

文章编号:1000-8055(2013)09-2055-15

旋转叶片-机匣碰摩模型及试验研究综述

马 辉, 太兴宇, 李焕军, 闻邦椿

(东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819)

摘 要: 结合接触和冲击动力学理论,对旋转叶片-机匣碰摩模型的发展给出了比较全面的综述,重点探讨并对比了多种叶片-机匣碰摩模型,将叶片-机匣碰摩模型分为 5 类:基于碰撞能量守恒的法向碰摩模型,熔化黏着碰摩模型和可磨耗刮除碰摩模型,连续弹性碰摩模型,脉冲力局部碰摩模型,基于接触动力学的碰摩模型.指出了这 5 类模型的优缺点及其适用范围,并对目前已开展的叶片-机匣碰摩试验进行了介绍.最后建议了叶片-机匣碰摩模型的发展方向:建立多参数影响的精细法向和切向碰摩模型,通过接触动力学理论来模拟碰撞过程,基于试验数据来修正现有碰摩模型.

关 键 词: 旋转机械; 转动叶片; 机匣; 碰摩; 接触

中图分类号: V21; O322

文献标志码: A

Literature survey of rub-impact model and experiment of rotating blade and casing

MA Hui, TAI Xing-yu, LI Huan-jun, WEN Bang-chun

(School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: By combining with contact and impact dynamic theories, the development about rub-impact between the rotating blade and casing was summarized. Different blade-casing rub-impact models were discussed emphatically and researches of the blade-casing rub-impact model were divided into five types: normal rub-impact model based on the collision energy conservation, smearing and abradable blade-casing rub interface models, continuous elastic collision force model, pulse force local rub-impact model, rub-impact model based on contact dynamics. The defects and proper scopes of these five types of models were pointed out by comparing with one another and the experiments on blade-casing rub-impact were also introduced. Finally, new research directions about the blade-casing rub-impact models were suggested: establishment of detailed normal and tangential rub-impact models including the influence of multiple parameters, collision process simulation based on contact theory, revision of existing rub-impact models by the experiment data.

Key words: rotating machinery; rotating blade; casing; rub-impact; contact

旋转机械转子叶片顶端与机匣内壁之间的距离称为叶尖间隙,为提高旋转机械的性能和效率,就要使转子叶尖径向间隙尽可能小,以减少因工

作介质泄漏而造成的损失.然而间隙过小,会使叶尖与机匣发生碰摩,影响旋转机械的安全.由于碰摩故障机理和碰摩诱发的系统响应的复杂性,国

收稿日期:2012-08-17

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130926.1103.201309.2055_005.html

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金(N100403008);教育部新世纪人才支持计划(NCET-11-0078)

作者简介:马辉(1978—),男,河北安平人,副教授,博士,主要从事转子动力学与故障诊断方面的研究.

内外很多学者针对碰摩故障进行了大量的研究工作,也取得了丰硕的研究成果^[1-3]. Muszynaka^[1]对碰摩过程中出现的物理现象如摩擦、冲击、刚度硬化和耦合效应以及碰摩转子的振动响应等方面进行了综述. Ahmad^[2]探讨了不平衡、库仑摩擦、刚度硬化、外阻尼、旋转加速度、外激励频率、反向涡动、扭转载荷、盘的弹性、热效应对碰摩转子系统动力学特性的影响. 陈予恕等^[3]指出目前国内外对于碰摩故障的研究主要集中在全周碰摩、碰摩系统的复杂动力学、碰摩与其他故障的耦合动力学等方面.

本文主要围绕叶片-机匣碰摩过程的动力学建模问题,进行了归纳和总结. 文章结构安排如下:第1节对接触碰撞动力学模型进行了详细介绍;第2节对现有的叶片-机匣碰摩模型进行了总结分类;第3节对叶片-机匣碰摩试验研究进行了简单综述;最后,就该领域将来有待深入研究的几个关键问题进行了展望.

1 接触碰撞动力学建模

碰撞是一个复杂的物理现象,一般碰撞过程持续时间很短,碰撞力具有很高的强度和较快的能量耗散. 从力学本质上属于一种非定常、变边界的高度非线性动力学过程^[4-6]. 物体发生碰撞后一般存在两种状态,一种是碰撞之后立刻弹开,另一种是碰撞后两物体继续发生接触. 根据对接触或碰撞过程的不同假设,可以将其建模方法分为以下3种类型:冲量动量法(离散模型)、连续接触力模型(连续模型)和基于连续介质力学的有限元方法(连续模型).

1.1 冲量动量法

冲量动量法是建立在碰撞物体刚体假设条件上的一种近似理论. 采用冲量动量法时,基本假设为:参与碰撞的物体均为刚体,不考虑碰撞引起的局部变形;碰撞在极短时间内完成,不考虑碰撞持续时间和碰撞力作用过程;碰撞前后系统形状不发生显著变化.

根据冲量动量法所考虑的碰摩(碰撞和摩擦)过程是瞬间完成的,不考虑撞击过程的细节,而是通过恢复系数反映碰撞前后的速度变化和能耗. 这种描述忽略弹性变形,将定子视为刚性约束,系统可以表示为一个带有单侧刚性约束的微分动力系统(也称为约束微分系统),其解在碰摩处不连续. 张思进等^[7]根据这种假设,并将碰摩的切向方向考虑为库仑摩擦,建立了如下的碰摩模型:

$$\begin{cases} v_n^+ = -k v_n^- \\ v_t^+ = v_t^- - \mu(1+k) v_n^- \\ 0 \leq k \leq 1 \quad \mu > 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中 v_n^- , v_n^+ 和 v_t^- , v_t^+ 分别表示碰摩前后的法向和切向速度; k 为法向碰撞系数,其值越小表示转子法向涡动速度衰减越厉害; μ 为切向摩擦因数. Li等^[8]考虑转子质量不平衡,建立了一个转子-机匣系统的2阶常微分方程,基于冲量动量定理分析了转子-机匣碰撞导致的复杂运动. 张思进等^[9]采用冲量动量定理建立了转、定子法向碰摩模型,分析了单点碰摩下的擦边现象.

基于刚体假定的冲量动量法不必考虑碰撞力随时间变化的过程,在动力学分析中也不需要积分运算,因而计算效率较高. 但以刚性假定为基础的冲量动量法认为在碰撞发生时碰撞力瞬时影响刚体系统上的所有点,引起广义速度跳跃,造成了在考虑切向摩擦的动力学仿真中,往往出现无解或者多解的情况;在一定参数条件下,摩擦还可能会引起不协调现象. 基于冲量动量法的转、定子碰摩模型比较简单,有时可以进行理论分析,但是未考虑碰摩的具体力学机理,只适合点接触碰摩研究,而不适合整周接触碰摩研究.

1.2 连续接触力模型

连续接触力模型是一种能够求解接触力随时间变化的计算模型,能够反映碰撞问题中接触力的大小以及变化过程. 本模型以法向接触力由局部接触变形引起为假设基础,将物体间的侵入量和侵入速度作为法向接触力的计算参数,是一种以弹簧-阻尼力代替接触区域复杂变形的近似方法. 法向接触力 F_n 和法向侵入量 δ 以及相对侵入速度 $\dot{\delta}$ 的通用表达式为^[5,10]

$$F_n = F_e(\delta) + F_v(\delta, \dot{\delta}) \quad (2)$$

式中 F_e 和 F_v 分别为法向接触力 F_n 的弹性力项和黏性阻尼项.

连续接触力模型在转、定子碰摩领域研究中也称为分段光滑系统模型,通常考虑碰摩过程需要一段时间来完成,把定子看成是弹性的,碰摩时产生弹性变形和能量损耗,因此可以认为转子的刚度发生改变,当转子与定子相互接触时刚度增大,脱离后刚度减小,碰摩作用以撞击力和摩擦力形式出现在转子运动方程中. 下面将简要总结一下现在应用较为普遍的3个法向接触力模型和3个切向接触力模型.

1.2.1 法向接触力模型

1) 弹簧-阻尼模型

本模型以弹性接触理论为基础,通过引入描述碰撞过程中能量损失的阻尼项,得到法向接触力与侵入量及接触点相对侵入速度的关系.模型采用一个线性弹簧-阻尼来模拟,弹簧用来表示接触过程中的弹性变形,阻尼用来模拟能量耗散.其定义如下^[5,10]:

$$F_n = b\dot{\delta} + k\delta \quad (3)$$

Markert 等^[11]分析了弹性转子和限碰轴承碰摩导致的非稳态动力学特性,提出了5种表征法向碰摩的准线弹性-阻尼接触力模型,如表1所示.杨树华^[12]采用当量刚度模型,建立了转、定子之间的径向(法向)相互作用力模型,其径向力 F_r 可通过当量刚度简要表达为如下形式:

$$F_r = \begin{cases} 0 & r \leq h \\ k_r^i(v_i)(r-h) & r > h \end{cases} \quad (4)$$

表1 准线弹性-阻尼接触力模型

Table 1 Quasi-linear elastic and damped contact force model

接触力模型	接触力表达式	能量耗散	黏着力	接触力的跳跃	说明
a	$k_c \langle -\delta \rangle$	否	否	否	接触力与侵入量成正比
b	$[k_c \langle -\delta \rangle + c_c \langle -\dot{\delta} \rangle] \langle -\delta \rangle^0$	是	是	是	在恢复阶段,接触力可能为负值.在接触与非接触状态转变的时候,非零的相对速度会产生接触力的不连续变化
c	$\langle k_c \langle -\delta \rangle + c_c \langle -\dot{\delta} \rangle \rangle \langle -\delta \rangle^0$	是	否	是	负的接触力可以通过释放接触(releasing contact)来避免
d	$[k_c \langle -\delta \rangle + \langle c_c \langle -\dot{\delta} \rangle \rangle] \langle -\delta \rangle^0$	是	否	是	只在受压的时候有阻尼作用,恢复时无效
e	$[k_c \langle -\delta \rangle - \langle c_c \dot{\delta} \rangle] \langle -\delta \rangle^0$	是	是	否	只在恢复的时候有阻尼作用,受压时无效
f	$\langle k_c \langle -\delta \rangle - c_c \langle \dot{\delta} \rangle \rangle \langle -\delta \rangle^0$	是	否	否	在接触开始与结束时避免了负的接触力值和产生的不连续

注:表中转、定子间隙 δ 为负值时表示转、定子之间发生侵入,径向力可以表示为侵入量 δ 和相对侵入速度 $\dot{\delta}$ 的函数.

表达式中 k_c 为碰摩刚度, c_c 为碰摩阻尼,尖括号描述为: $\langle x \rangle = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$, $\langle x \rangle^0 = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$.

2) Hertz 接触模型

Hertz 接触模型为一个非线性模型,冲击仅限于弹性变形,其原始形式不包括阻尼.此模型的接触过程可以看作两个刚性体沿着冲击线,通过一个非线性弹簧发生相互作用.本模型假设弹性变形仅发生在接触面附近,忽略弹性波动的影响,

$$k_r^i =$$

$$1.568 \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)^{-\frac{4}{3}} \left(\frac{R^2}{h} \right)^{\frac{2}{3}} (m_1 v_i^2)^{\frac{1}{3}} \quad (5)$$

式中 $E_1, E_2, R_1, R_2, v_1, v_2, m_1, m_2$ 分别表示转子与定子的弹性模量、半径、泊松比和质量; v_i 为转、定子每个接触过程中转子初始碰撞径向速度; h 为转、定子间隙; r 为碰摩处转子径向振动位移; k_r^i 为当量刚度.从式(4)和式(5)可以看出,对于确定的转子系统,每次的碰撞刚度与发生碰撞时转子的径向速度有关,径向速度越大碰撞刚度越大.

尽管弹簧-阻尼模型没有考虑转、定子接触过程中的塑性变形,不具有实际物理意义,但由于模型简单且提供了一种合理的确定法向接触过程中能量消耗的方法,因此,仍被很多学者广泛应用^[13-16].

碰撞体的全部质量移动速度均和质心移动速度相同,此时法向接触力定义如下:

$$F_n = k\delta^n \quad (6)$$

式中 k 和 n 为和接触体材料、几何参数有关的常数,可通过接触力学理论计算得到.如两个球体发生正碰撞, $n=3/2$. k 与泊松比、弹性模量以及两

个球体的半径有关. 由于 Hertz 模型没有考虑能量损耗, 其等效恢复系数为 1. 本模型主要适用于硬质材料间的低速冲击问题.

Hertz 弹性接触定律可通过引入滞回接触力来考虑塑性变形的影响, 采用一个不同的力-侵入量之间的关系来表示, 如下式所示:

$$F_n = F_{n, \max} \left[\frac{\delta - \delta_p}{\delta_{\max} - \delta_p} \right]^n \quad (7)$$

式中 $F_{n, \max}$ 和 $\delta_{\max}$ 为加载阶段的最大法向力和最大法向侵入量, δ_p 为永久变量.

文献[11]也提出了基于此模型来考虑接触过程的硬化效应, 采用指数形式来表示法向接触力 $F_{kn} = k_c \langle -\delta \rangle^n$, 对于指数 n 的选择按照 Hertz 接触理论, 可取 2 或 3/2. 为了限制侵入深度, 一个双曲线形刚度特性法向接触力为 $F_{kn} = k_c \langle -\delta \rangle \frac{d_{\max}}{d_{\max} - (-\delta)}$, 其中 $d_{\max}$ 是最大允许的侵入深度, 其他参数与表 1 相同.

文献[12]指出: 虽然发生于两个挤压变形弹性体之间的相互作用是一个相当复杂的非线性过程, 但在缓慢接触(接触相对速率小于 0.5 m/s)假设前提下, 如果将转子和定子分别看成有一定的厚度、宽度的圆盘和圆孔, 在这样的几何条件下, 转、定子碰撞问题可简化为两个圆的内接触问题, 此时根据弹性体碰撞的 Hertz 接触理论, 转、定子之间的径向相互作用力就可简要表达为如下非线性形式:

$$F_r = \begin{cases} 0 & r \leq h \\ \left(\frac{r-h}{\alpha} \right)^{\frac{3}{2}} & r > h \end{cases} \quad (8)$$

$$\alpha = 0.8 \sqrt[3]{\frac{9}{16} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} \quad (9)$$

式中 $E_1, E_2, R_1, R_2, \nu_1, \nu_2$ 分别表示转子与定子的弹性模量、半径和泊松比, r 为碰摩处转子径向位移. 对于工程实际中的转子系统, 由于转子与定子之间的间隙 h 比转子半径小得多, 因而有下列关系式成立:

$$R_2 = R_1 + h = R_1 \left(1 + \frac{h}{R_1} \right)$$

$$\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \approx \frac{h}{R_1^2} \quad (10)$$

于是 α 可以进一步记为

$$\alpha = 0.8 \sqrt[3]{\frac{9}{16} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \frac{h}{R_1^2}} \quad (11)$$

3) 非线性阻尼模型

为了改进弹簧-阻尼模型的不足, 并保持 Hertz 模型的优点, Hunt 等^[17]提出了一个新的能量耗散模型, 此模型包括一个非线性阻尼项, 其表达式如下:

$$F_n = b \delta^p \dot{\delta}^q + k \delta^n \quad (12)$$

式中一般设置 $p = n$ 和 $q = 1$. 与弹簧-阻尼模型类似, 阻尼参数 b 与冲击过程的能量耗散有关, 即 b 和恢复系数 e 有关, 其关系可通过两种方法来确定: 第 1 种是基于能量的方法, 第 2 种通过处理运动方程得到. Zhang 等^[18]总结了不同研究者所采用的阻尼系数公式, 如表 2 所示.

表 2 现有的阻尼系数表达式

Table 2 Existing expressions of damping coefficient

研究者	阻尼系数 λ
Hunt 和 Crossley ^[17] Marhefka 和 Orin ^[19,20]	$b_{hc} = b_{mo} = \frac{3}{2} ak$
Herbert 和 McWhannell ^[21]	$b_{hm} = \frac{6(1-e)}{[(2e-1)^2 + 3]} \frac{k}{v_i}$
Lee 和 Wang ^[22]	$b_w = \frac{3}{4} ak$
Lankarani 和 Nikravesh ^[23]	$b_n = \frac{3k(1-e^2)}{4 v_i}$
Gonthier 等 ^[24] , Zhang 和 Sharf ^[25]	$k \ln \left[\frac{b_E v_i + k}{-b_E (1 - \alpha v_i) v_i + k} \right] - 2b_E v_i + ab_E v_i^2 = 0$

注: 表中 e 为冲击速度 v_i 的函数, 其线性拟合表达式为 $e = 1 - \alpha v_i$, 非线性拟合表达式为 $e = 1 - \alpha v_i^2$; 其中 α , β 为经验系数, 通过试验数据线性拟合得到.

非线性阻尼模型的阻尼依赖于侵入量, 这在物理意义上是合理的, 由于变形和塑性区域的增加, 会导致接触面积增大、侵入量增加. 此外, 本模型的一个主要优点是接触力在初始接触和接触分离时是连续的, 其开始和分离时接触力均为 0.

1.2.2 切向接触力模型

1) 库仑摩擦模型

摩擦模型是接触和冲击动力学中另一个重要的研究内容, 摩擦可能阻碍系统运动, 增加能量耗散. 一般采用库仑摩擦定律来确定干摩擦力. 摩擦模型需要确定两种状态: 滑移状态 $F_t = \mu_d F_n$, 黏合状态 $F_t \leq \mu_s F_n$. 式中 μ_d 是动摩擦因数, μ_s 是静摩擦因数. 另外还可以基于牛顿模型, 采用切向恢复系数来描述切向力, 脉冲比通过切向脉冲和法向脉冲的比值来确定.

考虑摩擦热全部转化为热能, Ettles^[26]提出

一个有关动摩擦因数的表达式

$$\mu_d = C \frac{T_d - T_0}{P_h^{0.75}} \left(\frac{\rho c k}{V} \right)^{1/2} \left(\frac{n}{W} \right)^{1/4} \quad (13)$$

式中 C 是一个常数,需要通过试验数据来确定,对于金属间的接触 $C = 1.88$; T_d 和 T_0 分别表示分解温度和环境温度; P_h 为接触体中较软材料的压痕硬度; ρ, c, k 分别为材料密度、比热和热传导率; V, W, n 分别为相对滑动速度、法向载荷和接触面凸起点数。

Jiang 等^[27]在 Ettles 的基础上,提出了针对两个不同接触体的更为精确的动摩擦因数计算方法。

其一:如果 N_1 为实数、 N_2 为复数,或 N_1, N_2 均为实数,且 $N_1 > N_2$ 时,采用接触体 1 的动摩擦因数公式

$$\mu_d = \left[\frac{0.8343 N_1}{\sum_{k=1}^{N_1} \eta^k} \right] \frac{T_{d1} - T_0}{P_h^{0.75}} \left(\frac{\rho_1 c_1 k_1}{V} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{W} \right)^{1/4} \quad (14)$$

其二:如果 N_2 为实数、 N_1 为复数,或 N_1, N_2 均为实数,且 $N_2 > N_1$ 时,采用接触体 2 的动摩擦因数公式

$$\mu_d = \left[\frac{0.8343 N_2}{1 - \eta^{N_2}} \right] \frac{T_{d2} - T_0}{P_h^{0.75}} \left(\frac{\rho_2 c_2 k_2}{V} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{W} \right)^{1/4} \quad (15)$$

式(14)和式(15)中, N_1 和 N_2 分别为接触体 1 和接触体 2 接触凸点的最大碰撞次数; η^i 为第 i 次碰撞过程中进入接触体 1 的部分热流量。

针对叶片-机匣碰摩, Jiang^[28]假定摩擦力做功部分转化为热,其余部分转化为叶片的动能和势能,考虑能量守恒有如下形式:

$$\mu_d F_n v = Q + \frac{d(T+U)}{dt} \quad (16)$$

式中 F_n 和 v 分别为叶尖的法向接触力和叶尖速度, Q 为接触面的热流量, T 和 U 分别表示碰摩导致的动能和势能,从而得到动摩擦因数为

$$\mu_d = \frac{Q}{F_n v} + \frac{d(T+U)}{dt} \frac{1}{F_n v} \quad (17)$$

根据试验结果,温诗铸等^[29]给出了动摩擦因数随滑动速度的变化的表达式

$$\mu_d = (a + bv)e^{-cu} + d \quad (18)$$

式中 u 为滑动速度, a, b, c 和 d 为由材料和载荷决定的常数。

很多学者采用库仑摩擦模型来描述冲击导致

的摩擦问题,但库仑摩擦定律表明由于静动特性的差异,摩擦力是不连续的.为了利用此模型的优点,改进其不足,很多学者也提供了多种修订的库仑摩擦模型,一个重要的改进是用摩擦的非局部模型,即在某一点摩擦力的值依赖于这点临近区域的某些变量的值^[30].另外一个重要改进是用非线性模型来实现从黏合阶段到滑移阶段的连续转换^[30-31].

2) 鬃毛模型(bristle model)

鬃毛模型是用一组鬃毛来模拟接触表面上众多的呈随机分布的触点^[31-32].其摩擦力定义如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_t &= k_t \mathbf{s} \\ \mathbf{s}(t) &= \begin{cases} \mathbf{s}(t_0) + \int_{t_0}^t \mathbf{v}_t dt & |\mathbf{s}| < s_{\max} \\ s_{\max} \frac{\mathbf{v}_t}{|\mathbf{v}_t|} & |\mathbf{s}| \geq s_{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

$s_{\max} = \mu \frac{|\mathbf{F}_n|}{k_t}$

式中 k_t 为鬃毛刚度, $\mathbf{s}$ 为鬃毛位移矢量, t_0 为接触点最后一个黏合开始时间, $\mathbf{v}_t$ 为相对切向速度, $s_{\max}$ 为最大可允许的鬃毛变形.鬃毛模型非常适合连续接触动力学建模,这是由于该模型能有效地计算出摩擦力随时间的变化(通过 $\mathbf{s}$ 或 $\mathbf{F}_n$),最重要的是摩擦力在接触点黏合阶段具有明确的定义且具有唯一性。

3) 切向刚度模型

Lim 等^[33]用切向柔度的思想来评估黏合阶段接触点的切向力,其表达式如下:

$$\mathbf{F}_t = k_t \delta_t \quad (20)$$

式中 δ_t 为切向位移, k_t 为切向刚度.不同于鬃毛模型, δ_t 假定为在切线方向为简单谐波运动。

作为求解接触力的近似理论,连续接触力模型的出现,不仅解决了刚性碰撞理论中由切向摩擦引起的数值不稳定和能量不一致问题,而且为碰撞过程中接触力的求解提供了一种简单易行的方法,不过在实际工程应用中连续接触力模型的参数选择对计算结果有着至关重要的影响,这些参数的合理选择决定了计算结果的准确性.应该注意的是在利用连续接触力模型(如 Hertz 接触理论)处理碰撞问题时,这些模型都忽略了碰撞引起的弹性波在物体中的传播^[6,34].

1.3 基于连续介质力学的有限元方法

当物体间发生接触时,可能会在接触位置处产生局部弹塑性变形,而且在接触位置处产生的扰动也会以应力波的形式传播到未扰动的区域中去.当物体振动周期接近于碰撞接触持续时间时,

应力波的传播就不能被忽略. 为了同时考虑碰撞力引起的局部变形和波传播效应, 必须借助于连续介质力学方法对碰撞问题进行求解, 解析解法仅能够处理一些几何形状和边界条件较为简单的问题. 对于形状和边界条件较为复杂的接触问题必须依赖于数值解法^[6]. 目前主要的数值解法包括有限元法、边界元法和无网格法, 其中以有限元法的发展最为成熟.

接触物体间接触面的计算就是要求解出碰撞系统中所有接触面上的接触力(包括法向接触力和切向接触力), 以供对整个碰撞系统作进一步的动态分析. 钟阳等^[35]针对机械系统接触碰撞界面显式计算的算法做了详细的描述. 现有的接触算法模型主要包括: 点-点接触模型, 间隙单元模型, 点-块接触模型, 小球模型, 块-块黏结有限元模型等.

建立接触模型后, 需要采用有限元数值解法来计算接触力, 现有的数值方法包括直接迭代法、接触约束法和数学规划法等, 其中接触约束法发展最为成熟. 接触约束法将受接触约束条件限制的接触问题转化为无约束的问题来求解接触力.

有限元离散化为接触过程中局部接触变形的准确描述提供了一种较为接近真实情况的建模方法, 有利于从连续体接触的物理本质来认识接触碰撞问题, 避免了冲量动量法中能量不协调的问题, 提高了接触动力学计算的稳定性. 与连续接触力模型相比较, 采用有限元法求解多体接触碰撞问题时, 只需要了解接触物体的几何形状、材料性质及接触前运动学参数即可对问题进行求解, 不需要引入过多的参数, 更符合物理实际^[6].

2 叶片-机匣碰摩模型

2.1 基于碰撞能量守恒的法向碰摩模型

Padovan 等^[36]将叶片假设为悬臂梁, 推导了法向接触力和叶片径向变形之间的关系, 分析了在单叶片和多叶片两种碰摩情况下系统非线性动力学特性, 考虑单叶片碰摩时叶片-机匣法向碰摩力为

$$F_n = \frac{\pi^2}{4} \frac{EI}{L^2} \frac{\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\delta}{L}}}{\mu + \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\delta}{L}}} \quad (21)$$

式中 EI 为叶片的抗弯刚度, L 为叶片长度, δ 为叶尖的径向位移, μ 为摩擦因数. Jiang 等^[37]在 Padovan 的基础上考虑了叶片旋转离心力的影响, 推导了叶片-机匣的法向碰摩力, 得到其表达

式为

$$F_n = \frac{\pi^2}{4} \frac{EI}{L^2} \frac{\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\delta}{L}}}{\mu + \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\delta}{L}}} + \frac{11}{56} \rho A L \Omega^2 \left\{ \frac{5}{22} L + \frac{35}{22} R \right\} \frac{\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\delta}{L}}}{\mu + \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\delta}{L}}} \quad (22)$$

式中 ρ 为材料密度, A 为叶片截面面积, Ω 为旋转角速度, R 为叶盘半径, 其余参数同式(21).

2.2 熔化黏着碰摩模型和可磨耗刮除碰摩模型

Kascak 等^[38]考虑叶片和密封碰摩, 根据碰摩形式的不同, 提出了熔化黏着碰摩模型(smearing rub interface model)和可磨耗刮除碰摩模型(abradable rub interface model)^[39], 如图1、图2所示. 熔化黏着碰摩模型假定金属叶片与金属封严机匣碰摩时, 叶尖要熔化, 并当叶片通过碰摩点时, 在冷却的金属表面积有黏着层. 由于叶片在黏性介质中以速度 u 运动, 则在叶片顶尖产生切向力. 此外由于叶尖和封严层存在径向相对速度, 还

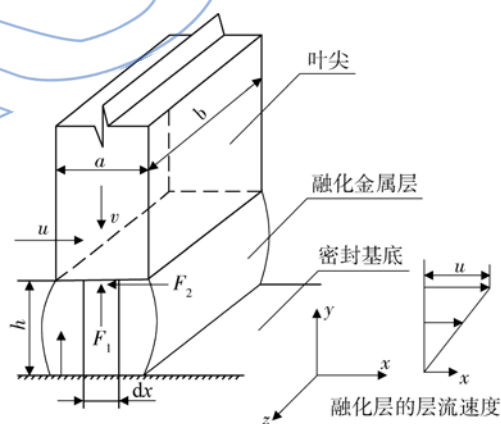


图1 熔化黏着碰摩模型

Fig. 1 Smearing rub interface model

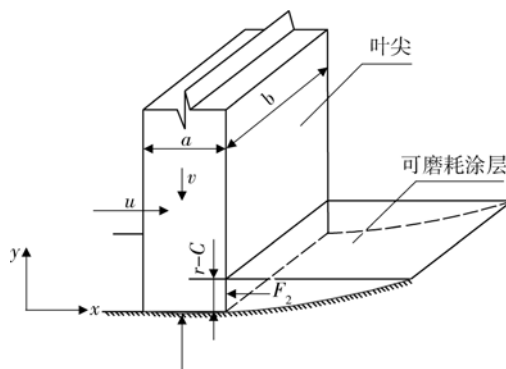


图2 可磨耗刮除碰摩模型

Fig. 2 Abradable rub interface model

会产生法向力. 假定叶片宽度远远大于其厚度 ($b \gg a$), 则熔化黏着碰摩模型的法向力 F_n 和切向力 F_t 表达式如下:

$$\begin{cases} F_n = cvb \left(\frac{a}{h} \right)^3 & F_n \leq F_s \\ F_n = k(r - C) & F_n > F_s \end{cases} \quad (23)$$

$$F_t = \frac{cuab}{h} \quad (24)$$

式中 c 为熔化金属的黏度, v 为叶尖的法向侵入速度, u 为叶尖的切向速度, a 为叶尖厚度, b 为叶尖宽度, h 为熔化金属厚度, F_s 为封严结构的支承力, k 为密封径向刚度, r 为叶尖的径向位移, C 为叶尖和密封的径向间隙.

为了减少叶尖的磨损, 目前大多采用易磨低强度的封严层, 当金属叶片与这些材料碰摩时, 在每次叶片通过时都要削掉一些小颗粒, 根据每个叶片移除单位体积材料所需的能量 U , 得到其切向力表达式为

$$F_t = (r - C)Ub \quad (25)$$

其法向力为 $F_n = k(r - C)$.

2.3 连续弹性碰摩擦模型

Sinha^[40] 以一个等截面悬臂梁为研究对象, 将其考虑为悬臂梁, 考虑了冲击碰撞过程中的弹性变形、旋转惯性、转轴的陀螺力矩、转轴内阻尼、轴承外阻尼、圆盘不平衡以及转轴受到的扭矩和轴向载荷的影响, 推导了带叶片柔性转子碰摩的动力学方程, 研究了叶尖和刚性机匣碰摩的非线性动力学特性. 研究发现叶片-机匣发生局部刚性碰摩时, 接触载荷类似于 Hertz 接触, 即接触载荷与叶尖的变形 $\delta^{3/2}$ 成比例.

Lesaffre 等^[41] 采用拉格朗日方程推导了转子-叶片系统动力学模型, 通过预应力势能考虑了陀螺效应、旋转软化及离心刚度硬化的影响, 并将机匣考虑为柔性环, 将某些转速下叶片-机匣的动接触问题考虑为静接触问题.

2.4 脉冲力局部碰摩模型

根据试验测试和接触动力学仿真获得叶片-机匣局部接触碰摩力数据, 通过分析发现叶片-机匣单点或局部碰摩其接触力类似于周期性脉冲力, 根据这一特定碰摩情况, 一些学者提出了基于脉冲力模型的碰摩故障模拟方法^[42-44]. Sinha^[42] 给出了周期碰撞力可以有多种表达形式, 例如半正弦波脉冲、矩形脉冲以及锯齿形脉冲, 并给出了三者的表达式, 文中还分析了旋转 Timoshenko

梁模型在半正弦波脉冲力作用下的动力学响应. Turner 等^[43-44] 开发了一个模拟叶片-机匣碰摩的程序包, 将碰摩力简化为脉冲力, 分析了叶片-机匣在连续撞击情况下的瞬态动力学响应, 确定了叶尖接触力分布和叶片在不同碰摩情况下的运动形式.

文献[44]指出脉冲载荷可看作短时间内 (小于 100 ms) 施加的力载荷, 根据俄亥俄州立大学汽轮机实验室 (OSU-GTL) 做的叶片-机匣碰摩试验, 单叶片碰摩只持续了 0.9 ms. 定义 Δt 为脉冲函数的作用时间, 脉冲函数在时间域内可以描述为图 3 所示的波形.

$$\Phi(t) = \frac{4}{\Delta t} \left(1 - \frac{t}{\Delta t} \right) t \quad (26)$$

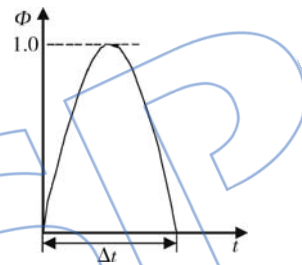


图3 脉冲载荷

Fig. 3 Pulse load

脉冲持续时间 Δt 可通过叶片和机匣侵入量 δ 和旋转角速度确定, 如图 4 所示, 其表达式如下:

$$\Delta t = \frac{2 \arccos \left[\frac{R_c^2 + (G_r + \delta)^2 - R_g^2}{2 R_c (G_r + \delta)} \right]}{\Omega} \quad (27)$$

式中 R_c 为机匣半径, R_g 为叶尖半径, G_r 为径向间隙, δ 为最大的叶尖-机匣侵入量, Ω 为旋转角速度. 这样碰摩载荷可以描述为一个与时间相关的脉冲函数 $\Phi(t)$ 和一个与空间位置相关的载荷函数 $F(q)$ 的乘积, 如下式所示:

$$P(t) = \Phi(t) \cdot F(q) = \frac{4}{\Delta t} \left(1 - \frac{t}{\Delta t} \right) t \sum_{i=1}^n F_i \quad (28)$$

式中 F_i 是第 i 个节点受到的载荷向量, n 是受载荷作用的节点编号.

2.5 基于接触动力学的碰摩模型

近年来一些学者将叶片简化为集中质量、梁、实体, 机匣简化为薄壁圆壳, 并基于接触动力学理论, 模拟了叶片与机匣的碰摩过程. Legrand 等^[45] 引入了机匣与叶盘系统的二维模型 (图 5), 研究了叶盘系统在机匣 k 节径模态振型下的接触问题 (图 6), 分析了转速对叶片-机匣接触碰摩的影响.

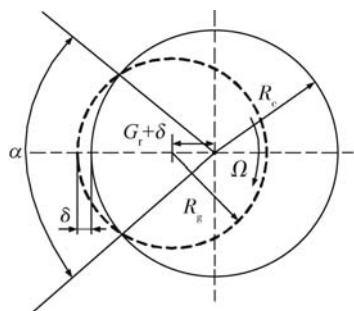


图 4 接触时间确定

Fig. 4 Contact time determination

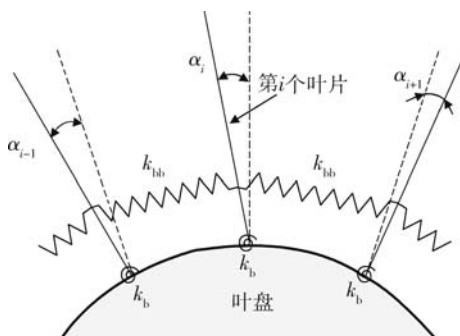


图 5 盘片示意图

Fig. 5 Schematic of disc and blade

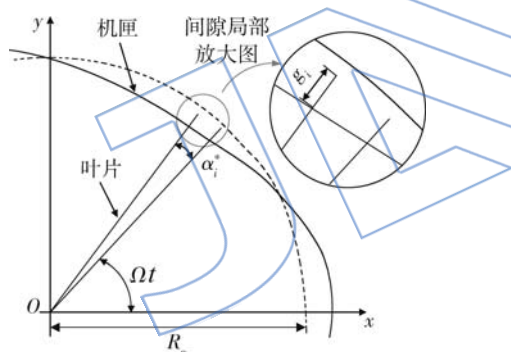


图 6 第 \$i\$ 个叶片与机匣之间的间隙示意图

Fig. 6 Schematic of clearance between \$i\$th blade and casing

Batailly 等^[46]分别对叶盘系统与机匣进行了直梁和曲梁模型的简化(图 7),并采用模态坐标转化的方法将离散后的多自由度方程简化为少自由度方程,基于 Lagrange 乘子法研究了叶尖与机匣碰摩问题,提出了“直接接触法则”。

Legrand 等^[47]基于一个分段线性的塑性本构关系,研究了内侧带有可磨耗涂层的机匣与叶尖接触的特性(图 8),研究表明可磨耗涂层影响叶片响应的频率成分,叶尖和涂层磨损过程中的初始间隙对叶片的振幅影响很大,和通常的线性振动情况有很大差别。

Legrand 等^[48]提出了一种全三维接触准则

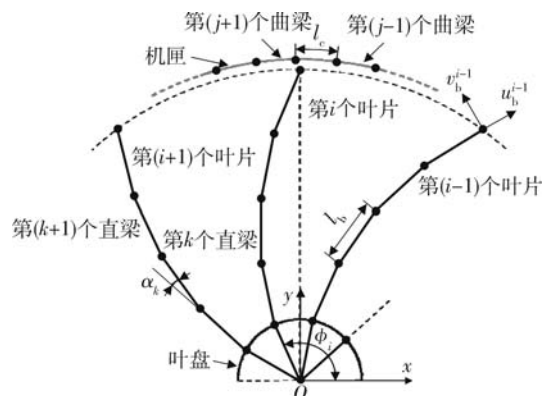


图 7 叶盘与机匣的梁模型

Fig. 7 Beam model of blade-disc and casing

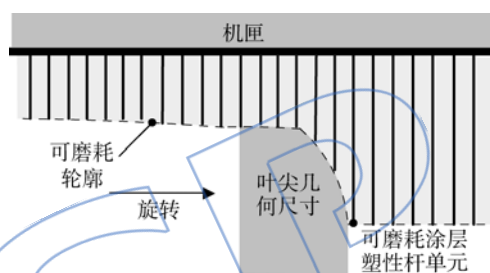


图 8 可磨耗涂层磨损示意图

Fig. 8 Schematic of abradable coating wear

来模拟叶片-机匣的碰摩行为,此准则结合三次 B 样条分片平滑程序和 Lagrange 乘子法,因而通用性较好,并通过和商业软件 ANSYS 仿真结果进行对比,验证了该方法的有效性.最后利用此工具包,采用模态综合法,分析了叶片-机匣接触动力学特性(图 9)。

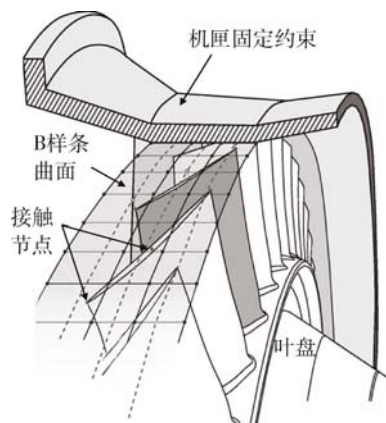


图 9 叶尖-机匣接触碰摩示意图

Fig. 9 Schematic of blade-tips and surrounding casing rub-impact

Roques 等^[49]以某核电厂汽轮发电机组的转子系统为研究对象,建立了相应的转子-静子有限元模型,如图 10 所示.基于接触动力学理论分析

了主转轴与隔板间的碰摩现象. 在建立隔板的有限元模型时, 采用了3种不同方案: ①全刚性单元, 主要目的是验证接触算法; ②带有弹性与阻尼的刚性环, 并且对内环给定刚度、阻尼与质量; ③用曲梁来描述内环, 用直梁来描述叶片.

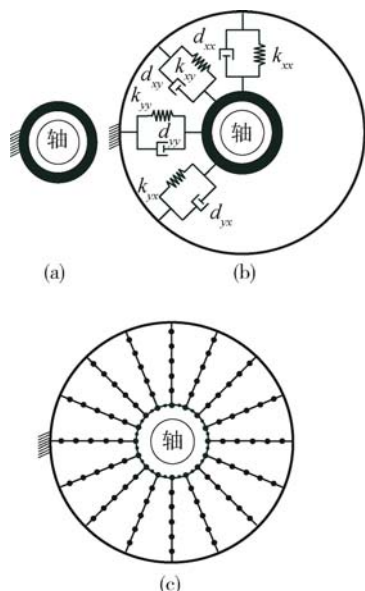


图10 3种不同隔板建模形式

Fig. 10 Three types of diaphragm modeling forms

刘书国等^[50]基于软件 LS-DYNA 对航空发动机叶片-机匣碰摩过程进行了数值模拟, 考虑了实际叶片的叶形特征, 分析了叶片顶部在受瞬时碰撞与摩擦载荷(碰摩载荷)共同作用下的动力学响应(图11), 研究表明采用隐式-显式相结合的数值模拟方法可以综合考虑结构动力学特征, 包括低频线性稳态响应(惯性效应等)和高频非线性瞬态响应(应力波等).

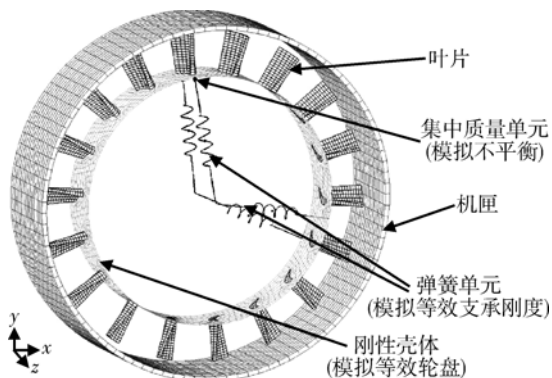


图11 叶片-机匣碰摩有限元模型

Fig. 11 Finite element model of blade and casing rub-impact

2.6 现有的碰摩模型的适用条件

基于碰撞能量守恒的法向碰摩模型假定机匣为刚性, 考虑碰摩过程中叶片弹性变形, 不考虑能量耗散, 主要适用于以弹性碰撞为主, 且刚度很大的旋转机械, 如燃气轮机等.

熔化黏着碰摩模型适用于转子叶片与不涂层金属封严结构碰摩的情况, 这种情况可能发生在叶片和封严基层(如金属蜂窝结构)或封严结构(如封严篦齿), 产生一层熔化金属. 可磨耗刮除碰摩模型主要基于能量损失理论来描述带有可磨损材料的叶片与带有涂层(如陶瓷封严材料)的静子机匣发生碰摩的情况.

连续弹性碰撞力模型对于弹簧-阻尼模型主要适用于转、定子弹性碰撞, 如转子密封件之间的碰摩, 不太适合叶片有较大变形的碰摩情况. Hertz 接触模型也主要适用于弹性碰撞为主的碰摩, 如转、定子缓慢接触情况(接触相对速率小于 0.5 m/s). 脉冲力局部碰摩模型通过将碰摩过程简化为脉冲力的形式, 避免了复杂的接触判断及非线性迭代求解过程, 使计算量大大降低, 因而可简单模拟较为复杂的真实叶片-机匣局部碰摩情况, 但模型需要准确确定叶片-机匣的接触时间, 这主要通过接触动力学仿真或试验来确定.

基于接触动力学的碰摩模型, 叶片可采用刚摆模型、梁模型、板模型和实体模型, 而机匣可采用点模型、曲梁模型、壳模型和实体模型. 基于接触动力学理论模拟叶片-机匣碰摩更接近实际, 可以更好地模拟碰摩过程.

3 叶片-机匣碰摩试验研究

3.1 单摆型叶片-机匣碰摩试验研究

采用模型试验来研究叶片-机匣碰摩问题, 一方面可以验证理论结果, 另外一方面可以发现一些新的试验现象, 从而补充理论分析的不足, 因此也成为目前广泛采用的一种研究方法. 早期的试验研究较为简单, 叶片简化为单摆、机匣简化为平板, 较有影响力有 Kennedy^[51], Wang 等^[52]的工作.

Kennedy^[51]采用了一个摆动梁和一个光滑平板构成的模型试验台(图12)模拟叶尖-机匣之间的碰摩, 测试了碰摩产生的碰摩力、接触变形、碰摩能量和表面温度, 并开发了一个分析模型, 研究了热和结构参数对表面温度的影响, 并通过试验进行了验证.

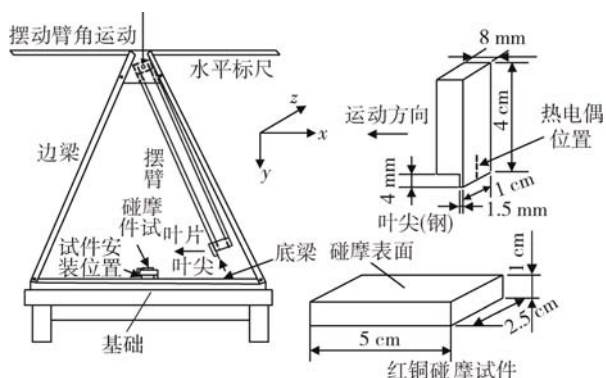


图 12 单摆碰摩装置示意图

Fig. 12 Schematic of simple pendulum rub-impact device

Wang 等^[52]通过试验研究了转动叶片(摆动臂)和静子机匣(采用平板模拟)之间的碰摩接触现象(图 13),研究叶片的转速、侵入量及两种不同机匣材料对接触力的影响。研究表明:在测试的侵入量和叶片转速范围内,最大的叶片径向力和切向力与侵入深度和转速呈线性关系,其中转速较侵入深度影响更大一些。

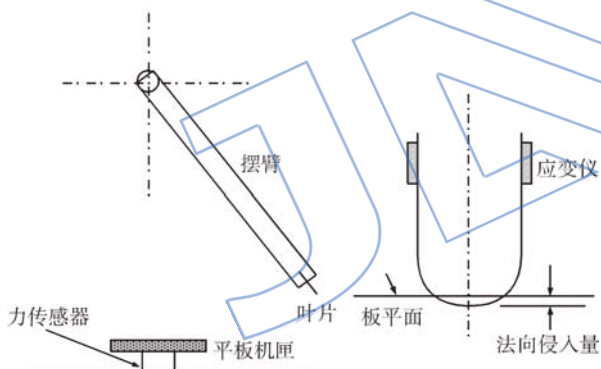


图 13 叶尖-机匣摆动碰摩示意图

Fig. 13 Schematic of blade-tip and casing swing rub-impact

3.2 低速叶片-机匣碰摩试验研究(转速小于 7000 r/min)

德国学者 Ahrens 等^[53]和中国学者 Jiang 等^[28,54]考虑直板叶片(矩形截面)的旋转,将机匣简化为带有一定角度的弧形结构,围绕着接触力进行了相关的试验(图 14),该试验模拟的最高转速为 1800 r/min。Ahrens 等^[53]通过模型试验研究了叶片-机匣碰摩产生的接触力,确定了侵入量和法向接触力之间的关系,测定了叶片-机匣碰摩过程中法向力和切向力的时间历程曲线,研究了摩擦因数与转速之间的依赖关系。

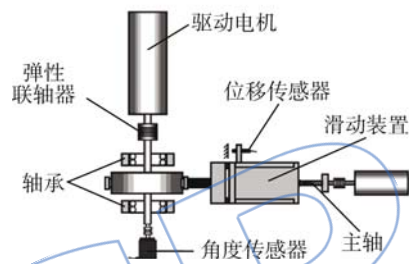
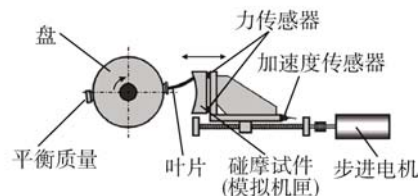


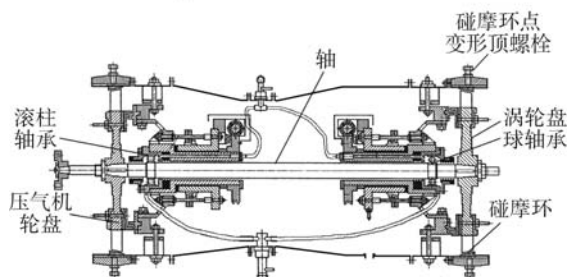
图 14 叶片-机匣碰摩装置及进给装置

Fig. 14 Rub-impact device of blade and casing and feeding device

李勇等^[55]搭建了航空发动机试验器(图 15),通过此试验器作者研究了叶片-机匣在单点碰摩、两点碰摩和偏摩状态下叶片载荷的测试方法,测试了叶片在碰摩力的冲击与摩擦作用下的振动特性,给出了叶片和机匣受冲击力的时间载荷和频谱。



(a) 航空发动机转子试验器



(b) 转子试验器剖面图

图 15 航空发动机试验器

Fig. 15 Aeroengine test rig

Chen 等^[16]、侯佑平^[56]利用图 15 所示的试验器,建立了一个新滚珠轴承-转子-定子耦合系统

动力学模型,基于仿真和模型试验,研究了转、定子碰摩的动力学特性.谭大力等^[57]基于与航空发动机试验器类似的设计原理,设计了燃气轮机典型故障模拟器(最大工作转速为7000 r/min),如图16.该试验器可模拟转子叶片与机匣碰摩故障.通过调整螺钉数目的变化,可以实现点碰摩、局部碰摩和整周碰摩.通过添加偏心质量块,可以实现对叶片叶尖碰摩(或叶片掉块)所造成的不平衡量的模拟.



图16 燃气轮机故障模拟试验器

Fig. 16 Test rig for simulating gas turbine fault

3.3 高速叶片-机匣碰摩试验研究(转速约为20 000 r/min)

上述文献的叶片-机匣碰摩试验多数在低转速下围绕直板叶片进行,与实际叶片的工作转速和结构还有很大差距.针对以往试验不足的情况,俄亥俄州立大学燃气涡轮实验室Padova等^[58-60],围绕着真实结构叶片在真实工作转速下开展了大量试验研究工作.

Padova等^[58]设计了一个地下旋转试验台(图17)来模拟汽轮机在工作转速下叶片-机匣碰摩现象.作者详细介绍了该试验装置:驱动装置采用气马达,最高转速可达20000 r/min,采用90°扇形局部机匣来模拟定子结构,可模拟在工作转速下的单叶片或多叶片碰摩,通过凸轮机构驱动支承环旋转来精确调整侵入量,通过力传感器、加速度传感器和应变仪分别测量叶片-机匣碰摩力、机匣振动加速度和叶片不同位置动应力分布,通过叶片-机匣接触电路测定叶片-机匣接触时间.试验结果证明,此试验台可以很好地完成不同碰摩情况下叶片-机匣各种接触载荷的测量.

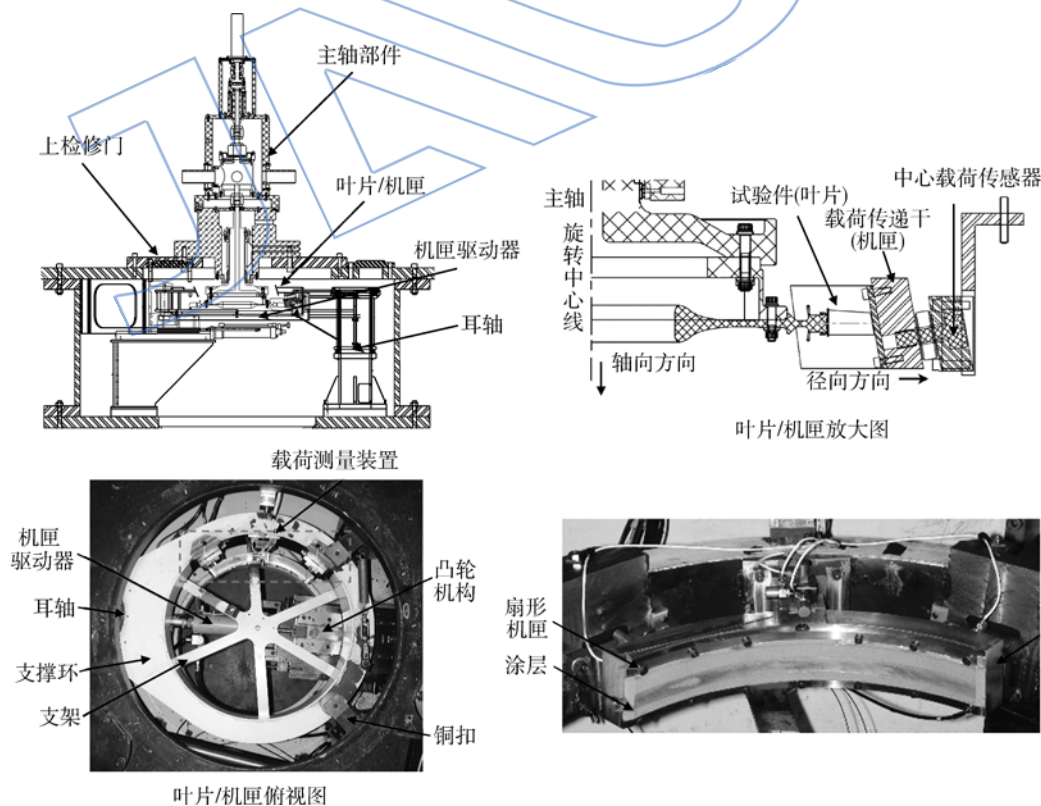


图17 俄亥俄州立大学燃气涡轮实验室叶片-机匣碰摩装置

Fig. 17 Blade and casing rub-impact device in Gas Turbine Laboratory of Ohio State University

随后 Padova等^[59]又基于此试验台开展了压缩机叶片和钢制机匣的碰摩试验研究,分析了金

属和金属在不同程度突然侵入量下的接触动力学特性(侵入深度最小为13 μm,最大可达762 μm).

研究表明在侵入量达到一定程度后,切向接触力明显增加,而径向接触力增加很少,这也表明了碰摩具有非线性特性(图18, $l_{inch} \approx 2.54 \text{ mm}$). 同时测试叶片动应力结果也表明叶片的可能失效点在叶尖的后缘,这也与现场实测结果一致.

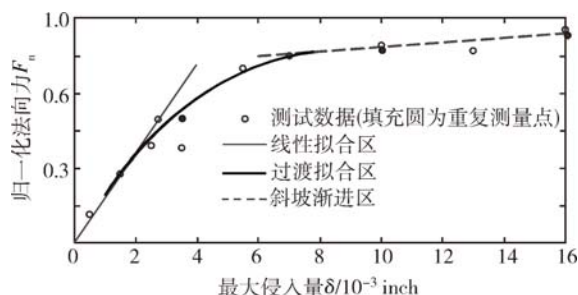


图18 叶尖-机匣碰摩时法向力随侵入量变化^[59]

Fig. 18 Normal force varying with incursions under blade-tip and casing rub-impact condition^[59]

最近 Padova 等^[60]又开展了叶片与涂层机匣之间的碰摩研究,进行了金属-金属、金属-可磨耗涂层及不同叶尖形状和叶尖速度下的接触动力学测试,研究结果再一次证明了文献^[59]提及的碰摩力的非线性特性.

为了验证单叶片和机匣可磨耗涂层之间的碰摩, Rathmann 等^[61]设计了一个高速磨损试验台(最高转速为 20000 r/min),如图19. 通过采集接触力和接触温度作为定量数据,并用试件的外观尺寸和金相情况作为定性数据,以此来评估材料及运行工况. 通过调整侵入速率、周向速度,分析了接触力、接触温度和试件磨损情况.

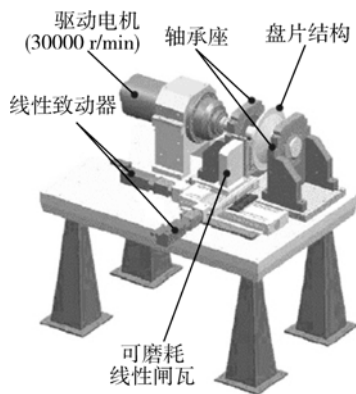


图19 高速叶片-机匣磨损试验台

Fig. 19 Wear test rig of blade and casing under high rotating speed condition

4 结 论

从上述综述可以看出,一些学者在借鉴成熟的接触碰撞理论的基础上,提出了多种法向和切向碰摩模型,并利用这些模型开展了碰摩叶片的动力学特性分析,还有部分学者开展了简单的试验研究,在一定范围内验证了理论模型的准确性. 但考虑到不同的叶片-机匣碰摩的复杂情况,如可能出现单叶片或多叶片碰摩、刮除涂层、碰摩生热、机匣变形等,关于碰摩过程的数学建模,仍需要考虑更多的影响参数,进一步的研究可从以下方面进行.

1) 对于法向碰摩模型,主要从接触碰撞动力学理论出发,考虑叶片-机匣碰摩过程中出现的局部塑性变形、摩擦产生的热效应、磨损造成间隙的变化、机匣振动及机匣变形等实际情况,把握主要影响参数构建适合典型碰摩工况的多种碰摩模型,通过试验确定不同模型的适用条件.

2) 对于切向碰摩模型,主要从库仑摩擦理论出发,进一步细化动静摩擦状态的判别,提出修订的库仑摩擦模型,找到摩擦过程中不同运动状态(未接触、黏合和滑移)的转换位置和时间;找到摩擦因数随碰摩叶片和机匣几何尺寸、转速和材料特性有关的显式解析表达式;基于试验确定摩擦因数随不同参数变化的规律,进一步验证并修订上面提及的摩擦因数显式表达式.

3) 考虑到叶片和机匣几何及运动状态的复杂性,基于接触碰撞界面的计算理论来模拟,可以更好地模拟真实的叶片-机匣碰摩,计算可在成熟的商业有限元软件上进行,通过设置接触面和目标面,设置接触约束条件,选择接触约束算法,选择一定的接触搜寻算法来完成叶片-机匣接触动力学计算.

4) 开展典型模型试验研究. 根据动力相似原理,设计缩比模型试验台,保证试验台与真实结构满足必要的动力学相似,确定典型的碰摩工况,如叶片-刚性机匣、叶片-弹性机匣、叶片-涂层机匣等,提取多种表征碰摩状态的定性和定量参数,如碰摩表面磨损情况、法向接触力和切向接触力等,建立随不同影响参数变化的试验数据库,通过试验数据分析和理论模拟对现有的叶片-机匣碰摩模型进行修正,确认不同碰摩模型的适用条件,力图发现新的碰摩规律.

参考文献:

[1] Muszynska A. Rotor-to-stationary element rub-related vi-

- bration phenomena in rotating machinery-literature survey [J]. *Sound and Vibration Digest*, 1989, 21(3): 3-11.
- [2] Ahmad S. Rotor casing contact phenomenon in rotor dynamics-literature survey[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2010, 16(9): 1369-1377.
- [3] 陈予恕, 张华彪. 航空发动机整机动力学研究进展与展望[J]. *航空学报*, 2011, 32(8): 1371-1391.
CHEN Yushu, ZHANG Huabiao. Review and prospect on the research of dynamics of complete aero-engine systems [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, 32(8): 1371-1391. (in Chinese)
- [4] 姚文莉, 王育平, 边力, 等. 多刚体接触碰撞动力学研究进展[J]. *力学与实践*, 2007, 29(6): 9-12.
YAO Wenli, WANG Yuping, BIAN Li, et al. Process in dynamics of impact and contact of multi-rigid-body system [J]. *Mechanics in Engineering*, 2007, 29(6): 9-12. (in Chinese)
- [5] Gilardi G, Sharf I. Literature survey of contact dynamics modeling[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2002, 37(10): 1213-1239.
- [6] 董富祥, 洪嘉振. 多体系统动力学碰撞问题研究综述[J]. *力学进展*, 2009, 39(3): 352-358.
DONG Fuxiang, HONG Jiazhen. Review of impact problem for dynamics of multibody system [J]. *Advances in Mechanics*, 2009, 39(3): 352-358. (in Chinese)
- [7] 张思进, 陆启韶, 王琪. 转子与定子几何不对中引起的碰摩分析[J]. *振动工程学报*, 1998, 11(4): 492-496.
ZHANG Sijin, LU Qishao, WANG Qi. Analysis of rub-impact events for a rotor eccentric from the case [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 1998, 11(4): 492-496. (in Chinese)
- [8] Li G X, Paidoussis M P. Impact phenomena of rotor-casing dynamical systems [J]. *Nonlinear Dynamics*, 1994, 5(1): 53-70.
- [9] 张思进, 陆启韶. 碰摩转子系统的非光滑分析[J]. *力学学报*, 2000, 32(1): 59-68.
ZHANG Sijin, LU Qishao. A non-smooth analysis to the rub-impacting rotor system [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2000, 32(1): 59-68. (in Chinese)
- [10] Brach R M. *Mechanical impact dynamics: rigid body collisions* [M]. New York: John Wiley and Sons, 1991.
- [11] Markert R, Wegener G. Transient vibration of elastic rotors in retainer bearings [C] // *Proceedings of the 7th International Symposium of Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*. Honolulu, US: ISROMAC, 1998: 764-774.
- [12] 杨树华. 油膜支承转子的碰摩动力学行为研究 [D]. 上海: 复旦大学, 2004.
YANG Shuhua. Study on dynamic behavior of rub-impact rotor system supported by oil-film bearings [D]. Shanghai: Fudan University, 2004. (in Chinese)
- [13] Chu F, Zhang Z. Bifurcation and chaos in a rub-impact Jeffcott rotor system [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 210(1): 1-18.
- [14] 戴兴建, 董金平, 张小章. 不平衡量对转子碰摩振动的影响 [J]. *机械工程学报*, 2001, 37(6): 90-93.
DAI Xingjian, DONG Jinping, ZHANG Xiaozhang. Effects of unbalances on the rotor/stop rubbing [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2001, 37(6): 90-93. (in Chinese)
- [15] Zhang W, Meng G, Chen D, et al. Nonlinear dynamics of a rub-impact micro-rotor system with scale-dependent friction model [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 309(3/4/5): 756-777.
- [16] Chen G, Li C G, Wang D Y. Nonlinear dynamic analysis and experiment verification of rotor-ball bearings-support-stator coupling system for aeroengine with rubbing coupling faults [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2010, 132(2): 022501. 1-022501. 9.
- [17] Hunt K H, Crossley F R. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1975, 42(2): 440-445.
- [18] Zhang Y N, Sharf I. Validation of nonlinear viscoelastic contact force models for low speed impact [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2009, 76(5): 051002. 1-051002. 11.
- [19] Marhefka D W, Orin D E. Simulation of contact using a nonlinear damping model [C] // *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Minneapolis, US: IEEE, 1996: 1662-1668.
- [20] Marhefka D W, Orin D E. A compliant contact model with nonlinear damping for simulation of robotic systems [J]. *Systems, Man and Cybernetics; Part A Systems and Humans*, 1999, 29(6): 566-572.
- [21] Herbert R G, McWhannell D C. Shape and frequency composition of pulses from an impact pair [J]. *Journal of Engineering for Industry*, 1977, 99(3): 513-518.
- [22] Lee T W, Wang A C. On the dynamics of intermittent-motion mechanisms: Part 1 dynamic model and response [J]. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 1983, 105(3): 534-540.
- [23] Lankarani H M, Nikravesh P E. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multi-body systems [J]. *Journal of Mechanical Design*, 1990, 112(3): 369-376.
- [24] Gonthier Y, Mcphee J, Lange C, et al. A regularized contact model with asymmetric damping and dwell-time dependent friction [J]. *Multibody System Dynamics*, 2004, 11(3): 209-233.
- [25] Zhang Y, Sharf I. Compliant force modeling for impact analysis [R]. Salt Lake City, US: the 2004 ASME International Design Technical Conference, 2004.
- [26] Ettles C M M C. The thermal control of friction at high sliding speeds [J]. *Journal of Tribology*, 1986, 108(1): 98-104.
- [27] Jiang J, Ulbrich H. Derivation of coefficient of friction at high sliding speeds from energy conservation over the fric-

- tional interface[J]. *Wear*, 2001, 247(1): 66-75.
- [28] Jiang J. Investigation of friction in blade/casing rub and its effect on dynamics of a rotor with rubs[D]. Duisburg, Germany: University of Duisburg-Essen, 2001.
- [29] 温诗铸, 黄平. 摩擦学原理[M]. 3版. 北京: 清华大学出版社, 2008.
- [30] Oden J T, Pires E B. Non-local and non-linear friction laws and variational principles for contact problems in elasticity[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1983, 50: 67-76.
- [31] Haessig D A, Friedland B. On the modeling and simulation of friction[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1991, 113: 354-362.
- [32] Ma O. Contact dynamics modeling for the simulation of the space station manipulators handling payloads[C]// *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Nagoya, Japan: IEEE, 1995: 1252-1258.
- [33] Lim C T, Stronge W J. Oblique elastic-plastic impact between rough cylinders in plane strain[J]. *International Journal of Engineering Science*, 1999, 37(1): 97-122.
- [34] 钱伟长, 叶开沅. 弹性力学[M]. 北京: 科学出版社, 1956.
- [35] 钟阳, 钟志华, 李光耀, 等. 机械系统接触碰撞界面显式计算的算法综述[J]. *机械工程学报*, 2011, 47(13): 44-58.
- ZHONG Yang, ZHONG Zhihua, LI Guangyao, et al. Review on contact algorithms calculating the contact-impact interface in mechanical system with explicit FEM[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(13): 44-58. (in Chinese)
- [36] Padovan J, Choy F K. Nonlinear dynamics of rotor/blade/casing rub interactions[J]. *Journal of Turbomachinery*, 1987, 109(4): 527-534.
- [37] Jiang J, Ahrens J, Ulbrich H, et al. A contact model of a rotating, rubbing blade[C]// *Proceeding of the 5th International Conference on Rotor Dynamics*. Darmstadt, Germany: International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science, 1998: 478-489.
- [38] Kascak A F, Tomko J J. Effects of different rub models on simulated rotor dynamics[R]. *NASA Technical Paper* 2220, 1984.
- [39] 王德友. 发动机转静件碰摩振动特征的提取与理论研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 1995.
- WANG Deyou. Research and extract of vibration features on rubbing between rotor and stator for aeroengine[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1995. (in Chinese)
- [40] Sinha S K. Dynamic characteristics of a flexible bladed-rotor with Coulomb damping due to tip-rub[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 273(4/5): 875-919.
- [41] Lesaffre N, Sinou J J, Thouverez F. Contact analysis of a flexible bladed-rotor[J]. *European Journal of Mechanics A: Solids*, 2007, 26(3): 541-557.
- [42] Sinha S K. Non-linear dynamic response of a rotating radial Timoshenko beam with periodic pulse loading at the free-end[J]. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 2005, 40(1): 113-149.
- [43] Turner K, Adams M, Dunn M. Simulation of engine blade tip-rub induced vibration[R]. *ASME Paper GT2005-68217*, 2005.
- [44] Turner K, Dunn M, Padova C. Airfoil deflection characteristics during rub events[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2012, 134(1): 011018. 1-011018. 7.
- [45] Legrand M, Pierre C, Peseux B. Structural modal interaction of a four degree of freedom bladed disk and casing model[J]. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2010, 5(4): 13-41.
- [46] Batailly A, Legrand M, Cartraud P, et al. Assessment of reduced models for the detection of modal interaction through rotor stator contacts[J]. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2010, 329(26): 5546-5562.
- [47] Legrand M, Batailly A, Pierre C. Numerical investigation of abradable coating removal in aircraft engines through plastic constitutive law[J]. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2012, 7(11): 011010. 1-011010. 11.
- [48] Legrand M, Batailly A, Magnain B, et al. Full three-dimensional investigation of structural contact interactions in turbomachines[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331(11): 2578-2601.
- [49] Roques S, Legrand M, Cartraud P, et al. Modeling of a rotor speed transient response with radial rubbing[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329(5): 527-546.
- [50] 刘书国, 洪杰, 陈萌. 航空发动机叶片-机匣碰摩过程的数值模拟[J]. *航空动力学报*, 2011, 26(6): 1282-1288.
- LIU Shuguo, HONG Jie, CHEN Meng. Numerical simulation of the dynamic process of aero-engine blade to case rub impact[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2011, 26(6): 1282-1288. (in Chinese)
- [51] Kennedy F E. Single pass rub phenomena analysis and experiment[J]. *Journal of Lubrication Technology*, 1982, 104(4): 582-588.
- [52] Wang B, Zheng J, Lu G. Rubbing contact between rotating blade and casing plate: Part 1 experimental study[J]. *Key Engineering Materials*, 2003, 233/234/235/236: 725-730.
- [53] Ahrens J, Ulbrich H, Ahaus G. Measurement of contact forces during blade rubbing[C]// *7th International Conference on Vibrations in Rotating Machinery*. Nottingham, UK: IMechE, 2000: 259-263.
- [54] Jiang J, Ahrens J, Ulbrich H, et al. A contact model of a rotating rubbing blade[C]// *Proceedings of the 5th International Conference on Rotor Dynamics*. Darmstadt, Germany: IFToMM, 1998: 478-489.
- [55] 李勇, 姜广义, 王德友, 等. 转静件碰摩状态下的叶片振动载荷和振动特性测试分析[J]. *航空动力学报*, 2008, 23(11): 1988-1992.
- LI Yong, JIANG Guangyi, WANG Deyou, et al. Test analysis of blades vibration load and vibration characteristics on the condition of rotor and stator rubbing[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2008, 23(11): 1988-1992. (in Chinese)

- [56] 侯佑平. 基于转子-轴承耦合系统的耦合故障机理分析及智能诊断[D]. 南京:南京航空航天大学,2007.
HOU Youping. The mechanism analysis and intelligent diagnosis of coupling faults based on rotor-bearing coupling dynamic model[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2007. (in Chinese)
- [57] 谭大力,王俨凯. 某船用燃气轮机故障的动力学分析[J]. 中国造船,2009,50(3):104-112.
TAN Dali, WANG Yankai. Dynamic analysis of fault for marine gas turbine[J]. Shipbuilding of China,2009,50(3): 104-112. (in Chinese)
- [58] Padova C, Barton J, Dunn M, et al. Development of an experimental capability to produce controlled blade tip/shroud rubs at engine speed[J]. Journal of Turbomachinery,2005,127(4):726-735.
- [59] Padova C, Barton J, Dunn M, et al. Experimental results from controlled blade tip/shroud rubs at engine speed[J]. Journal of Turbomachinery,2007,129(4):713-723.
- [60] Padova C, Dunn M, Barton J, et al. Casing treatment and blade-tip configuration effects on controlled gas turbine blade tip/shroud rubs at engine conditions[J]. Journal of Turbomachinery,2011,133(1):011016. 1-011016. 11.
- [61] Rathmann U, Olmes S, Simeon A. Sealing technology-rub test rig for abrasive/abradable systems[R]. ASME Paper GT-2007-27724,2007.

JAS SP