

文章编号:1000-8055(2013)04-0872-06

基于变形协调和间隙浮动的双路 功率分流系统均载特性分析

董 皓, 方宗德, 王宝宾, 杜进辅

(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 针对双路功率分流系统的载荷均匀分布问题,建立了该系统的静力学模型,并根据系统构成功率流动闭环的特点,推导出扭转角变形协调条件,将该条件联立力矩平衡条件和弹性支承条件,计算出了各齿轮副传递的扭矩,得到系统的均载系数.从静力学角度分析了各构件安装误差和均载特性的关系,并分析了间隙浮动对均载特性的影响.结果表明:齿轮 2 存在安装误差为 0.03 mm 的情况下,间隙量为 0.8 mm 即可满足基本构件浮动,得到均载系数为 1.003 8,间隙浮动有利于提高均载性能.对比实验和理论分析的结果,同一误差条件下,功率分配分别为 53.88% 和 53.50%,从而验证了该方法的正确性.

关 键 词: 功率分流; 变形协调; 间隙浮动; 力矩平衡; 弹性支承; 安装误差; 均载

中图分类号: V233.1; TH132.4

文献标志码: A

Load sharing characteristics analysis of power split system based on deflection compatibility and clearance floating

DONG Hao, FANG Zong-de, WNAG Bao-bin, DU Jin-fu

(School of Mechanical Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: In order to implement the uniform load distribution of the gear train with dual power splitting, a pseudo-static model was built firstly. And then, according to the system power flow closed-loop feature, the torsional angle deformation compatibility conditions were deduced, the moment equilibrium conditions and elastic support conditions was established to calculate each gear pair transmission torque, and finally the system load sharing coefficient was obtained. Next, the relationship of the installation error and system load sharing characteristics was analyzed in the static research, and the floating pinion based on clearance floating played an important role in the system load sharing. The results show that the clearance of 0.8 mm could meet the pinion to floating under the influence of the gear 2 with installation error of 0.03 mm, obtain the load sharing coefficient of 1.003 8, the floating pinion can improve the load sharing characteristics. Through theoretical data compared with the experimental data, in the same error conditions, power distribution is respectively 53.88% and 53.50%, which verifies the correctness of the method proposed.

Key words: power split; deformation compatibility; clearance floating;
moment equilibrium; elastic support; installation error; load sharing

收稿日期: 2012-05-02

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130417.1353.201304.872_022.htm

基金项目: 国家自然科学基金(51175423)

作者简介: 董皓(1985—),男,陕西渭南人,博士生,主要从事机械设计和机械传动方面的研究.

双路功率分流传动系统采用功率分支技术,结构紧凑,能在很小的体积质量下满足高速重载的工况要求,在航空、航天领域具有广阔的应用前景。功率分流传动系统的核心问题是研究系统的均载特性,解决各分支载荷平均分配。国内外在这方面做了很多研究,Kish^[1-2]提出一种应用于Comanche直升机中的双路功率分流齿轮传动减速器。Krantz等^[3-4]对双路功率分流减速器的均载问题进行了静力学研究,得出了满足当时制造、安装条件下的均载系数。White^[5-7]设计了双路功率分流传动系统中各发动机轴相隔较远且平行布置的方案,得出了该系统质量轻、功率损失小和集成性高的结论。孙智民^[8]就功率分流机构的动态特性进行了研究。日高照晃等^[9]运用静力学方法研究了行星轮系中各个构件的误差对载荷分配系数的影响。方宗德等^[10]就三路分流星型减速系统在各级联接刚度和星轮偏心误差影响下的动载荷与均载系数进行了分析。袁擎宇等^[11]研究了两级星型齿轮传动系统的静力学均载问题,分析了各误差对系统均载特性的影响。袁茹等^[12]研究了浮动构件的支承刚度对行星齿轮功率分流动态均衡性的影响。谷建功等^[13]研究了弧齿锥齿轮功率分流系统的特性。还有一些学者^[14-15]做了相关研究,但是以往的研究大多仅考虑构件之间的力学平衡关系,而忽略了功率流动闭环的这一特点所构成的变形协调条件,该条件中构件的各类误差会相互叠加或者抵消,所以考虑变形协调条件能够更好地反映整个系统的均载特性。

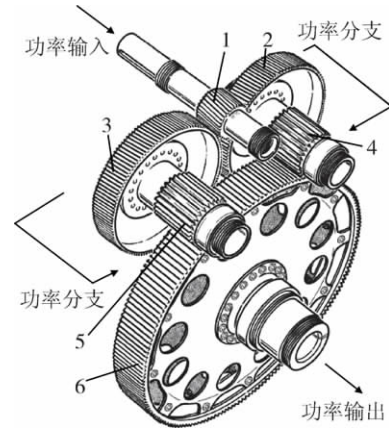
文中建立了双路功率分流传动系统的力学模型,推导出了变形协调条件,结合力矩平衡方程和弹性支承条件,得到系统的均载系数,最后分析了误差影响下的系统均载特性及间隙浮动对系统均载特性的影响。

1 系统静力学模型建立

图1为双路功率分流系统的结构示意图。

该系统的输入功率在两级减速传动装置中的第Ⅰ级小齿轮采用功率两分支,两级传动之间通过均载扭力轴连接,第Ⅱ级两个小齿轮同时与第Ⅱ级大齿轮啮合,功率最终由第Ⅱ级大齿轮输出,系统中的各构件处靠滚动轴承支承。该系统可进一步提高传动装置功率密度比,有效解决传动装置大扭矩、大速比的要求。力学结构模型和各齿轮转角对应关系如图2所示。

由图2可知,系统转速为 n_1 ,输入扭矩为 T_1 ,



1 级小齿轮; 2 级大齿轮; 3 级大齿轮;
4 级小齿轮; 5 级小齿轮; 6 级大齿轮

图1 双路功率分流传动系统简图

Fig. 1 Diagram of power split transmission system

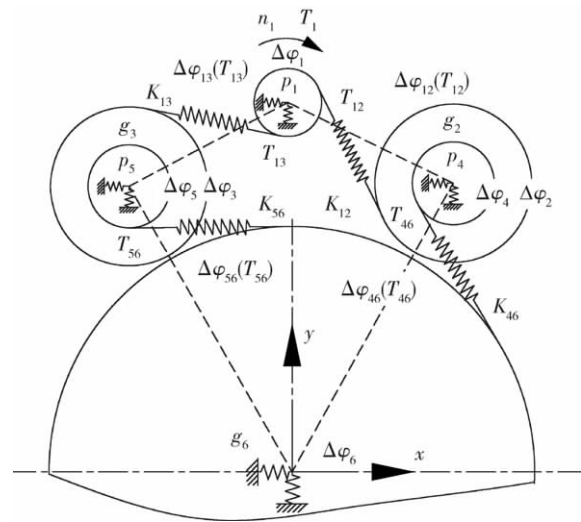


图2 力学结构模型和各齿轮转角对应关系示意图

Fig. 2 Diagram of the mechanical structure model and relationship among gear rotary angle

K_{ij} 为综合啮合刚度, $\Delta\varphi_i$ 和 $\Delta\varphi_j$ 为齿轮 i, j 的扭转角, $\Delta\varphi_{ij}(T_{ij})$ 表示齿轮 i 在扭矩 T_{ij} 作用下相对于齿轮 j 的扭转角变形, p_u 和 g_v ($u=1, 4, 5; v=2, 3, 6$) 表示各齿轮的代号。扭矩相互作用力可表示为 $T_{ij} = -i_{ij} T_{ji}$ ($i=1, 2, \dots, 6; j=1, 2, \dots, 6$), 其中 $i_{ij} = r_{bj}/r_{bi}$, r_{bi} 和 r_{bj} 为齿轮 i, j 的基圆半径, 规定驱动力矩为正, 负载力矩为负, 得到力矩平衡条件

$$\begin{cases} T_1 - T_{12} - T_{13} = 0 \\ T_{46} - i_{12} T_{12} = 0 \\ T_{56} - i_{13} T_{13} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

2 变形协调条件

由图2所示的模型, 根据系统本身功率流动

闭环的特点,功率流动可以分为两个通道,通道 1 包含齿轮 p_1, g_2 、轴 24、齿轮 p_4, g_6 , 通道 2 包含齿轮 p_1, g_3 、轴 35、齿轮 p_5, g_6 . 由于各齿轮副啮合转角满足 $\Delta\varphi_{ij}(T_{ij}) = \Delta\varphi_i(T_{ij}) - i_{ij}\Delta\varphi_j(T_{ij})$, 可将两个通道中各齿轮的相对啮合点的转角等效成 I 级小齿轮 1 的相对转角 $\Delta\varphi_1^k (k=1,2)$, 则有

$$\begin{cases} \Delta\varphi_1^1 = \Delta\varphi_{12}(T_{12}) + i_{12}\Delta\varphi_{24}(T_{24}) + \\ i_{12}\Delta\varphi_{46}(T_{46}) = \Delta\varphi_1 - i_{12}i_{46}\Delta\varphi_6 \\ \Delta\varphi_1^2 = \Delta\varphi_{13}(T_{13}) + i_{13}\Delta\varphi_{35}(T_{35}) + \\ i_{13}\Delta\varphi_{56}(T_{56}) = \Delta\varphi_1 - i_{13}i_{56}\Delta\varphi_6 \end{cases} \quad (2)$$

式中 $i_{12} = i_{13}, i_{46} = i_{56}$, 则有 $\Delta\varphi_1^1 = \Delta\varphi_1^2$.

得到变形协调条件为

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{12}(T_{12}) + i_{12}\Delta\varphi_{24}(T_{24}) + i_{12}\Delta\varphi_{46}(T_{46}) = \\ \Delta\varphi_{13}(T_{13}) + i_{13}\Delta\varphi_{35}(T_{35}) + i_{13}\Delta\varphi_{56}(T_{56}) \end{aligned} \quad (3)$$

其中扭力轴的转角关系为

$$\begin{cases} \Delta\varphi_{24}(T_{24}) = \Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_4 = T_{24}/N_{24} \\ \Delta\varphi_{35}(T_{35}) = \Delta\varphi_3 - \Delta\varphi_5 = T_{35}/N_{35} \end{cases} \quad (4)$$

式中 N_{24} 和 N_{35} 为扭转刚度.

误差体现在啮合线上的位移变化 ΔL_{ij} 为

$$\begin{aligned} \Delta L_{ij} = [(x_i + \Delta A_{xi}) - (x_j + \Delta A_{xj})] \cos \chi_{ij} + \\ [(y_i + \Delta A_{yi}) - (y_j + \Delta A_{yj})] \sin \chi_{ij} \end{aligned} \quad (5)$$

式中 x_i, y_i 和 x_j, y_j 分别为齿轮 i, j 沿 x, y 向的轴心变形量; $\Delta A_{xi}, \Delta A_{xj}$ 分别为齿轮 i, j 的 x 向误差幅值; $\Delta A_{yi}, \Delta A_{yj}$ 分别为齿轮 i, j 的 y 向误差幅值; χ_{ij} 为齿轮副啮合线与 x 轴正向夹角.

各齿轮副的啮合作用力可表示为

$$T_{ij}/r_{bi} = K_{ij}(r_{bi}\Delta\varphi_i - r_{bj}\Delta\varphi_j + \Delta L_{ij}) \quad (6)$$

得到误差影响下的各齿轮副啮合转角为

$$\Delta\varphi_{ij}(T_{ij}) = (T_{ij}/r_{bi}/K_{ij} - \Delta L_{ij})/r_{bi} \quad (7)$$

考虑弹性支承条件,可表示为

$$\begin{cases} \sum (T_{ij}/r_{bi} \cdot \cos \chi_{ij}) - K_{xi}x_i = 0 \\ \sum (T_{ij}/r_{bi} \cdot \sin \chi_{ij}) - K_{yi}y_i = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中 K_{xi} 和 K_{yi} 为齿轮 i 的 x, y 向的支承刚度.

将式(7)代入式(3)中,得到误差影响下的变形协调条件,联立弹性支承条件和力矩平衡条件,建立系统的弯扭耦合关系,可求得各齿轮副传递的扭矩 $\bar{T}_{ij}$, 得到两分支的均载系数为

$$[J_{46} \quad J_{56}]^T = [\bar{T}_{46} \quad \bar{T}_{56}]^T / [(T_1/2)i_{12}] \quad (9)$$

最后得到系统的均载系数 $J = \{[J_{46} \quad J_{56}]^T\}_{\max}$, 均载系数的大小表征着系统的均载特性的好坏, 均载系数越大,系统的均载特性越差.

3 间隙浮动条件

第 I 级小齿轮做成浮动结构,与高速输入轴和输出件用可活动的短花键联接,由花键传递扭矩. 浮动轮受花键联接的约束,不能完全自由浮动,浮动轮的支承刚度如图 3 所示.

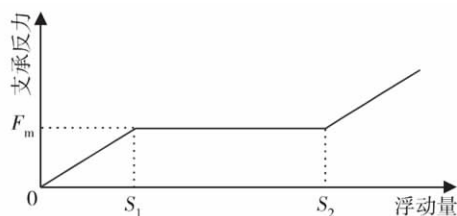


图 3 浮动轮支承刚度示意图

Fig. 3 Diagram of floating pinion supporting stiffness

由图 3 示出,在花键传递扭矩的过程中,内外花键摩擦力为 $F_m = \tau F_n$, 式中 F_n 表示内外花键之间的正压力, τ 为摩擦因数,取 $\tau=0.1$. 浮动时的浮动量为 $R = \sqrt{(x_1^{(n)})^2 + (y_1^{(n)})^2}$, $x_1^{(n)}$ 和 $y_1^{(n)}$ 表示在 x 和 y 方向的浮动量, n 代表计算次数.

浮动过程中,浮动小轮受到两个啮合大齿轮的啮合力和花键联接轴的支承反力共同作用. 当支承反力小于摩擦力 F_m 时,内外花键之间不产生滑移,由输入轴的弯曲适应小轮位置变化,即 $0 \sim S_1$ 段;当支承反力大于摩擦力 F_m 时,内外花键产生滑移,由滑移量适应浮动轮的位置变化,即 $S_1 \sim S_2$ 段;当滑移量超出 S_2 时,即内外花键消除了径向间隙量,小轮位置变化重新由输入轴的弯曲变形决定,图 3 中 $S_1 \sim S_2$ 即为内外花键的径向间隙.

浮动小轮支承反力在 x, y 向的分量 $\Delta F_{x1}^{(n)}$, $\Delta F_{y1}^{(n)}$ 分别为

$$\Delta F_{x1}^{(n)} = \begin{cases} -K_w \cdot R \cdot \cos(\zeta^{(n)}) & 0 \leq R \leq S_1 \\ -F_m \cdot \cos(\zeta^{(n)}) & S_1 < R \leq S_2 \\ -[F_m + K_w \cdot (R - S_2)] \cdot \cos(\zeta^{(n)}) & R > S_2 \end{cases} \quad (10)$$

$$\Delta F_{y1}^{(n)} = \begin{cases} -K_w \cdot R \cdot \sin(\zeta^{(n)}) & 0 \leq R \leq S_1 \\ -F_m \cdot \sin(\zeta^{(n)}) & S_1 < R \leq S_2 \\ -[F_m + K_w \cdot (R - S_2)] \cdot \sin(\zeta^{(n)}) & R > S_2 \end{cases} \quad (11)$$

式中 K_w 表示弯曲刚度, $\zeta^{(n)}$ 表示向量 $(x_1^{(n)}, y_1^{(n)})$ 的方向角。

则有,浮动件的支承平衡条件

$$\begin{cases} \sum (T_{ij}/r_{b1} \cdot \cos \chi_{ij}) + \Delta F_{x1}^{(n)} = 0 \\ \sum (T_{ij}/r_{b1} \cdot \sin \chi_{ij}) + \Delta F_{y1}^{(n)} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

将式(12)联立其他各构件的支承平衡条件和力矩平衡条件以及变形协调条件,建立间隙非线性数学模型,最后得到系统的均载系数。

4 算例求解

算例中各参数引用文献[4]中的实验参数,功率 $P=373 \text{ kW}$, 转速 $n_1=8780 \text{ r/min}$, 齿轮数据见表 1。

表 1 各齿轮参数
Table 1 Gear parameters

齿轮	齿数	分度圆直径/ mm	齿宽/ mm	压力角/ (°)	螺旋角/ (°)
1	32	51.1	44.5	20	6
2~3	124	197.9	38.1	20	6
4~5	27	68.6	66.0	25	0
6	176	447.0	59.9	25	0

求得啮合刚度为 $K_{12}=K_{13}=9.63 \times 10^5 \text{ N/mm}$, $K_{46}=K_{56}=1.24 \times 10^6 \text{ N/mm}$ 。各轴承数据引用文献[4]中的 Table 2 数据,计算得等效支承刚度见表 2。

表 2 等效支承刚度
Table 2 Equivalent support stiffness

齿轮	x 方向刚度/ (N/mm)	y 方向刚度/ (N/mm)
1	9236.560	11149.045
2~3	26271.013	40656.077
4~5	22600.646	38381.011
6	211439.093	326805.063

取 $\Delta A_{x2} = \Delta A_{x4} = \Delta A_{x6} = 0.03 \text{ mm}$, 当安装误差共同作用时,计算得系统的均载系数为 1.304 1,功率分配为 65.21%。当安装误差 ΔA_{xi} ($i=1, 2, 4, 6$) 单独作用时,得均载系数 J_{56} 和 J_{46} 的变化见表 3。

由表 3 可知,误差单独作用时对系统均载系数的影响均比误差共同作用时要小,说明误差具

有累加作用。各主要构件安装误差 ΔA_{xi} 单独变化时,系统的均载特性如图 4 所示。

表 3 各主要构件安装误差单独作用时的均载变化
Table 3 Load sharing change when the major components installation error independently functions

齿轮	安装误差 $\Delta A_{xi}/\text{mm}$	J_{56}	J_{46}	J	功率分配/ %
1	0.03	0.9411	1.0588	1.0588	52.94
2	0.03	1.0787	0.9212	1.0787	53.94
4	0.03	1.2683	0.7317	1.2683	63.41
6	0.03	0.8959	1.1041	1.1040	55.21

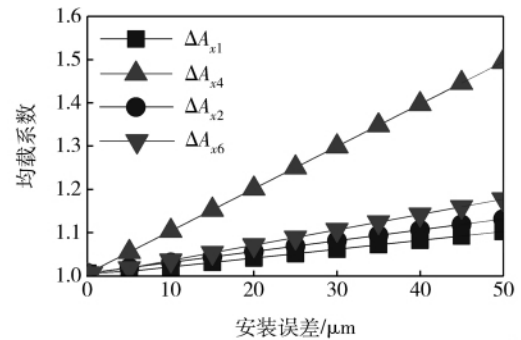


图 4 安装误差单独变化时系统的均载系数曲线图
Fig. 4 Curves of the load sharing coefficient with the installation error independently change

由图 4 示出,均载系数随安装误差的增大而增大,第 II 级小齿轮影响最大,其次是第 II 级大齿轮,最后是第 I 级大齿轮和小齿轮。

均载系数随花键径向间隙量变化的情况如图 5 所示,取 $\Delta A_{x2} = 0.03 \text{ mm}$ 。

由图 5 示出,均载系数随花键间隙的增加而

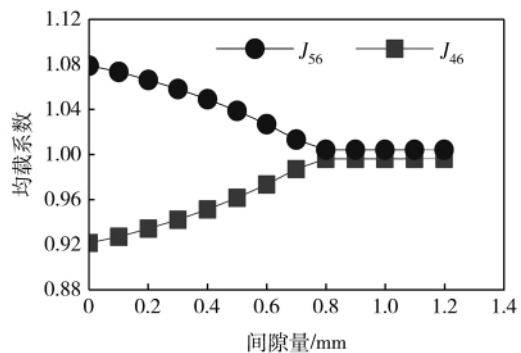


图 5 均载系数随间隙量变化曲线图

Fig. 5 Curves of the load sharing coefficient when the clearance changes

减小,间隙越大,均载特性越好,但是间隙量不宜过大,较大的间隙会引起较大的振动.均载系数随花键联轴器润滑状况变化的情况如图6所示.

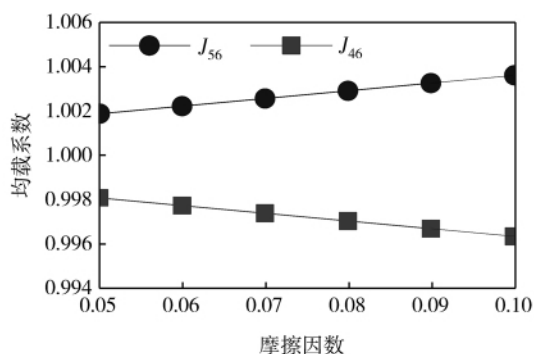


图6 均载系数随花键轴润滑效果变化的曲线图

Fig. 6 Curves of the load sharing coefficient with the change of spline shaft lubrication effect

由图6示出,摩擦因数 τ 从0.05到0.10变化时,系统的均载系数从1.0021到1.0038变化.因此,通过改善花键联轴轴的润滑状况可以更加充分地发挥花键联轴轴对系统均载起到的效果.

5 数据分析和实验

将理论结果和文献[4]实验结果对比,文献[4]中的传动系统应用于某航空直升机动力传输装置.由文献[4]所述,两路分支在传递扭矩过程中存在一个使得系统的均载特性发生变化的夹角 β .该夹角可以通过如图7所示的方式测量.

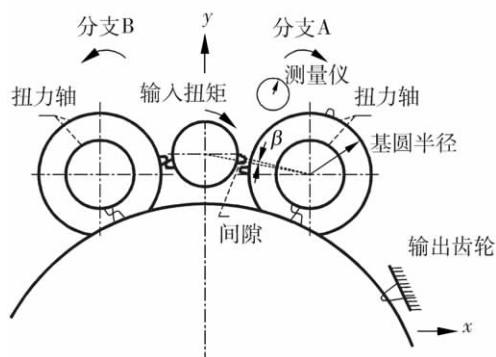


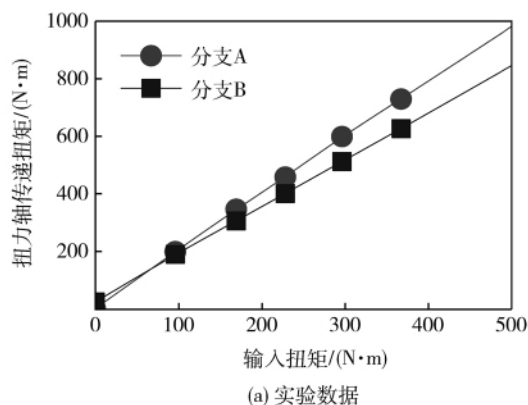
图7 测量扭转夹角 β 的实验示意图

Fig. 7 Illustration of conceptual experiment for measure of included angle β

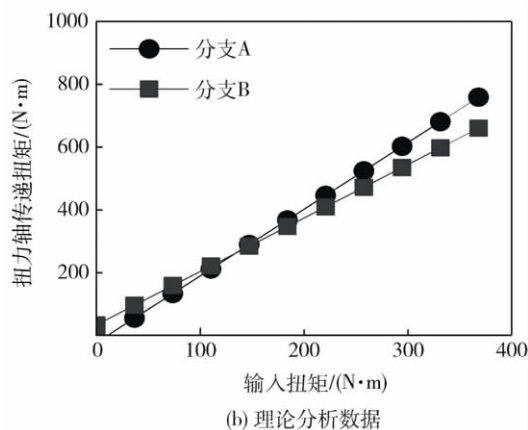
实验中通过在第I级大齿轮轴向增加薄垫片的方法来改变该夹角 β ,由图7示出,首先测量了不同薄垫片厚度下输入扭矩和扭力轴传递的扭矩

的关系,同时测量了薄垫片的厚度和夹角 β 之间的函数关系,从而建立了在给定某一特定输入扭矩时扭力轴传递的扭矩和夹角 β 的函数关系,最后确定某一夹角 β 以使扭力轴传递的扭矩能够满足功率分配在 $(50 \pm 3)\%$ 范围内.

实验中给定薄垫片厚度为3 mm时,扭力轴传递扭矩随系统输入扭矩变化的关系如图8(a),同时给出理论计算结果如图8(b)所示.



(a) 实验数据



(b) 理论分析数据

图8 实验数据和理论分析数据对比曲线图

Fig. 8 Curves of comparison between experimental and theoretical data

由图8(a)可知,实验数据的一侧分支扭矩为 $728.61 \text{ N} \cdot \text{m}$,另一侧分支扭矩为 $625.32 \text{ N} \cdot \text{m}$,则功率分配为 53.88% ,均载系数为 1.0776 ,由图8(b)可知,理论分析数据的连接轴的一侧分支扭矩为 $760.89 \text{ N} \cdot \text{m}$,另一侧分支扭矩为 $661.23 \text{ N} \cdot \text{m}$,得到功率分配为 53.50% ,均载系数为 1.0701 .理论和实验结果对比,趋势一致,验证了本文方法的正确性和可行性.

6 结论

文中采用变形协调条件建立了双路功率分流

传动系统的均载分析模型,得到均载系数,该方法更加从本质上反映了由变形导致的均载过程,有利于该系统的设计和分析。

同一误差下各构件对系统均载系数的影响不一样,尤其应注意第Ⅱ级构件的误差分布情况。间隙浮动能提高系统的均载特性,设计时花键的最小间隙量可取为各误差引起的浮动件的最大极限位移量,就可满足均载浮动的要求。

参考文献:

- [1] Kish J G. Sikorsky aircraft advanced rotorcraft transmission (art) program-final report [R]. NASA CR-191079, 1993.
- [2] Kish J G. Comanche drive system[R]. Williamsburg, VA: Rotary Wing Propulsion Specialists' Meeting, American Helicopter Society, 1993.
- [3] Krantz T L. A method to analyze and optimize load sharing of split path transmission[R]. NASA TM-107201, 1996.
- [4] Krantz T L, Delgado I R. Experimental study of split-path transmission load sharing[R]. NASA TM-107212, 1996.
- [5] White G. Split torque helicopter transmissions with widely separated engines[J]. Journal of Aerospace Engineering, 1989, 203(1): 53-65.
- [6] White G. Design study of a split-torque helicopter transmission[J]. Journal of Aerospace Engineering, 1998, 212(2): 117-123.
- [7] White G. Design study of a 375 kW helicopter transmission with split-torque epicyclic and bevel drive stages[J]. Journal of Aerospace Engineering 1983, 197(4): 213-224.
- [8] 孙智民. 功率分流齿轮传动系统非线性动力学研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2002.
SUN Zhimin. Research on nonlinear dynamics of split power gear system[D]. Xi'an: Northwest Polytechnical University, 2002. (in Chinese)
- [9] 日高照晃, 杉本信行, 石田武. 遊星歯車装置の荷重等配機構における各種誤差と荷重配分の関係[C]// 日本機械学会論文集. 東京: 日本機械学会, 1986: 2200-2206.
- [10] 方宗德, 沈允文, 黄镇东. 三路功率分流恒星式减速器的动态特性[J]. 航空学报, 1990, 17(7): 341-350.
FANG Zongde, SHEN Yunwen, HUANG Zhendong. The dynamic behaviour of star gearing with three branches[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1990, 17(7): 341-350. (in Chinese)
- [11] 袁擎宇, 朱如鹏, 朱自冰, 等. 两级星型齿轮传动静力学均载分析[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(7): 789-792.
YUAN Qingyu, ZHU Rupeng, ZHU Zibing, et al. Analysis of static load sharing in a 2-stage star gearing system[J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(7): 789-792. (in Chinese)
- [12] 袁茹, 王三民, 沈允文. 行星齿轮传动的功率分流动态均衡优化设计[J]. 航空动力学报, 2000, 15(4): 410-412, 418.
YUAN Ru, WANG Sanmin, SHEN Yunwen. Dynamic optimum design of power shared out equally among the planetary gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2000, 15(4): 410-412, 418. (in Chinese)
- [13] 谷建功, 方宗德, 庞辉, 等. 弧齿锥齿轮功率分流传动系统建模与承载特性分析[J]. 航空动力学报, 2009, 24(11): 2625-2630.
GU Jiangong, FANG Zongde, PANG Hui, et al. Modeling and load analysis of spiral bevel gears power split system[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(11): 2625-2630. (in Chinese)
- [14] 陆俊华, 李斌, 朱如鹏. 行星齿轮传动静力学均载分析[J]. 机械科学与技术, 2005, 24(6): 702-709.
LU Junhua, LI Bin, ZHU Rupeng. Analysis of static load sharing in planetary gearing[J]. Mechanical Science and Technology, 2005, 24(6): 702-709. (in Chinese)
- [15] Kahraman A. Load sharing characteristics of planetary transmissions[J]. Mechanism and Machine Theory, 1994, 29(8): 1151-1165.