

文章编号:1000-8055(2013)06-1333-09

非线性谐波法在双级对转压气机中的 进一步校检

刘 波, 王 雷, 黄 建

(西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072)

摘 要: 以双级对转压气机为研究对象, 在与试验结果及常规非定常方法对比的基础上, 对新型非定常模拟方法——非线性谐波法(NHM)进行了时域和频域中的校检分析, 探索其相比常规非定常方法的适用性。研究表明: 非线性谐波法在设计工况下能够较为可靠地模拟确定应力的大小及其分布规律, 具有较高的建模精度。对于近失速状态, 由于流场中的固有周期性被破坏, 导致非线性谐波法在该工况下不再适用, 其与常规非定常模拟结果存在明显差异。

关 键 词: 非线性谐波法; 对转; 动-动干涉; 确定应力; 适用性

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Further validation of NHM in two-stage counter-rotating compressor

LIU Bo, WANG Lei, HUANG Jian

(School of Power and Energy,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The nonlinear harmonic method (NHM) has been used to examine and analyze the unsteady rotor-rotor interaction of the two-stage counter-rotating compressor. To validate the NHM simulation results, the predicted characteristics of aerodynamic parameters were compared with the measured data and rigorous full-annulus unsteady simulations at typical working conditions. Based on the NHM deterministic stresses have been post-processed to compare to the full-annulus simulation to analyze distinct sources of unsteadiness. The NHM deliver accurate results at design points compared to full annulus results. The limits of the NHM are reached as soon as rotating stall effects occur as the theory foundation of the NHM, Fourier transformation, is no longer valid.

Key words: nonlinear harmonic method (NHM); counter-rotating; rotor-rotor interaction; deterministic stress; suitability

叶轮机内部的实际流动是三维、黏性、非定常的。再加上诸如机匣处理、非对称结构、叶顶间隙、冷却射流等多种因素的作用, 形成了极其复杂的流动状态。这些非定常因素共同存在且相互作用, 使得叶轮机内部的流场具有强烈的、复杂的

非定常特性。当前的设计体系中普遍采用掺混面平均的交界面处理方法, 忽略了其内部固有的级间干涉非定常效应。随着对性能、寿命、噪声和可靠性要求的进一步提高, 尤其是高周疲劳问题日趋得到重视, 需越来越多地在初始设计阶段计及

收稿日期: 2012-06-27

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130617.0940.201306.1333_016.html

基金项目: 国家自然科学基金(51236006)

作者简介: 刘波(1960—), 男, 陕西乾县人, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事高负荷压气机优化设计与流动控制的研究。

非定常效应带来的影响. 基于双时间步长的非定常模拟方法虽能完整捕捉真实流动细节, 却因计算耗时过长而限制了其在实际工程应用领域中的推广, 因而一直无法融入各大航空发动机研发机构的设计体系. 因此, 对于高效非定常模拟方法的研究一直是国内外研究的焦点领域^[1].

由于计算量相对较小, 采用降阶建模的线化时间法一直广泛应用于早期叶轮机械的气动弹性领域^[2-3]. 其基本思想是利用叶轮机械内的流动具有周期性的特点将非定常流动分解为定常流动与线性扰动项, 用谐波函数来逼近. 虽然由于其线性本质无法模拟流场中的非线性现象, 但其求解思路却通过国内外学者们以更巧妙的建模手段不断深入和发展. 目前形成了在频域内求解的非线性谐波法 (nonlinear harmonic method, NHM)^[4-6], 在时域内求解的时域谱方法^[7] 以及在时域/频域混合求解的谐波平衡法^[8-10] 这三大类别. 其中以何力教授提出的 NHM 由于建模思路清晰, 以及对确定应力的建模精度较高而倍受关注^[11-14].

非线性谐波法同样是一种基于快速傅里叶变换 (FFT) 方法. 其在线化时间法的基础上加以延续, 用时均方程替换线化时间法中的定常方程. 即将非定常流动分解为时均流动与若干扰动流动叠加进行耦合求解. 非线性谐波法的最大特色是可通过控制扰动源数目和傅里叶阶数来控制求解精度. 然而求解阶数越高, 计算耗费的时间越多. 若要在工程中得到广泛运用, 其关键是能否使用工业界所能承受的计算资源得到满足精度的计算结果. 赵军等^[11] 通过对比 NASA67 级非定常和 NHM 两者得到的确定应力场发现, 在采用 2 阶谐波的情况下, 吻合精度达 96.88%. Wang 等^[12] 之前对课题组的亚声对转压气机在设计点处的校检表明, 当流场中不存在激波, 旋转失速等强非线性现象时, 3 阶谐波足够满足工程需求. 因此, 学术界对气动设计点下的 NHM 模拟所需谐波阶数已基本达成共识. 然而在旋转失速状态下, 通道间流场的周期性假设被打破, 此时能否通过单通道 NHM 模拟重构失速状态下的非线性? 若 NHM 仍有效则最少需要多少阶谐波才能满足工程精度? 对于以上两个疑问学术界尚存在争论. 本文继续先前在亚声对转压气机上的工作, 将校检工况延伸至近失速工况点, 并主要针对 3 阶谐波数的 NHM 进行校检. 由于对转压气机中的粒子图像测速仪 (PIV) 测量仅初步开展, 尚未对其误差源进行深入分析, 无法直接用于 NHM 的校检. 故

前文采用区域放大的常规非定常计算以对比 NHM 的计算精度. 然而区域放大法本身忽略了由叶片数约化导致的建模误差, 且考虑到近失速状态下流场周期性的丧失, 本文进一步对对转压气机的双转子进行全通道非定常模拟以校检 NHM 在设计和近失速两种典型工作状态下的预测精度. 同时, 采用 Hall^[13] 提出的算法从全通道非定常结果中提取出瞬时周期性脉动量以计算确定应力, 并与直接通过 NHM 得到的确定应力加以对比, 进一步验证 NHM 的确定应力建模精度, 望有助于今后 NHM 在工程中的实际应用.

1 计算模型与方法

1.1 几何模型

本文依托西北工业大学的双级对转压气机试验台, 其详细的气动设计参数和试验结果见文献^[15-16]. 由于进口导叶 (IGV) 和出口导叶 (OGV) 均为无气动载荷的零弯度设计, 不对气流产生预旋, 且与两排转子间的设计轴向间隙也较大, IGV 的尾迹和 OGV 的势流干涉都较为微弱. 为降低计算内存需求, 对计算域进行适当简化, 移除 IGV 和 OGV, 将关注重点放在两排转子间的流动干涉现象上.

1.2 前处理和计算设置

计算借助 Fine/Turbo 软件包中 Harmonic 模块, 求解相对坐标系下守恒形式的三维 N-S 方程, 控制方程的对流项使用 2 阶对称 TVD (total variation diminishing) 迎风格式, 采用 4 阶显式龙格库塔获得时间项上的 2 阶精度. 结合先前课题组在该对转压气机的数值校检经验, 选用 Spalart-Allmaras (S-A) 模型作为 NHM 校检湍流模型. 考虑到高阶 NHM 对内存要求非常高, 数值校检在课题组的 IBM BladeCenter HS21 刀片服务器上采用 (OMPI) 协议进行并行计算, 并行 CPU 数目为 12 个.

由于本文全通道计算是先前校检工作的延续, 为了使计算结果具有可比性, NHM 网格的拓扑结构和网格节点数与文献^[12] 相同, 并满足上下游叶排的周向网格限制.

$$\theta_u = 30 \times N \times (N_d/N_u) \quad (1)$$

$$\theta_d = 30 \times N \times (N_u/N_d) \quad (2)$$

式中 N_u, N_d 分别为上下游叶排的叶片数; θ_u, θ_d 分别为上下游叶排周向网格数.

将单通道网格沿圆周方向进行复制得到全通

道网格. 图 1 为对转压气机的全通道两级转子叶排. 全通道计算时为保证通过快速傅里叶变换后非定常信号至少能够辨识出前 5 阶谐波的频率, 物理时间步长根据奈奎斯特采样定律选取为 1 个掠扫周期的 1/120 倍. 通过在 50% 叶展动交界面处安置数值探针监控流场的收敛性, 并采用周期性差异算子 Γ ^[15] 来判断非定常流场是否达到周期性, 其定义见式(3). 如图 2 所示, 在设计点和近失速点分别经过 6 和 9 个周期后, Γ 基本接近 0, 且数值探针出现周期性波动, 据此认为计算收敛. 图 3 为将 A 点的压力波动通过傅里叶变换得到的频谱图, 可见, 在该采样频率下最多能识别前



图 1 对转压气机的全通道两级转子叶排网格
Fig.1 Rotor 1 and rotor 2 of the counter-rotating compressor

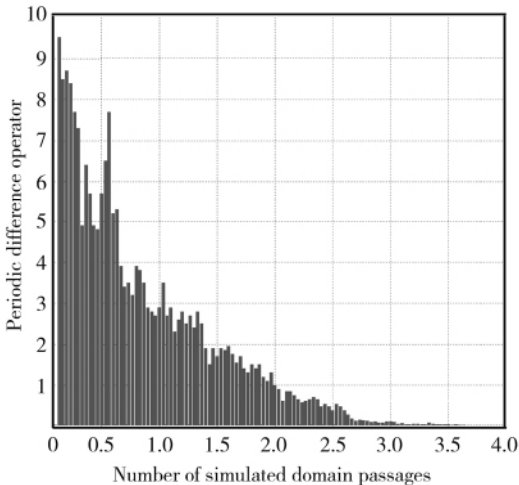


图 2 周期性差异算子收敛过程
Fig.2 Convergence of periodic difference operator

6 阶谐波分量, 因此本次模拟中的 URANS(unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes)精度足以对 NHM 进行校检. 具体网格数, 计算耗时和内存花费对比见表 1.

$$\Gamma(p/\rho AV) = (p/\rho AV)_t - (p/\rho AV)_{t-\Delta t} \quad (3)$$

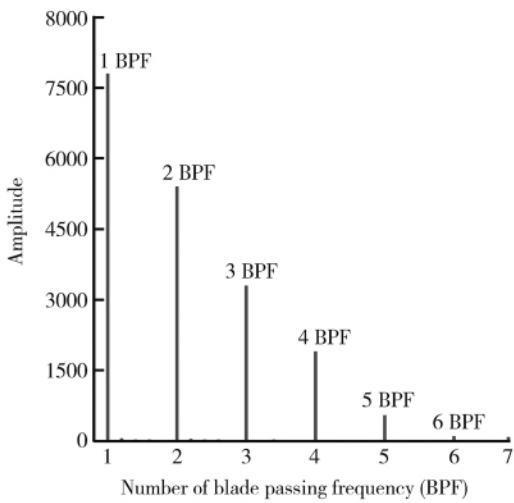


图 3 数值探针傅里叶变换后的频谱
Fig.3 FFT analysis of the pressure signal

表 1 数值计算对比
Table 1 Comparison of the numerical caculation

	全通道非定常	非线性谐波法
网格数量/万	3 800	510
使用 CPU 数目/个	12	12
内存/GB	28	52
计算时间/h	45	6.3

数值验证的边条按试验测量给定总温、总压以消除由于边条设置不当而引入的计算误差, 出口根据径向平衡方程给定静压, 转子间的交界面处采用一维无反射边条抑制压力波的反射. 时均方程中的周期性边条处理与定常计算类似, 谐波方程的周期性通过施加相位延迟角来构成移相边条^[17].

2 结果分析

2.1 总体性能参数对比

表 2 为试验测量, 定常, 全通道 URANS 时均和 3 阶 NHM 的典型工况性能指标对比. 对于总压比, 各种数值预测结果均与测量值具有良好的 consistency, 但效率预测的差别却与试验相差较大, 由于试验中并未测量扭矩而是采用常规的温升法计

算效率,且该对转压气机设计总温升较小,受变频电动机干扰,出口截面温度测量受试验环境温度变化的影响较大,导致测得的效率偏低.详细的试验测量过程见文献[16].

表2 性能参数对比

Table 2 Comparison of the performance parameters

	总压比 (设计点/近失速点)	效率/% (设计点/近失速点)
试验测量	1.220, 1.260	85.40, 82.60
定常	1.240, 1.274	90.36, 87.40
全通道非定常	1.237, 1.267	88.93, 85.73
非线性谐波法	1.236, 1.263	88.60, 87.96

对比 NHM 与 URANS 时均解的效率预测结果表明,3 阶 NHM 相比定常解更接近时均值.在设计点仅存在 0.33% 的差异,但随着气动负荷的增大,效率差异呈扩大趋势,在近失速点达到 2.23%. 值得说明的是,全通道 URANS 由于能够真实模拟旋转失速,其失速点更接近试验中获得的失速点流量,表明 NHM 在失速裕度的预测上与全通道 URANS 尚存在差距.

另外值得注意的是,仅在设计点处定常与全通道 URANS 时均效率差别已达到 1.43%,表明受动-动干涉影响,对转压气机中的非定常效应非常显著.

2.2 S_1 面流场对比

图4给出了NHM重构和全通道URANS在相同周向位置时刻50%叶展处设计工况点的熵分布云图.重构后的流场中瞬态熵值在交界面处连续,同时也可看到转子1(R1)尾迹在转子2(R2)中的拉伸和迁移,以及与转子2叶表附面层的相互作用.与全通道URANS结果吻合较好,但一个明显的区别是在交界面处存在清晰的类似尾迹状的波状结构. Hembera等^[18]用NHM对工业燃气轮机的跨声级进行模拟时也发现了类似现象.其存在的原因在于转子1叶排尾迹中的流场参数沿壁面法向存在较大梯度,当对其进行傅里叶分解以实现NHM模拟时,分解后得到的高频分量导致流场中出现局部极大和极小值点,且傅里叶分解中使用的谐波阶数越高,流场中的局部极值点越多,反映在宏观上的熵云图中即为一道道的波状结构.以阶跃函数式(4)为例

$$f(x) = \begin{cases} -(\pi/4) & \text{if } -\pi \leq x < 0 \\ \pi/4 & \text{if } 0 \leq x \leq \pi \end{cases} \quad (4)$$

通过3阶傅里叶级数展开可得

$$f(x) = \sin(x) + \frac{\sin(3x)}{3} + \frac{\sin(5x)}{5} \quad (5)$$

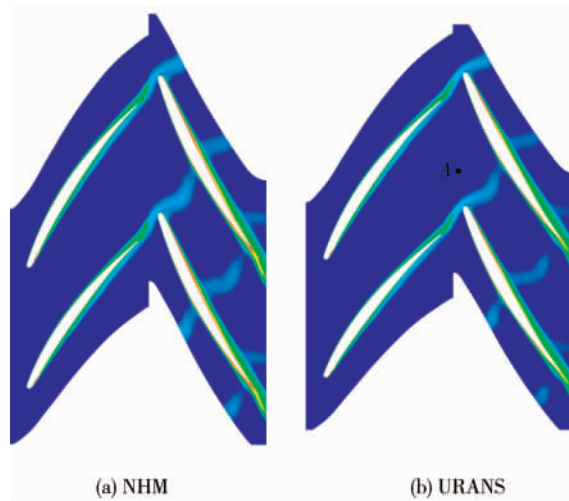


图4 50%叶展某瞬时熵图

Fig. 4 Instantaneous entropy contours

图5为阶跃函数 $f(x)$ 和其不同阶数的傅里叶叶展开近似.如图可见,当用低阶傅里叶级数逼近阶跃函数时,表达式中局部极值点较少,但极值点的具体量值较大.当阶数增大时,表达式中的极值数量也随之增多但量值却有所减小.根据对阶跃函数傅里叶展开的吉布斯效应可知,当采用无限阶数对其逼近时,极值量值会趋于一个常数,约等于总阶跃值的9%.这直接对应于存在激波间断的超声流场中.虽然本文中的对转压气机为亚声级,流场中不存在跨声级中常见的前缘和槽道激波,但叶排尾迹中沿壁面法向的大梯度却具有类似阶跃函数的性质,即需用更高阶谐波才能光滑准确地模拟流场中的这种梯度,但其极值数量

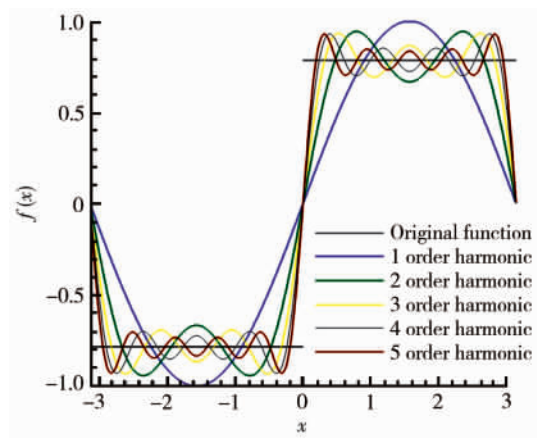


图5 阶跃函数和其傅里叶近似

Fig. 5 Step function with Fourier series

的增多也进而导致了虚假波状结构的存在. 可以认为这是 NHM 模拟流场中的强间断或大梯度时的一个固有缺陷.

2.3 时域和频域分析

对转压气机两转子间的轴向间隙中由于受到上下游叶排的掠扫, 非定常效应显著. 为更好理解 NHM 的本质, 本文分别对重构后的 NHM 和全通道 URANS 流场中提取出点 A 的非定常压力波动信息, 并将其进行 FFT 以深入对两种方法加以对比分析.

图 6 给出了设计工况下 A 点的 NHM 重构后和全通道 URANS 在时域下的非定常压力波动和其对应 FFT 后的频谱图. 可以看到在时域内两种方法获得的非定常压力波动在量级和相位上几乎一致. 而在频域内虽然全通道 URANS 的频谱中前 3 阶谐波占据主导地位, 但 FFT 后仍包含

4 阶、5 阶、6 阶叶片掠扫频率下的谐波分量, 且阶数越高谐波分量的幅值越小. 而由于 3 阶 NHM 计算时对高于 3 阶的谐波分量过滤, NHM 重构的频谱图中不存在高频分量. 这进一步体现了 NHM 通过仅计及周期性流场中主导的低频分量来降低计算时间的本质特征. 同时还可注意到, NHM 重构后的前 3 阶谐波幅值相比全通道 URANS 更高, 这是由于忽略了高阶分量的 NHM 其低阶分量幅值必须更高才能实现在时域中与全通道 URANS 在量级和相位上的匹配.

图 7 为近失速工况下两种方法在 A 点的时域和对应频域的计算结果, 值得注意的是如图所示全通道 URANS 得到的近失速工况点流量更低. 不难发现, 全通道 URANS 得到的非定常压力呈现混乱、无规则的波动, 而 NHM 重构结果仍为规整的类似正弦波分布, 且量级也与全通道

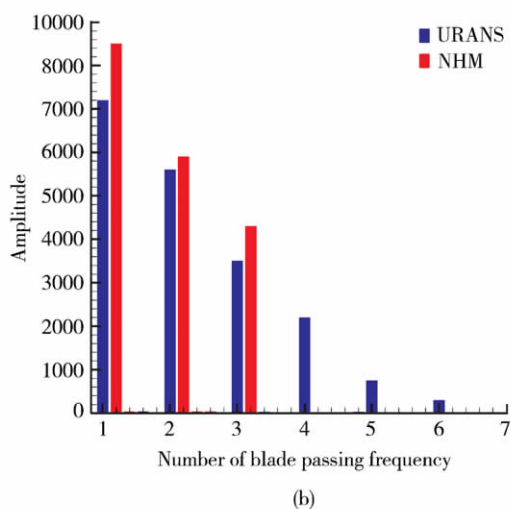
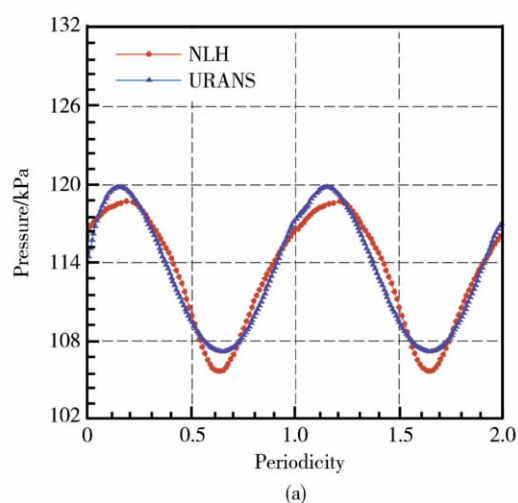


图 6 设计工况下频域和时域的压力谱 (点 A 处)
Fig. 6 Static pressure and corresponding frequency spectrum at design condition (point A)

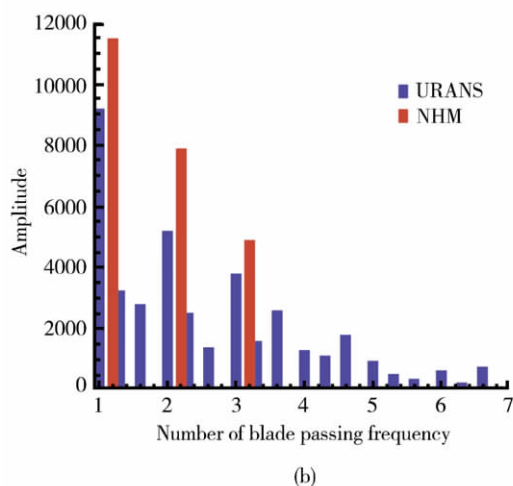
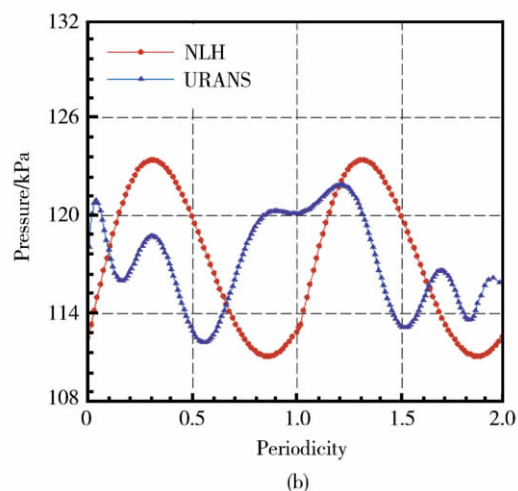


图 7 近失速工况下频域和时域的压力谱 (点 A 处)
Fig. 7 Static pressure and corresponding frequency spectrum at near stall condition (point A)

URANS 差别明显. 对应在全通道 URANS 出现了大量非叶片掠扫频率下的谐波分量, 而这些信号在 NHM 重构的频谱中也得不到体现. 由于全通道计算能够模拟真实旋转失速状态, 因此该点作为最后一个计算收敛点其流场中具有失速先兆特征. 而在旋转失速状态下流场已经丧失了周期性, 因此 NHM 在该流量点下无法获得收敛解, 其获得的数值失速点为 NHM 仍能稳定工作的最后一个计算点.

综合以上分析, 可以认为由于周期性的丧失, NHM 并不能获得准确的失速点流量, 无法再现真实旋转失速时的流动特征. 但考虑到除非进行全通道非定常模拟, 其他具有周期性假设的常规单通道或多通道非定常计算也同样存在无法准确获得失速流量的缺点, 因此 NHM 相比常规非定常方法在失速点流量的计算精度上并不具有太大劣势.

2.4 确定应力分析

确定应力的大小可以体现流场中非定常效应的强弱. 应用通道平均方程求解流场的关键在于对确定应力的模化, 确定应力的建模精度决定了其模型的预测能力^[19]. NHM 作为通道平均方程的一种具体建模方式, 有必要对其建模精度与真实全通道 URANS 中的确定应力分布规律进行详细对比, 评估其是否能准确求解通道内的确定应力场. 为获得流场中真实确定应力分布, 本文进一步扩展 Hall 提出的后处理方法^[13], 从海量的非定常计算结果中抽取出确定性脉动信息, 具体步骤如下: 首先对收敛后最后一个流动干涉周期的各瞬时流场进行时间平均获得时均场, 将各瞬

时场与时均场的相减即为该时刻的确定性脉动量, 通过各时刻的确定性脉动量构建该时刻的确定应力项, 将一周期内各时刻确定应力项算术平均得到全通道的确定应力项分布, 最后进行一次通道间平均最终获得通道间无差异的确定应力项分布. 该方法严格依据 Adamczyk 3 个平均算子的数学框架, 唯一区别在于 Adamczyk 描述的理想确定应力通过连续时间积分得到, 而本方法确定应力为对离散时间点算术平均获得. 但当离散时间点数目足够多时可以认为该方法能够无限逼近 Adamczyk 通过时间积分得到的理想确定应力. 如 1.2 节所述, 在一个掠扫周期内采用 120 个时间步足够获得逼近理想的确定应力分布.

由于篇幅关系, 本文只给出了数值较大的确定应力分量 $\overline{(\rho v')v'}$ 对比情况. 图 8 为设计工况下 50% 叶展处 NHM 和采用上述方法获得的全通道 URANS $\overline{(\rho v')v'}$ 分布, v' 为瞬时轴向速度确定性脉动量. 由图可见, 在转子 1 进口处的确定应力数值较低, 而在交界面和转子 2 进口处最大, 并在转子 2 通道中沿轴向呈明显的衰减趋势, 这表明上游转子的尾迹和下游转子的势流干涉都较为强烈. 图 8 中也可看到, 确定应力沿周向分布不均匀, 并且在某些区域具有很大的梯度. 而 Adamczyk 提出的通道平均框架中假定确定应力沿周向分布是均匀的, 这是由于当时的计算资源限制, 确定应力沿周向建模太过复杂和耗时, 而 NHM 不存在这种局限性. 真实环境中由于上游周期性尾迹和叶片吸压力面附面层的发展状态不同确定应力在周向必然是不均匀的. 对比图 8(a) 和图 8(b), NHM 能够较好地匹配流场中的高确定应力

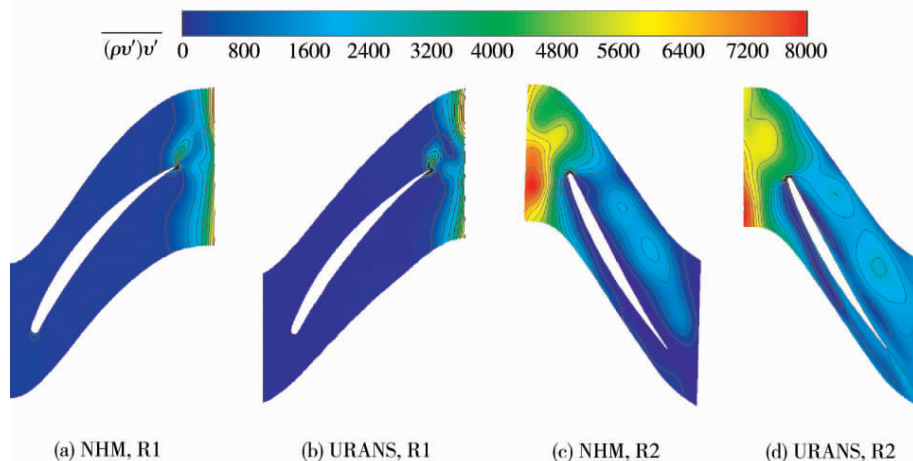


图 8 设计点下 50% 叶展处确定应力对比

Fig. 8 Comparison of deterministic stress distribution at mid-span at design point

区并捕捉到其沿流向的输运和衰减。

图9为设计工况下99%叶展处NHM和全通道URANS的 $\overline{(\rho v')v'}$ 分布。与中叶展中动-动干涉现象为主导确定应力源不同,叶尖区域确定应力分布主要受叶尖泄漏涡控制,尤其在转子2中,泄漏涡轨迹为明显的高确定应力区,且由于上游尾迹与下游泄漏涡的干涉导致通道中的确定应力分布更为复杂。同中叶展类似,NHM成功再现了确定应力的分布规律,但在具体量值上与全通道URANS结果存在一定差异,这主要是由于尾迹-泄漏涡干涉存在着非叶排掠扫周期分量而

在NHM模拟中无法计及该分量所致。

图10为转子2下游不同轴向位置处的 S_3 面 $\overline{(\rho v')v'}$ 分布,分别距转子2尾缘10%,20%和30%轴向弦长。不难发现,确定应力量值在转子2下游沿流向不断衰减,这是由于越远离转子2尾缘,尾迹引发的非定常性越弱所致。与 S_1 面类似,在不同 S_3 面上NHM再一次与全通道URANS结果对比良好。因此可以认为,在设计工况下由于非周期性分量和高阶周期性分量较小,3阶NHM对确定应力的模拟与真实确定应力分布吻合度已

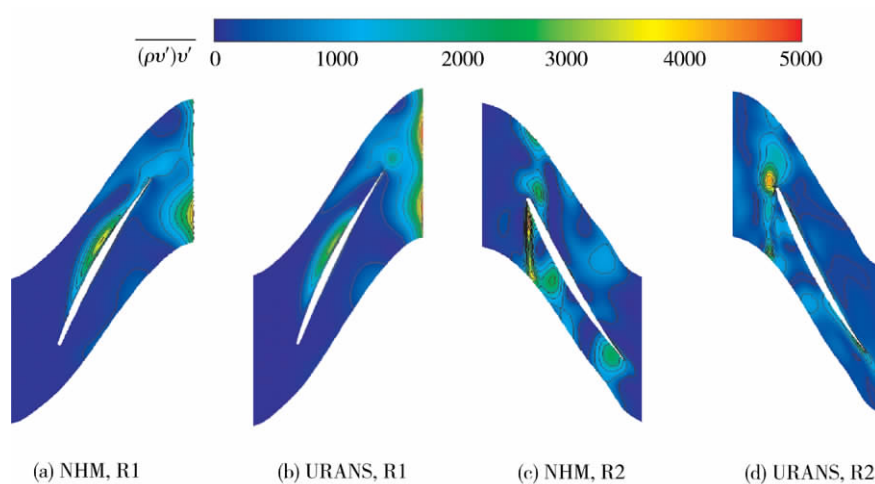


图9 设计点下99%叶展处确定应力对比

Fig. 9 Comparison of deterministic stress distribution at 99% span at design condition

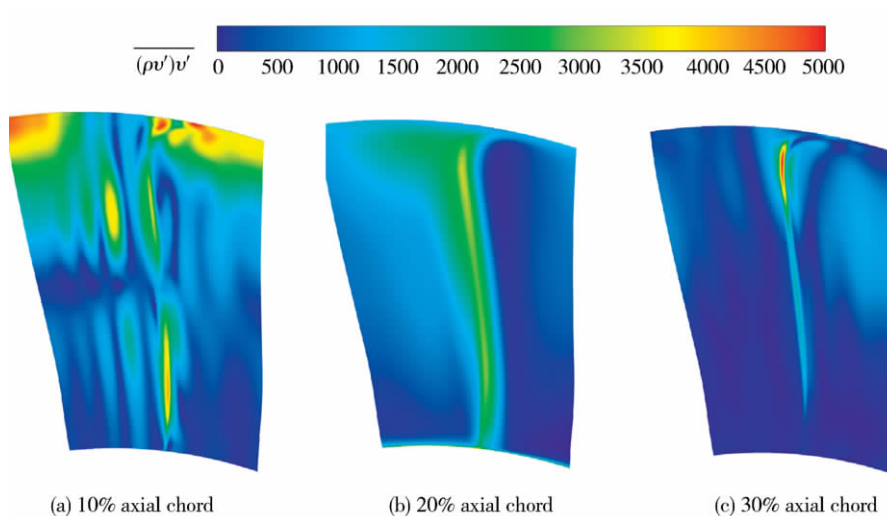


图10 设计点下转子2下游不同轴向位置 S_3 面对比

Fig. 10 Comparison of deterministic stress distribution at various axial locations downstream rotor 2 at design condition

非常高, 足够满足工程精度。

由上文得知, 由于旋转失速对周期性的破坏, 对近失速工况下轴向间隙中的非定常压力波动傅里叶变换后频域中出现大量非叶片掠扫周期分量, NHM 在此状态下变得不再适用。这也可通过该工况下的确定应力分布得到体现。图 11 和图 12 分别为 50% 和 99% 叶展在近失速工况下的 $\overline{(\rho v')v'}$ 对比, 可以看到无论是在转子 1 进口, 转子交界面处还是在转子 2 进口, 两者的确定应力

分布趋势和量值相比仍与全通道 URANS 均存在较大差异, 个别位置甚至呈现相反的趋势。而作者之后采用 4 阶和 5 阶 NHM 校验其确定应力分布仍与全通道 URANS 差别明显, 这进一步表明 NHM 在近失速点的非适用性并非由于阶数较低而使得建模精度不足所致, 而是由于流场中固有周期性假设被打破致使 NHM 的理论基础不再成立, 这也是 NHM 相比常规非定常方法的最大缺陷。

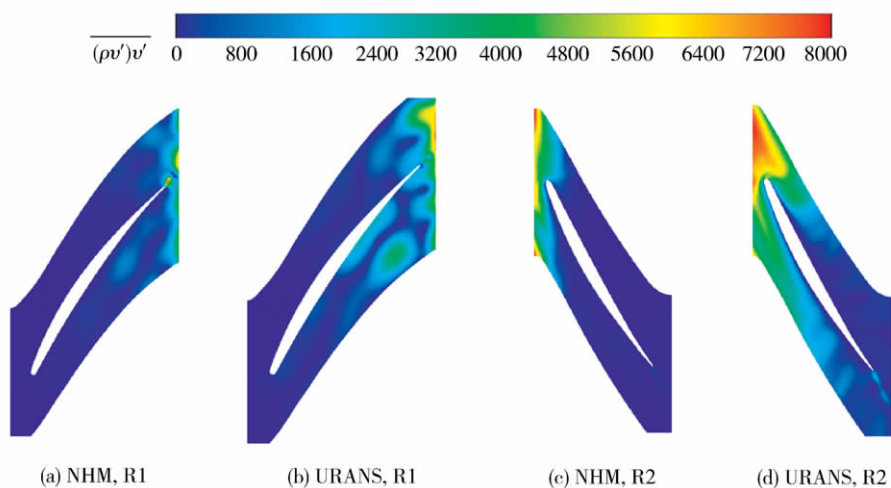


图 11 近失速点下 50% 叶展处确定应力对比

Fig. 11 Comparison of deterministic stress distribution at mid-span at near stall condition

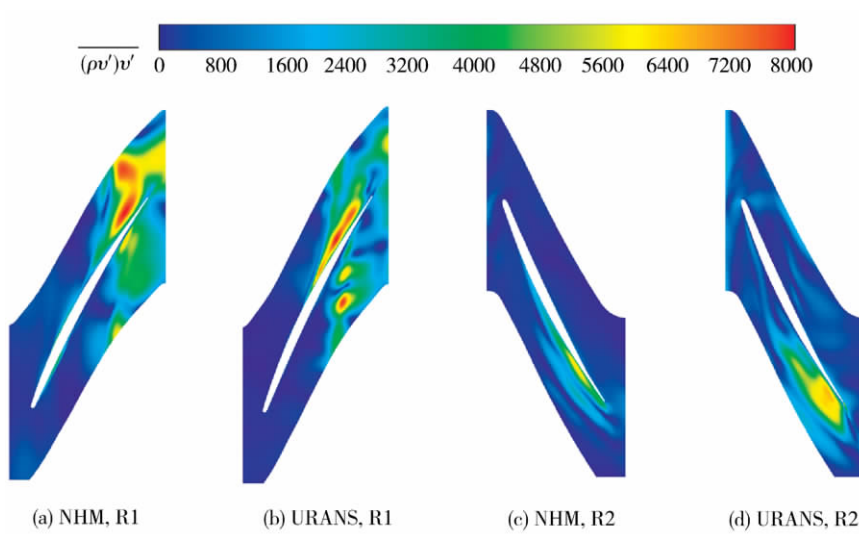


图 12 近失速点下 99% 叶展处确定应力对比

Fig. 12 Comparison of deterministic stress distribution at 99% span at near stall condition

3 结 论

本文以课题组的双级对转压气机为研究对象,进一步对非线性谐波法展开不同工况下校核,与试验测量和全通道非定常结果进行了详细对比,得出以下结论:

1) 设计工况下,非线性谐波法与试验和全通道模拟结果差别很小,但随着负荷的增大,性能指标差异呈扩大趋势。

2) 线性谐波法重构后的熵云图在交界面处存在虚假的波状结构,这是由于其模拟流场中的强间断或大梯度时的固有缺陷所致,但其对宏观性能指标影响很小。

3) 设计点处非线性谐波法能够较为可靠地模拟确定应力的分布,具有较高的建模精度。但在近失速点,由于周期性假设的失效导致其与全通道非定常模拟结果存在明显差异。

4) 本文仅针对去除上下游导叶的双级对转压气机这一特定对象,下一步计划将导叶包含至计算域内,使转子叶排包含上下游两个非定常扰动源,更能真实模拟多级压气机环境下的流动特征。同时在高转速、高压比、高负荷跨声风扇上针对非线性谐波法的普适性研究也亟待展开。

参考文献:

- [1] He L. Method of simulating unsteady turbomachinery flows with multiple perturbations[J]. AIAA Journal, 1992,30(11):2730-2735.
- [2] Srivastava R, Bakhle M, Keith T G. Numerical simulation of aerodynamic damping for flutter analysis of turbomachinery blade rows[J]. Journal of Propulsion and Power, 2003,19(2):60-267.
- [3] Bakhle M, Thomas J, Reddy T. Fan flutter computations using the harmonic balance method[R]. AIAA-2008-4743, 2008.
- [4] He L, Chen T, Wells R G, et al. Analysis of rotor-rotor and stator-stator interferences in multi-stage turbomachines[J]. Journal of Turbomachinery, 2002,124(4):564-571.
- [5] Ning W, He L. Some modeling issues on trailing-edge vortex shedding[J]. AIAA Journal, 2001,39(5):787-793.
- [6] He L, Li Y S, Wells R G. Predicting bladerow interactions using a multistage time-linearized Navier-Stokes solver[J]. Journal of Turbomachinery, 2003,25(1):25-32.
- [7] Van der Weide E, Gopinath G, Jameson A. Turbomachinery applications with the time spectral method[R]. AIAA-2005-4905, 2005.
- [8] Im D K, Kwon J H, Park S H. Periodic unsteady flow analysis using a diagonally implicit harmonic balance method[J]. AIAA Journal, 2012,50(3):741-745.
- [9] Kwon H I, Yi S G, Im D K. Design of a low-noise open rotor using an implicit harmonic balance method[R]. AIAA-2013-1090, 2013.
- [10] Sicot F, Hassan D. A time-domain harmonic balance method for dynamic derivatives predictions[R]. AIAA-2011-1242, 2011.
- [11] 赵军, 柳阳威, 刘宝杰. NASA67 级非定常流场的频域分析[J]. 航空动力学报, 2007,22(8):1371-1377.
ZHAO Jun, LIU Yangwei, LIU Baojie. Frequency-domain analysis of NASA67 unsteady flow field[J]. Journal of Aerospace Power, 2007,22(8):1371-1377. (in Chinese)
- [12] Wang L, Liu B, Xiang X R, et al. Investigation of the unsteady flow in a counter-rotating compressor using the nonlinear harmonic method[R]. ISABE Paper-2011-1234, 2011.
- [13] Hall E J. Aerodynamic modeling of multistage compressor flow fields: Part 2 modeling deterministic stresses[J]. Journal of Aerospace Engineering, 1998,212(2):91-107.
- [14] He L. Fourier modeling of steady and unsteady nonaxisymmetrical flows[J]. Journal of Propulsion and Power, 2006,22(2):197-201.
- [15] 王雷, 刘波. 非线性谐波法在对转压气机中的校核分析[J]. 航空动力学报, 2012,27(7):1448-1455.
WANG Lei, LIU Bo. Validation of nonlinear harmonic method in dual-stage counter-rotating compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2007,22(8):1371-1377. (in Chinese)
- [16] Chen Y Y, Liu B, Xuan Y, et al. A study of speed ratio affecting the performance of a contra-rotating axial compressor[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2008,222(7):985-991.
- [17] He L. On circumferential phase-shift condition for turbomachinery aerodynamic and aeromechanical applications[R]. AIAA-2005-0016, 2005.
- [18] Hembera M, Loos A, Kau H P, et al. Comparing a 40 Mio gridpoints full-annulus computation with a 7 Mio gridpoints nonlinear harmonic computation[R]. AIAA-2009-930, 2009.
- [19] 柳阳威, 刘宝杰. 跨音压气机确定应力场分析[J]. 航空学报, 2007,28(增刊):1-6.
LIU Yangwei, LIU Baojie. Analysis of deterministic stresses in a transonic compressor[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007,28(Sup.):1-6. (in Chinese)