固定,如果我们忽略远端叶片影响,每个叶片都可以视为图7中的单片错频叶片,只不过因为频率大小不同,所以气动阻尼系数曲线位置有所差异,也就是对于高、低两种调谐叶栅 ($f_{\text{low}} = 100$ Hz, $f_{\text{high}} = 110$ Hz) 来说,B1/3 相当于具有正错频量 $\Delta f = 10$ Hz (对于 $f_{\text{low}} = 100$ Hz), B2/4 相当于具有负错频量 $\Delta f = -10$ Hz (对于 $f_{\text{high}} = 110$ Hz)。对此算例来说,虽然 B2/4 并未全部处于稳定区域,但是气动阻尼系数已经接近调谐平均值,如果把错频量适当提高的话,就会让所有叶片都稳定。

由图9可知,虽然错频之后叶片的气动阻尼系数曲线弯曲度比调谐叶栅小了很多,但并不是直线分布,事实上,叶片间相位角仍然存在于间隔叶片上,且是调谐叶栅的2倍。

上述结果表明,频率错频可以显著地提高叶栅的气动弹性稳定性,而且错频量的选择很重要。如果错频量无穷小,相邻叶片之间还是存在恒定的相位差。一个错频周期内气动功的计算公式(6)仅仅是非耦合能量法的衡量尺度,也就是把错频叶栅和调谐叶栅放在一起比较的手段。因为从公式本身来看是明显不真实的,例如错频量接近0时,理论上错频叶栅与调谐叶栅的气动功可以认为无差别,但是公式(6)的结论

却是错频叶栅的周期远大于调谐叶栅,且气动功远小于调谐叶栅。

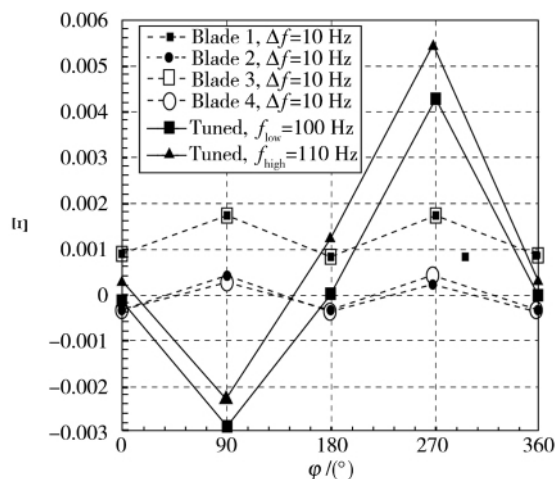


图 9 错频后各叶片与调谐叶栅 ADC 对比

Fig. 9 Comparison of ADC between blades of frequency mistuning and tuned cascade

3 三维振荡叶栅气动弹性稳定性计算

三维涡轮叶栅模型采用的是气动弹性标准算例 4^[17],是一个三维、高负荷的涡轮环形振荡叶栅实验。该涡轮盘由 20 个叶片组成,叶片根尖比为 0.8,叶片弦长为 0.0744 m,叶高为 0.040 m。叶片的中弧线弯度较大,且叶片较厚,易产生气流分离。工作条件多为高亚声,易产生 1 阶弯曲模态的振动。两通道网格如图 10 所示。计算所用两通道网格是由单通道网格拼接而成,单通道网格数为 551939,叶高方向网格点数为 57,流向网格点数为 109,叶尖间隙为 0.3 mm。

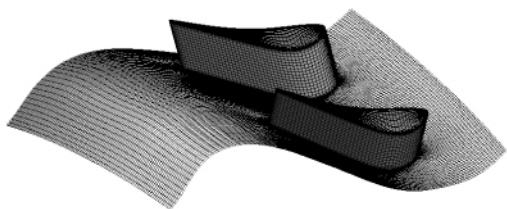


图 10 气动弹性标准算例 4 三维网格

Fig. 10 3-D mesh of 4th aeroelastic standard configuration

3.1 调谐振荡叶栅非定常流动计算

标准算例 4 模拟了 624 实验工况^[17],其边界条件如下:叶栅进口马赫数为 0.21,气流角为 -21.4° ,轮毂处出口静压为 88754 Pa,机匣处出

口静压为 113200 Pa。图 11 是 50% 叶高位置的静压与实验值的对比,由图可知除了在 60% 弦长处的弱激波被数值抹平以外,计算结果和实验值符合较好。从图 12 可以看出,出口马赫数和出口压比与实验数据基本一致。

选取 180° 叶片间相位角进行调谐叶栅的数值模拟。由图 13 可以看出非定常压力系数的振幅和相位与实验结果较为吻合,很好地捕捉了吸力面前 50% 加速段高非定常压力幅值的特征、尾缘激波处幅值的非定常特征以及吸力面尾缘处激波的相位角突跃。

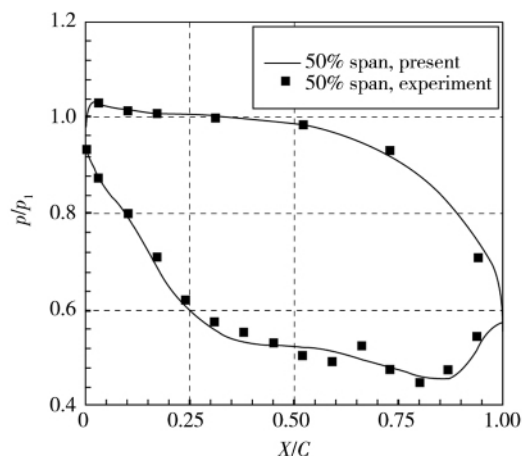


图 11 50% 叶高位置的静压

Fig. 11 Static pressure at 50% blade span

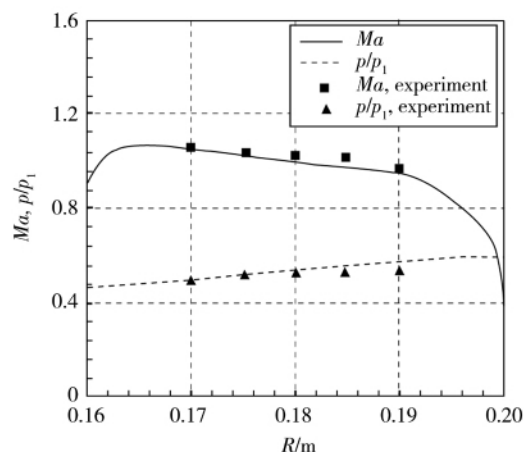


图 12 出口压比、马赫数

Fig. 12 Pressure ratio and Mach number at outlet

3.2 错频叶栅气动弹性稳定性分析

三维算例采用两通道叶栅模型,原始叶栅频率为 $f = 150$ Hz,其中一个叶片错频,计算了当错

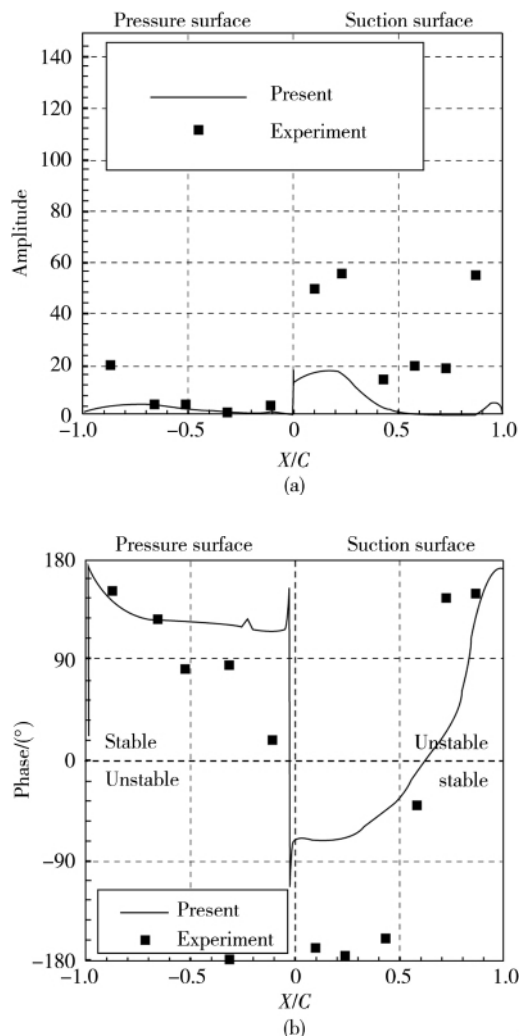


图 13 $\varphi = 180^\circ$ 时, 叶片表面非定常压力的振幅和相位

Fig. 13 $\varphi = 180^\circ$, unsteady pressure's amplitude and phase at blade surface

频量为 50 Hz 和 15 Hz, $\varphi = 0^\circ, 180^\circ$ 情况下的气动阻尼系数, 与调谐叶栅结果对比如图 14。从各叶片单独对比可见, 当错频量很大时, 错频叶片整体气动弹性稳定性提高; 更加接近实际的小错频量 $\Delta f = 15$ Hz 时, B1 的气动阻尼系数在调谐叶栅最大值和最小值之间, 且无论哪个叶片, 哪种错频量, 叶片在不同叶片间相位角下的气动阻尼系数都基本相同, 也就是叶片间相位角的影响被弱化。这与二维压气机错频叶栅所得到的结论是一致的 (图 5)。错频的作用是把不同叶片间相位角值下气动阻尼系数的差别弱化, 使叶栅处于一个气动阻尼系数对叶片间相位角不敏感的状态。错频叶片的气动阻尼系数随着错频量的增加而增加。非错频叶片的气动阻尼系数向调谐叶栅气动阻尼系数的平均值靠近。

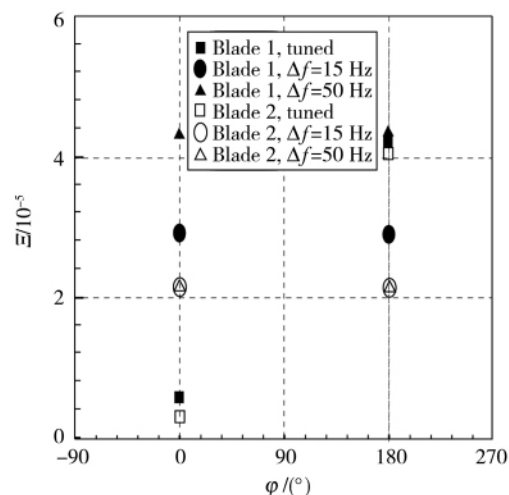


图 14 不同错频量下各叶片与调谐叶栅 ADC 对比

Fig. 14 Comparison of ADC between blades of different frequency mistuning and tuned cascade

4 结 论

本文采用时间推进方法求解了失谐振荡叶栅的非定常流动问题, 研究了错频对叶栅气动弹性稳定性的影响。频率错频对平面振荡叶栅的数值模拟结果说明: 通过增大的错频量, 可以得到在整个叶片间相位角范围内已调谐叶片排的气动阻尼系数的平均值。三维振荡叶栅的错频计算结果也证实了叶片间相位角的作用在叶片频率不同时被明显弱化, 错频可以明显地提高叶片的气动弹性稳定性。本文的计算结果表明由于叶栅内相邻的叶片的振动频率不同, 从而破坏了相邻叶片间的叶片间相位角, 叶片间通过非定常气动力的耦合作用大大削弱, 最终体现为叶栅的气动阻尼系数增加和振荡叶栅气动弹性稳定性的提高。

参考文献:

- [1] Cumpsty N A. Compressor aerodynamics[M]. New York: Halsted Press, 1989.
- [2] Meldahl A. Selbsterregte flügel-schwingungen mit einem freiheitsgrad[J]. Brown Boveri Mitteilungen, 1946, 33 (12): 386-393.
- [3] Lane F. System mode shapes in the flutter of compressor blade rows[J]. Journal of the Aeronautical Sciences, 1956, 23(1): 54-66.
- [4] Strazisar A J, Wood J R, Hathaway M D. Laser anemometer measurements in a transonic axia-flow rotor[R]. NASA Technical Paper 2879, 1989.
- [5] Whitehead D S. Effect of mistuning on the vibration of turbo-machine blades induced by wakes[J]. Journal of Me-

- chanical Engineering Science, 1966, 8(1): 15-21.
- [6] Ewins D. The effect of detuning upon the forced vibrations of bladed disks[J]. Journal of Sound and Vibration, 1969, 9(1): 65-79.
- [7] Kaza K R V, Kielb R E. Flutter and response of a mistuned cascade in incompressible flow[J]. AIAA Journal, 1982, 20(8): 120-1127.
- [8] Kielb R E, Kaza K R V. Effects of structural coupling on mistuned cascade flutter and response[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines Power, 1984, 106(1): 17-24.
- [9] 王建军, 于长波, 李其汉. 错频叶盘结构振动模式局部化特性分析[J]. 航空动力学报, 2009, 24(4): 354-361.
WANG Jianjun, YU Changbo, LI Qihan. Localization characteristics of vibratory mode for bladed disks assemblies [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(4): 354-361. (in Chinese)
- [10] Sinha A. Reduced-order model of a bladed rotor with geometric mistuning[J]. Journal of Turbomachinery, 2009, 131(3): 31007. 1-31007. 7.
- [11] Feiner D M, Griffin J. Mistuning identification of bladed disks using a fundamental mistuning model: Part I theory [J]. Journal of Turbomachinery, 2004, 126(1): 150-158.
- [12] Castanier M P, Pierre C. Modeling and analysis of mistuned bladed disk vibration: status and emerging directions[J]. Journal of Propulsion and Power, 2006, 22(2): 384-389.
- [13] Kazawa J, Watanabe T. Numerical analysis toward active control of cascade flutter with smart structure[J]. AIAA 2002-4079, 2002.
- [14] Sadeghi M, Liu F. Computation of mistuning effects on cascade flutter[J]. AIAA Journal, 2001, 39(1): 22-28.
- [15] Sadeghi M, Liu F. Investigation of mistuning effects on cascade flutter using a coupled method[J]. Journal of Propulsion and Power, 2007, 23(2): 266-272.
- [16] 郑赞. 基于非结构网格的气动弹性数值方法研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(9): 2069-2077.
ZHENG Yun. Computational aeroelasticity with an unstructured method[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(9): 2069-2077. (in Chinese)
- [17] Bölcs A, Fransson T H. Aeroelasticity in turbomachines: comparison of theoretical and experimental results[R]. Lausanne, Switzerland: Communication du Laboratoire de Thermique Appliqué et de Turbomachines, 1986.
- [18] Fransson T H, Verdon J M. Updated report on "standard configurations for unsteady flow through vibrating axial-flow turbomachine-cascades" [R]. Stockholm, Sweden: Royal Institute of Technology Report, 1991.
- [19] Hall K C, Laurence C B. Calculation of three dimensional unsteady flows in turbomachinery using the linearized harmonic euler equations[J]. Journal of Turbomachinery, 1993, 115(4): 800-809.