

超声叶栅前缘处的脱体激波预测

邱 名, 周正贵, 刘龙龙

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 为了准确预测超声叶栅前缘处的脱体激波,以 Moeckel 法为基础,通过分析和公式推导,构造叶栅前缘处的脱体激波模型.首先对 Moeckel 法进行改进,提高均匀来流条件下的对称脱体激波逼近精度;然后将 Moeckel 法推广到均匀来流条件下的非对称脱体激波逼近;最后结合超声叶栅流动特征,给出叶栅前缘处的脱体激波模型.将所得模型用于 3 个超声叶栅,预测叶栅前缘处的脱体激波形状和位置,并将预测结果与 CFD 软件求解结果进行比较.结果表明:在均匀来流条件下,改进后的 Moeckel 法能更准确地逼近对称脱体激波,并可用于逼近非对称脱体激波;由超声叶栅脱体激波模型确定的脱体激波形状和位置与 CFD 求解结果一致性很好.

关 键 词: 超声叶栅; 钝前缘叶栅; 脱体激波模型; 激波位置; 激波形状

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Prediction of detached shockwaves from leading edge of supersonic cascade

QIU Ming, ZHOU Zheng-gui, LIU Long-long

(College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to accurately predict detached shockwaves from the supersonic cascade leading edge, the supersonic cascade detached shockwaves model based on Moeckel method was built by analysis and formula derivation. Firstly, Moeckel method was improved to increase symmetrical detached shockwaves approximation accuracy on the uniform flow condition. And then, Moeckel method was extended to approximate the asymmetric detached shockwaves on the uniform flow condition. Finally, the detached shockwaves model was constructed according to supersonic cascade flow characteristics. The resulting model was used for three supersonic cascades to predict the shape and position of detached shockwaves from leading edge of cascades. And the predicted results were compared with the CFD solved results. The results show that improved Moeckel method can more accurately approximate symmetrical detached shockwaves and also can be used for predicting asymmetric detached shockwaves, while the shape and location of detached shockwaves obtained by the model is consistent with those obtained by CFD software.

Key words: supersonic cascade; blunt leading edge cascade;

detached shockwaves model; shockwaves location; shockwaves shape

叶栅前缘的脱体激波对叶栅性能有重要影响;一方面,脱体激波与唯一进气角相互影响;另

一方面,脱体激波影响通道内激波结构,进一步影响叶栅增压比和损失.在超声叶型设计时,为预测

叶栅性能,需要知道叶栅前缘脱体激波形状、位置等信息.但到目前为止,没有任何理论给出脱体激波的解析式,只能通过实验或者 CFD 求解得到脱体激波信息.

在设计中,通过实验和 CFD 确定脱体激波信息会使得设计费时费力,并且难以给出叶型调整方案.为能够简洁快速地确定脱体激波信息,在叶型设计中通常采用经验模型^[1]预测(经验模型通常为能逼近脱体激波的特殊曲线).在过去的研究中,用于逼近脱体激波的曲线有圆锥曲线、双曲线等.圆锥曲线逼近脱体激波可参照郑之初等人^[2-3]的研究,此方法缺少理论依据,且只适用于球体的脱体激波逼近.双曲线逼近脱体激波最早由 NACA Lewis 研究中心的 Moeckel^[4]提出,后来出现在一些经典专著^[5]中.此方法有一定理论依据,能简单快速地确定脱体激波的形状和位置,在后来的研究中得到广泛认同.其中, Klapproth^[6], Graham 等人^[7]将此方法用于超声叶栅前缘脱体激波的总压损失估计;刘翠娥等人^[8]将此方法用于超声回转面叶栅的唯一进气角计算;吴仲华等人^[9]将此方法与特征线法相结合,提出新的超声叶栅流场计算方法;程克明等人^[10]对此方法提出修正,并将其用于回转钝头体的脱体激波逼近;阮志坤^[11]对模型进行适当的修正,使之可用于逼近叶栅前缘脱体激波的部分激波面.

但是, Moeckel 法只适用于均匀来流条件下的对称脱体激波逼近,不能用于超声叶栅前缘处的脱体激波逼近.阮志坤对 Moeckel 法的改进只是将均匀来流向非均匀来流的超声叶栅推广,没有考虑叶栅前缘流动的非对称性,只能逼近部分脱体激波.为了构造更准确的超声叶栅脱体激波模型,本文先简要介绍均匀来流条件下的对称脱体激波逼近,并在此基础上改进 Moeckel 法,以提高逼近精度;然后将 Moeckel 法推广到非对称或带攻角流动;最后结合超声叶栅的流动特征,给出叶栅前缘脱体激波的逼近模型.为了验证该模

型的逼近精度,本文将此模型应用于 3 个超声叶栅,求得不同来流马赫数下的脱体激波,并将预测结果与商用软件 CFD 的求解结果进行比较.

1 均匀来流条件下的对称脱体激波模型

1.1 双曲线逼近脱体激波的原理

均匀超声来流流过钝头体会产生脱体激波,激波强度与激波面到钝头体前缘的距离有关,随着距离的增大不断衰减.在钝头体前端,激波面近似正激波;在无穷远处,激波消失(即激波面与马赫线平行).因此,在脱体激波与滞止流线相交处,激波面与滞止流线垂直;脱体激波存在渐近线,且渐近线与远前方来流马赫线平行.脱体激波这两个特性与双曲线一致,可用双曲线逼近.

如图 1 所示,令 x 轴和滞止流线重合,脱体激波的渐近线过原点,脱体激波面的双曲线关系式可表达为

$$\varphi y = \sqrt{x^2 - x_0^2} \quad (1)$$

令来流马赫数为 Ma_0 , 激波角为 β , 则

$$\varphi = \sqrt{Ma_0^2 - 1} \quad (2)$$

$$x_0 = \frac{L + y_{S_b} \tan \eta}{a + b \tan \eta - 1} \quad (3)$$

$$a = \frac{\varphi \tan \beta_s}{\sqrt{\varphi^2 \tan^2 \beta_s - 1}} \quad (4)$$

$$b = \frac{1}{\varphi \sqrt{\varphi^2 \tan^2 \beta_s - 1}} \quad (5)$$

方程(2)~方程(5)的推导过程可参考文献[4].

在方程(3)中, y_{S_b} 为物面上声速点 S_b 的纵坐标.根据 Moeckel^[4]的论述,在楔形体上, S_b 点位于肩部;在曲线形钝头体上, S_b 点的气流角等于激波面上的最大气流转角,即 $\alpha_{S_b} = \delta_{\max}$ ($\delta_{\max}$ 由来流马赫数决定).在方程(4)和方程(5)中, β_s 为声速点 S 的激波角.令激波后马赫数为 1,由斜激波关系式求得

$$\beta_s = \arcsin \sqrt{\frac{\frac{\kappa+1}{4} Ma_0^2 - \frac{3-\kappa}{4} + \sqrt{(\kappa+1) \left(\frac{9+\kappa}{16} - \frac{3-\kappa}{8} Ma_0^2 + \frac{\kappa+1}{16} Ma_0^4 \right)}}{\kappa Ma_0^2}} \quad (6)$$

方程(6)中 κ 为等熵指数.

由上述分析可知,确定脱体激波及位置还需要确定 L 及 η . 在当前的研究中,通常采用经验公式确定 η , 采用 Moeckel 法或几何法确定 L . 几何法的表达式为 $L = y_{S_b} / \tan \delta_{\max}$, 其结果只有高马

赫数时才可靠; Moeckel 法满足连续方程,可获得较高的精度.

1.2 Moeckel 法及其改进

Moeckel 法包含两个假设和一个近似.假设声速线为直线(即 S 点和 S_b 点的连线),同时假

ω 为介于0到1之间的参数. 方程(13)与程克明等人^[10]的 η 修正公式相同, 由于 $\delta_{\max}$ 和 δ_s 差别非常小, 方程(12)确定的 η 值与方程(13)确定 α_s 近似一致. 因此, 方程(12)确定的 η 值实为声速线上的平均气流角. 根据Moeckel法的第二个假设, 由几何关系可推得 η 等于声速线上的气流角. 若此假设成立, 则由方程(12)确定 η 值完全可行, 不应存在明显误差. 但事实是相反, 这说明Moeckel的第二个假设不成立, η 值与声速线上的气流角不等(这与图2反映的情况相同). 因此在求解 x_0 时, 需要另外构造 η 的经验公式. 本文拟合的 η 计算公式表达式为

$$\begin{cases} \eta = \sqrt{Ma_0} - 1.2 & Ma_0 \leq 3 \\ \eta = \frac{\delta_{\max} + \delta_s}{2} & Ma_0 > 3 \end{cases} \quad (14)$$

由此方程求得的 η 值适用于方程(3); 在求解 L 时, η 仍由方程(12)确定, 即采用声速线上的气流角.

图3为头部楔角为 45° 的楔形体在不同来流马赫数下的马赫数云图(由软件FLUENT求解得到), 由于楔角过大, 超声来流在尖楔产处生脱体激波. 从图中的声速线可看出, η 随来流马赫数的增大而增加. 在图3(a)中, η 略小于0; 在图3(b)中, $\eta \approx 0$; 在图3(c)中, $\eta > 0$; 在图3(d)中, η 大于前3种情况. 图3还给出了原始Moeckel法和本文改进后的Moeckel法对脱体激波的预测结果, 将两者的预测结果与马赫数云图对比可发现, 改进后的Moeckel法对脱体激波的预测结果与软件FLUENT的计算结果基本一致, 原始Moeckel法的预测结果则存在明显误差.

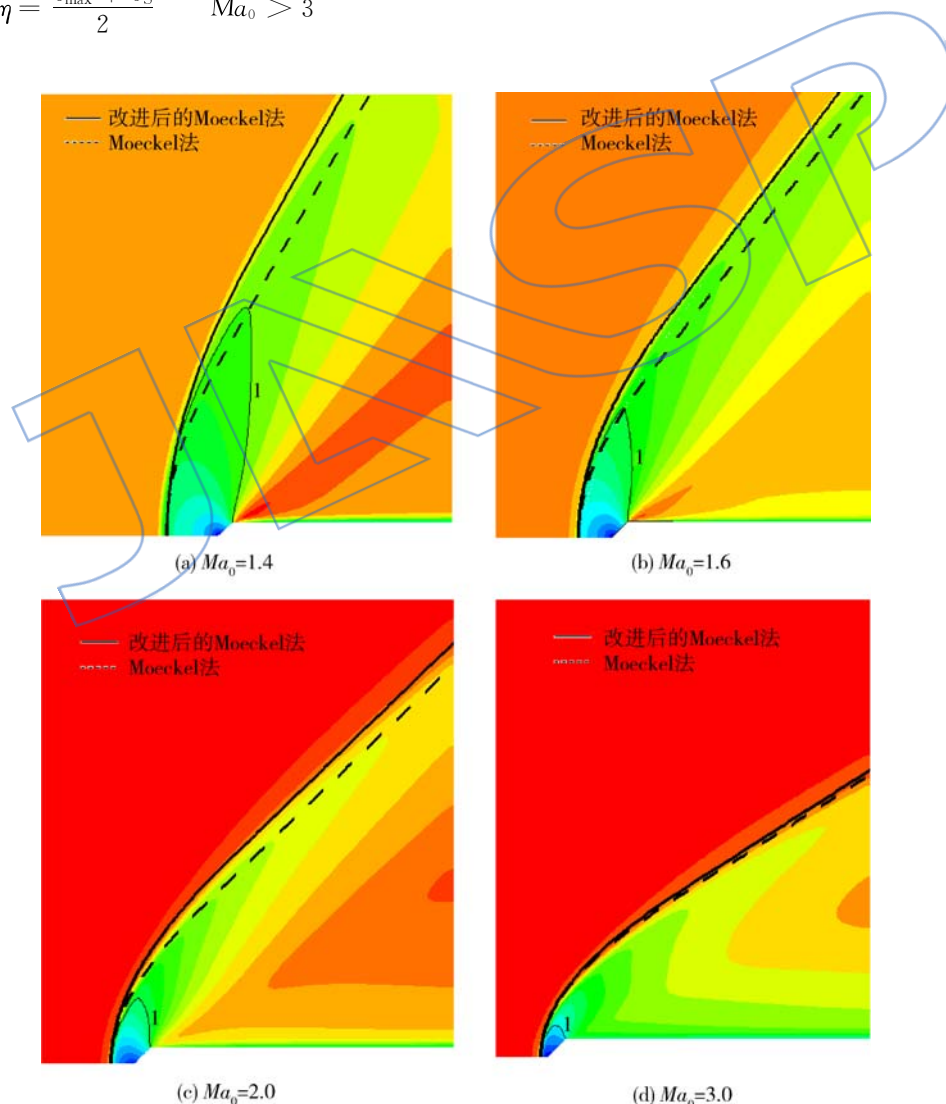


图3 楔形体的马赫数云图及脱体激波预测结果

Fig. 3 Contours of Mach number and detached shockwaves predicted results of the wedge-shaped body

2 均匀来流条件下的非对称脱体激波模型

2.1 Moeckel 逼近非对称脱体激波碰到的问题

在叶型设计时,若前缘不对称,则超声叶栅前缘脱体激波为非对称曲线,即使叶型前缘完全对称,对于非零攻角的流动,叶栅前缘脱体激波仍然为非对称曲线.因此,构造超声叶栅前缘脱体激波模型需要进行非对称钝头体的脱体激波逼近研究.

Moeckel 认为,在逼近均匀来流条件下的非对称脱体激波时,可通过滞止流线将脱体激波面分

成上下两部分,每一部分都可看成对称脱体激波的 $1/2$,然后按照对称脱体激波模型构造逼近曲线.但 Moeckel 没有找到合适方法确定滞止流线.在他的研究中,假设滞止流线通过两个声速点 (S_{b1} 点和 S_{b2} 点) 的切线交点(如图 4(a) 所示).此时若用 Moeckel 法确定激波位置(求解 L_1 和 L_2),则所得到的激波面不连续(如图 4(b));若用几何法确定激波位置,虽然可以得到连续激波面,但不满足连续性方程,且存在着较大误差. Moeckel 没有解决这对矛盾,而是容忍不连续的激波面.他认为在一般情况下,由此求得激波面与真实激波面的误差不会很大.

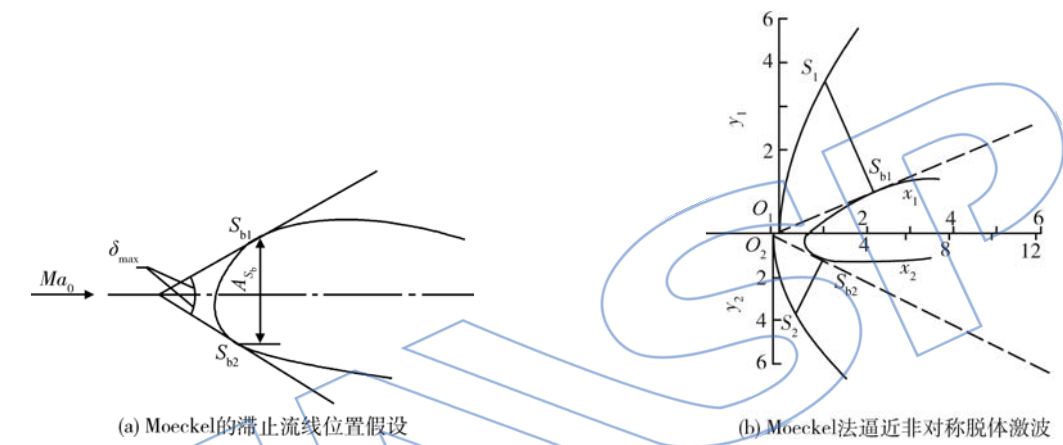


图4 由 Moeckel 法确定的非对称脱体激波

Fig. 4 Asymmetric detached shockwaves solved by Moeckel method

2.2 非对称激波面模型

为了准确确定非对称脱体激波前的滞止流线,本文将 Moeckel 法逼近对称脱体激波的思想用于滞止流线的位置确定,即在滞止流线和两个声速点 (S_1 和 S_2) 之间运用连续方程.

如图 5 所示,令 x 轴平行于来流方向,滞止流线与脱体激波面的交点为 (y_{sta}, x_{sta}) . 对滞止流线和过声速点 S_1 的流线组成的控制体运用方程(9)可得到

$$L_1 = (y_{S_{b1}} - y_{sta}) \times \left[\frac{C + \tan \eta}{1 - B \cos \eta} - \tan \eta \right] \quad (15)$$

$$L_1 = \frac{(y_{S_{b1}} - y_{S_{b2}}) \times \left[\frac{C + \tan \eta}{1 - B \cos \eta} - \tan \eta \right] - (x_{S_{b2}} - x_{S_{b1}})}{2} \quad (18)$$

方程(18)中的 η 由方程(12)确定. 将方程(15)和方程(16)左右相除,然后代入方程(16),化简后可得

对滞止流线和过声速点 S_2 的流线组成的控制体应用方程(9)可得到

$$L_2 = (y_{sta} - y_{S_{b2}}) \times \left[\frac{C + \tan \eta}{1 - B \cos \eta} - \tan \eta \right] \quad (16)$$

由几何关系有

$$L_2 = L_1 + (x_{S_{b2}} - x_{S_{b1}}) \quad (17)$$

将方程(15)与方程(16)相加,然后代入方程(17),化简可得

$$y_{sta} = \frac{(y_{S_{b1}} + y_{S_{b2}})}{2} + \frac{(x_{S_{b2}} - x_{S_{b1}}) \times (y_{S_{b1}} - y_{S_{b2}})}{4L_1 + 2(x_{S_{b2}} - x_{S_{b1}})} \quad (19)$$

由方程(17)、方程(18)和方程(19)可确定 L_1, L_2 和激波前的滞止流线,代入方程(3)可求得 $x_{0,1}$ 和 $x_{0,2}$, $x_{0,1}$ 和 $x_{0,2}$ 分别为滞止流线以上和以下的 x_0 坐标. 在确定滞止流线、 $x_{0,1}$ 和 $x_{0,2}$ 后,即可实现分两部分逼近脱体激波. 滞止流线以上的激波面可表示为

$$\varphi(y - y_{sta}) = \sqrt{(x - x_{sta} + x_{0,1})^2 - x_{0,1}^2} \quad (20)$$

滞止流线以下的激波面可表示为

$$\varphi(y_{sta} - y) = \sqrt{(x - x_{sta} + x_{0,2})^2 - x_{0,2}^2} \quad (21)$$

采用此模型构造的脱体激波面不存在间断,同时满足连续方程.

为了验证此模型的逼近精度,本文对图 5 中的非对称脱体激波进行预测,并将预测结果与 CFD 的数值模拟结果进行比较. 图 6 为该非对称脱体激波在不同来流马赫数下的马赫数云图(由 CFD 求得),图中的黑色曲线为模型预测的脱体激波. 其结果表明:由本文模型预测的脱体激波面与 CFD 计算结果近似一致.

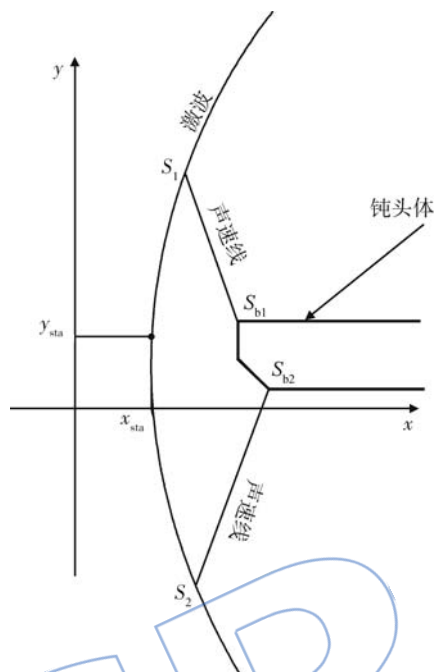


图 5 非对称脱体激波模型

Fig. 5 Asymmetric detached shockwaves model

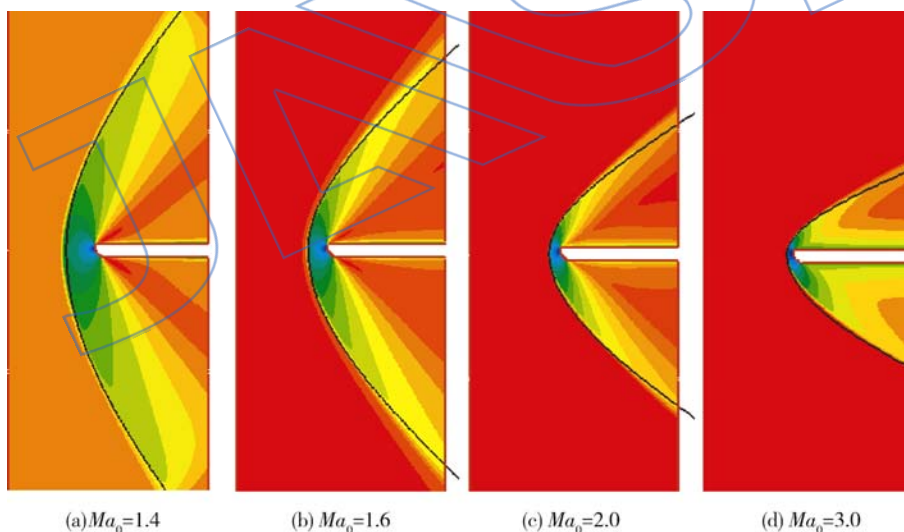


图 6 非对称脱体激波的 CFD 计算结果与模型预测结果

Fig. 6 Asymmetric detached shockwaves solved by CFD and predicted by model

3 超声叶栅的脱体激波模型及其结果验证

3.1 超声叶栅的脱体激波模型

在来流轴向分速超声条件下,叶栅的激波结构如图 7 所示. 在叶栅前缘形成的脱体激波进入叶栅通道,扰动不能向上游传播,可维持均匀来流. 此时,叶栅前缘的脱体激波与均匀来流条件下的非对称钝头体的脱体激波并无本质区别,可通

过 2.2 节的模型预测激波位置和激波面相交以前的激波形状. 在来流超声而轴向分速亚声条件下,叶栅进口段的脱体激波和膨胀波会向上游传播. 由于脱体激波和膨胀波的影响,远前方的均匀来流经过超声叶栅进口段后,流动变得不均匀,不能直接使用均匀来流条件下的脱体激波逼近方法. 但超声叶栅前缘处的脱体激波仍然满足双曲线关系(即激波面存在渐近线;并且在激波面与滞止流线相交处,激波面垂直于滞止流线),可以采用双

曲线逼近. 与非对称脱体激波的逼近一样, 需要将激波面分为两部分逼近, 分界线为滞止流线.

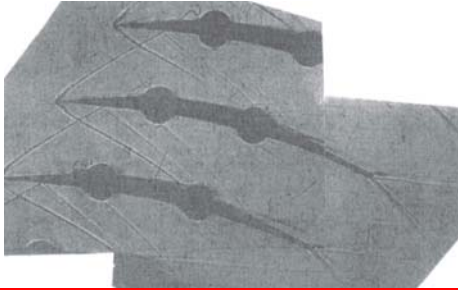


图7 轴向分速超声条件下的叶栅激波结构^[14]
Fig. 7 Shock structure of cascade at supersonic axial-velocity^[14]

在来流轴向分速亚声条件下, 超声叶栅的叶背上存在一点 E , 过 E 点的马赫数线同时过相邻叶栅的前缘点 (如图8所示). 由于 E 点和 l 点同一条马赫数线上, 可认为叶栅前缘点附近的马赫数等于 E 点的马赫数 Ma_E 、气流角等于 E 点的气流角 α_E . Ma_E , α_E 以及远上游的气流角 α_∞ 由来流马赫数 Ma_0 决定, 其数值可通过求解唯一进气角得到 (超声叶栅唯一进气角的求解方法可参照 Levine, Lichtfuss 及 York 等人^[15-17] 的研究). 令 x 轴平行于 α_E , 其正向与 E 点气流方向相同, 建立如图8所示坐标系, 按逼近非对称脱体激波面的思路, 叶栅前缘的激波面方程可表达为

$$\begin{cases} \varphi_1(y - y_{sta}) = \sqrt{(x - x_{sta} + x_{0,1})^2 - x_{0,1}^2} & y > y_{sta} \\ \varphi_2(y_{sta} - y) = \sqrt{(x - x_{sta} + x_{0,2})^2 - x_{0,2}^2} & y < y_{sta} \end{cases} \quad (22)$$

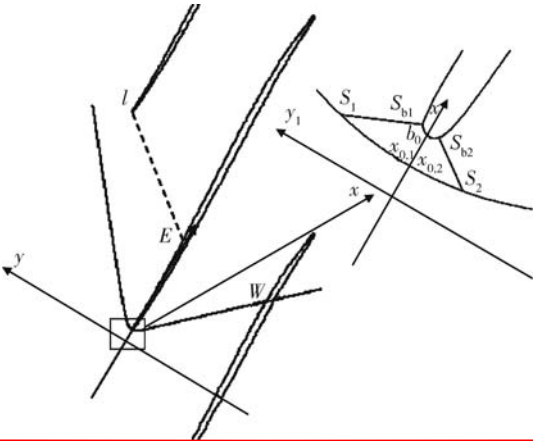


图8 超声叶栅前缘的脱体激波

Fig. 8 Detached shockwaves from leading edge of supersonic cascades

远上游的马赫数线与 x 轴的夹角为

$$\arccot \varphi_1 = \arcsin \frac{1}{Ma_0} + \alpha_\infty - \alpha_E \quad (23)$$

由此可得

$$\varphi_1 = \cot \left(\arcsin \frac{1}{Ma_0} + \alpha_\infty - \alpha_E \right) \quad (24)$$

对于进入通道内的下部分激波, 激波面与吸力面相交 (如图8所示, 令交点为 W 点), 不存在物理意义上的渐近线. 本文考虑将激波面继续延伸, 构造一段虚拟激波面, 虚拟段激波的波前马赫数和气流角与 W 点相同. 加上延伸段后, 下部分激波面也存在渐近线, 渐近线与 x 轴的夹角为

$$\arccot \varphi_2 = \arcsin \frac{1}{Ma_W} + \alpha_W - \alpha_E \quad (25)$$

由此可得

$$\varphi_2 = \cot \left(\arcsin \frac{1}{Ma_W} + \alpha_W - \alpha_E \right) \quad (26)$$

由于求解前不知道 W 点的位置, 需要通过迭代求解. 在迭代时, 用 E 点的参数代替 W 点的参数, 作为迭代初值. 在迭代中, 先由 W 点的参数确定激波面方程; 然后可根据激波面方程求得激波面和叶型吸力面的交点, 即确定 W 点的位置; 最后再通过 W 点的位置确定 W 点的流动参数, 完成一次迭代. 多次迭代后, 可得到比较准确的 W 点位置. 要实现上述迭代, 还需讨论如何由 W 点的位置确定 W 点流动参数. 由于 W 点处于物面上, 气流方向为该点的切线方向; 忽略流体黏性, 根据简单波关系, W 点和 E 点的气流角、马赫数的关系可表达为

$$\nu(Ma_W) + \alpha_W = \nu(Ma_E) + \alpha_E \quad (27)$$

方程(27)中的 $\nu(Ma_W)$ 由 Prandtl-Meyer 函数确定.

在超声叶栅流动中, 进口段的马赫数变化并不剧烈. 由于超声叶栅前缘小圆半径非常小 (通常在 0.1 mm 左右), 前缘附近的区域 (S_1 到 S_2 之间, 见图8中的放大区域) 也显得非常小. 在前缘附近, 激波面之前的来流近似均匀 (马赫数为 Ma_E , 气流角为 α_E). 由于叶栅前缘附近来流均匀, 在求解激波位置参数 L_1, L_2 和激波形状参数 $x_{0,1}$ 以及 $x_{0,2}$ 时, 可直接采用均匀来流条件下的非对称脱体激波逼近关系式.

3.2 叶栅脱体激波模型的可靠性验证

为验证超声叶栅前缘脱体激波模型的可靠性

及精度,本文将该模型编写为计算机程序,然后选择 3 个典型超声叶栅进行脱体激波预测,并将预测结果与 CFD 求解结果进行比较。

上文分析可知,逼近脱体激波需要先求叶栅的唯一进气角。在本文研究中,唯一进气角求解方法采用 York 等人^[17]推导的计算公式,并在进口段使用简单波关系式。图 9 为本文求解超声叶栅前缘脱体激波的程序流程图,首先通过来流马赫数确定唯一气流角;然后进行坐标变换,使远前方的来流方向与 x 轴平行;最后进行迭代求解,得到叶栅脱体激波。

本文用于测试 3 个超声叶栅如图 10 所示,相关信息见表 1。其中,叶栅 1 为自主设计的预压缩叶型,叶栅 2 为 NASA Rotor 37 的叶尖型面,叶栅 3 为 NASA Rotor 67 的叶尖型面。叶栅 1 的网格如图 11 所示,单通道网格量为 66 500,叶型表面为 O 型高质量附面层网格。叶栅 2 和叶栅 3 采用与叶栅 1 相同的网格拓扑结构,单通道网格量均大于 60 000。在 FLUENT 求解时,继续增大网格量对计算结果无明显影响。

表 1 3 个叶栅的相关参数

Table 1 Parameters about the three test cascades

叶栅	栅距/mm	稠度	安装角/(°)
1	70.0	1.43	60.0
2	43.0	1.30	60.0
3	70.2	1.23	62.7

在本文研究中,CFD 求解程序为商用软件 FLUENT。此软件广泛用于气动外形设计和研究中,在叶轮机研究领域也广泛采用,其可靠性已在很多研究中验证^[18-20]。在本文的叶栅数值模拟中,采用 S-A(Spalart Allmaras)湍流模型、2 阶逆风差分,收敛后的全局最大残差小于 1×10^{-5} 。

为使叶栅的进气角符合唯一进气角,需要设定合适的边界条件,否则数值模拟结果将与真实流动不符。在本文中,求解在绝对坐标系下进;边界指定总温、总压和轴向进气;出口边界指定静压;并给定叶型轮缘速度。由于入口处的轴向速度由 CFD 软件迭代求得,因此来流相对马赫数和叶栅唯一进气角完全由 N-S 方程确定,而不是人为给定。

由 CFD 计算得到马赫数云图如图 12 所示。图 12(a)~图 12(c)对应叶栅 1,图 12(d)~图 12(f)对应叶栅 2,图 12(g)~图 12(i)对应叶栅 3。将叶栅的叶型、栅距和来流马赫数输入计算程序后

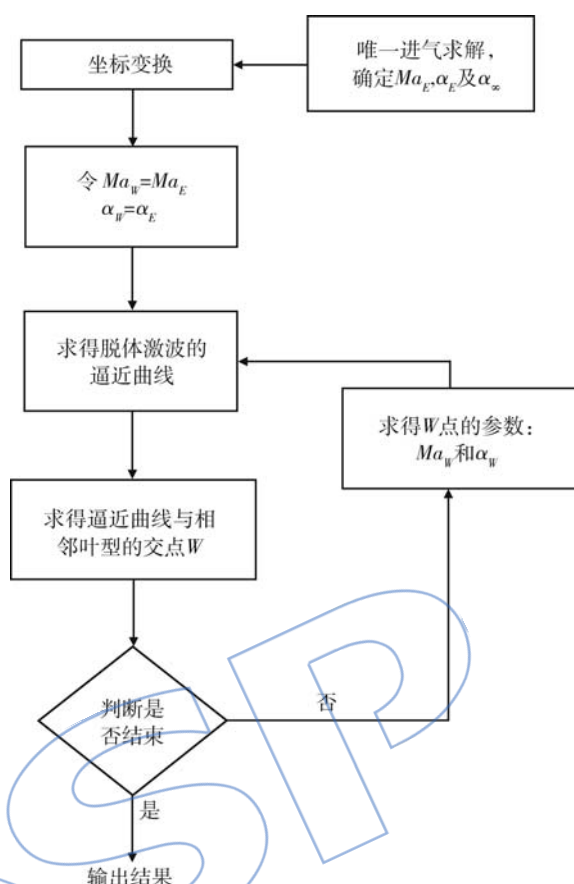


图 9 超声叶栅前缘脱体激波预测的程序流程图

Fig. 9 Program flow chart about predicted detached shockwaves from supersonic cascade leading edge

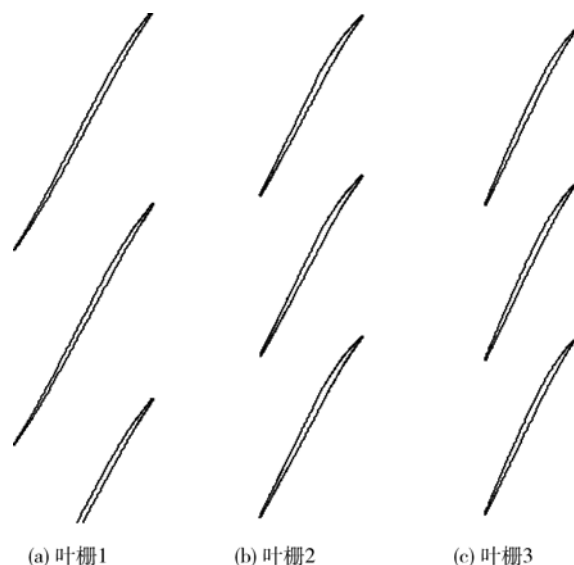


图 10 用于验证脱体激波模型的 3 个叶栅

Fig. 10 Three cascades used for verifying detached shockwaves model

可求得叶栅前缘的脱体激波,其结果如图中黑色曲线所示。从图中可以看出:由模型预测的脱体激

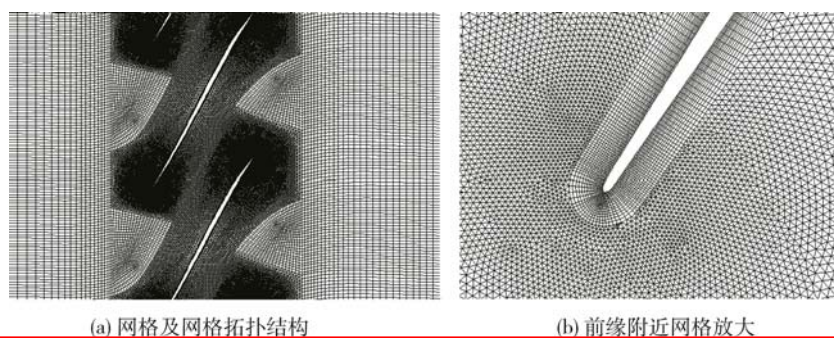


图 11 叶栅 1 的计算网格

Fig. 11 Solving mesh for cascade 1

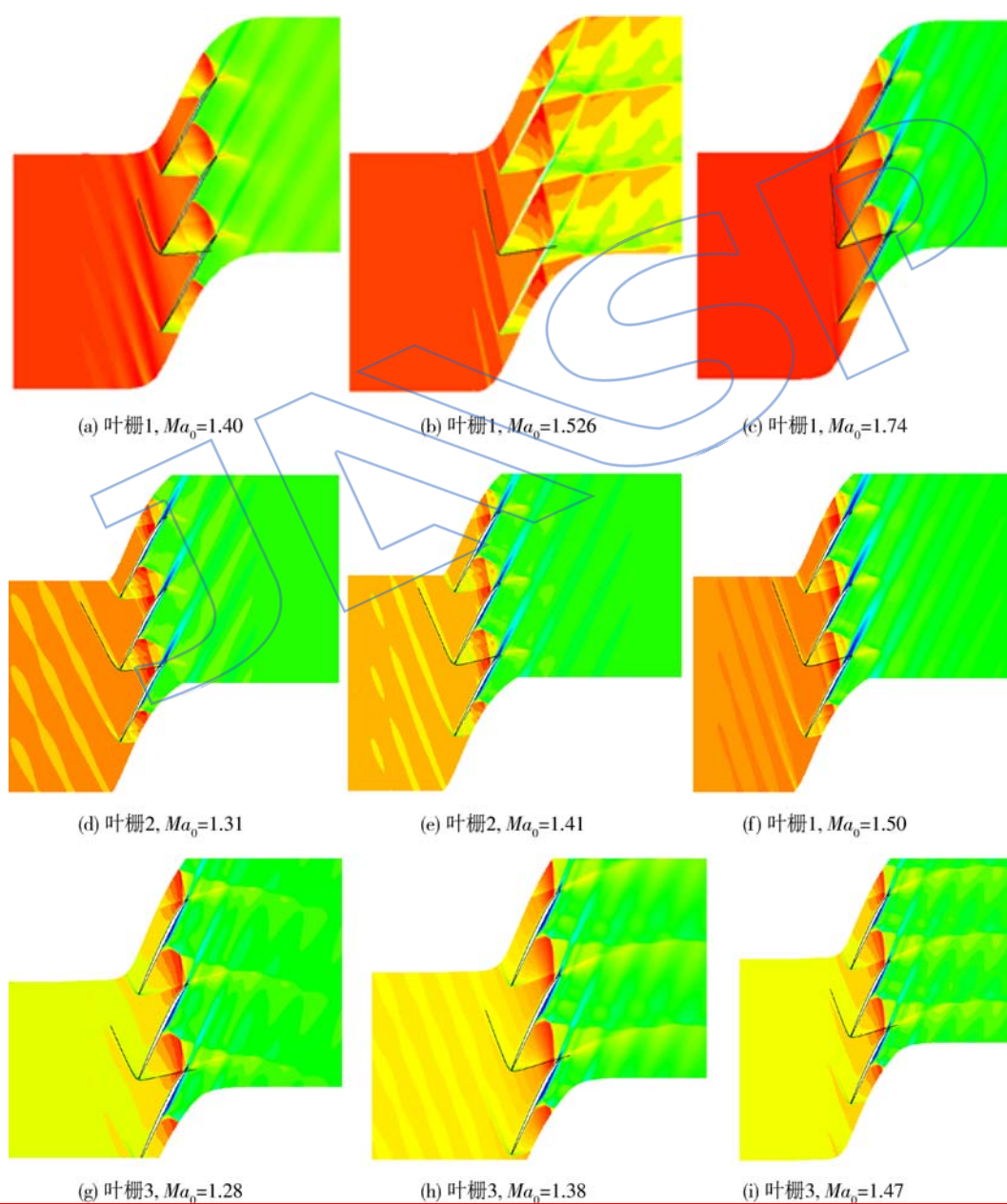


图 12 超声叶栅前缘脱体激波的模型预测结果与 CFD 求解结果比较

Fig. 12 Detached shockwaves predicted by model versus solved by CFD software for supersonic cascades

波形状、位置与 CFD 求解结果基本一致,本文的超声叶栅脱体激波模型可靠。

在图 12(a)中,激波与吸力面的交点约处于 70%弦长处;随着马赫数增加,激波与吸力面的交点后移(图 12(b));当马赫数增加至 1.74,脱体激波与吸力面不相交,而是与叶栅后缘尾迹区相交(图 12(c)).从图 12(d)~图 12(f)和图 12(g)~图 12(i)可看出,叶栅 2 和叶栅 3 前缘处产生的脱体激波与叶型吸力面的交点随马赫数的变化趋势与叶栅 1 完全相同,但脱体激波推出通道与尾迹区相交的马赫数不同.叶栅 1 稠度大,对应的马赫数高;叶栅 3 稠度小,对应的马赫数低。

4 结 论

通过本文的分析、公式推导、模型预测和数值模拟结果表明:

1) 为消除或减小 Moeckel 法的逼近误差,在预测脱体激波时,计算 L 的 η 取值可取气流角(原公式不变),计算 x_0 的 η 取值需由本文的经验公式(14)确定。

2) 本文的非对称脱体激波模型可准确预测均匀来流条件下的非对称脱体激波。

3) 本文的超声叶栅前缘脱体激波模型可准确预测叶栅前缘脱体激波。

超声叶栅的激波结构决定超声压气机性能.为了设计更高压比和更低损失的压气机,未来的研究不仅需要建立完整的超声叶栅激波模型,还需要探讨叶栅通道内的激波组织,实现多激波增压。

参考文献:

- [1] Laitone E V, Pardee O O M. Location of detached shock wave in front of a body moving at supersonic speeds[R]. NACA RM-A7B10, 1947.
- [2] 郑之初. 跨音速下圆球脱体激波[J]. 空气动力学学报, 1984(3): 98-103.
ZHENG Zhichu. On detached shock wave of sphere moving with transonic velocities[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 1984(3): 98-103. (in Chinese)
- [3] 郑之初, 雷晓晓. $Ma_{\infty} \rightarrow 1$ 时圆球绕前体流场的数值模拟[J]. 空气动力学学报, 1996, 14(1): 104-109.
ZHENG Zhichu, LEI Xiaoxiao. Computation for flow field about a sphere when $Ma_{\infty} \rightarrow 1$ [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 1996, 14(1): 104-109. (in Chinese)
- [4] Moeckel W E. Approximate method for predicting form and location of detached shock waves ahead of plane or axially symmetric bodies[R]. NACA TN-1921, 1949.
- [5] 夏皮罗 A H. 可压缩流的动力学与热力学: 下册[M]. 北京: 科学出版社, 1966.
- [6] Klapproth J F. Approximate relative-total-pressure losses of an infinite cascade of supersonic blades with finite leading-edge thickness[R]. NACA RM E9L21, 1950.
- [7] Graham R C, Klapproth J F, Barina F J. Investigation of off-design performance of shock-in-rotor type supersonic blading[R]. NACA RM-E51C22, 1951.
- [8] 刘翠娥, 吴文权. 任意迴转面叶栅超声速进口流场特征线法计算机程序和唯一进气角的确定[J]. 工程热物理学报, 1980, 1(3): 255-264.
LIU Cuie, WU Wenquan. Computer program of supersonic flow past inlet of cascade section on an arbitrary stream filament of revolution and determining unique inlet flow angle[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 1980, 1(3): 255-264. (in Chinese)
- [9] 吴仲华, 吴文权, 华耀南, 等. 给定激波模型的叶栅跨声流的计算[J]. 工程热物理学报, 1984, 5(3): 256-261.
WU Zhonghua, WU Wenquan, HUA Yaonan, et al. Transonic cascade flow with given shock shapes solved by separate supersonic and subsonic computations[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 1984, 5(3): 256-261. (in Chinese)
- [10] 程克明, 黄奕裔. 跨声速旋成体头部脱体激波的研究[J]. 南京航空学院学报, 1990, 22(3): 1-6.
CHENG Keming, HUANG Yiyi. An investigation on detached shock waves ahead of bodies of revolution at transonic speeds[J]. Journal of Nanjing Aeronautical Institute, 1990, 22(3): 1-6. (in Chinese)
- [11] 阮志坤. 平面叶栅前缘激波的改进模型[J]. 工程热物理学报, 1984, 5(4): 338-341.
RUAN Zhikun. An improved model of shock waves in front of two-dimensional cascades[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 1984, 5(4): 338-341. (in Chinese)
- [12] Ladenburg R, Van Voorhis C C, Winckler J. Interferometric study of supersonic phenomena: Part I a supersonic air jet at 60 lb/in² tank pressure [R]. Washington: Navy Department Bureau of Ordnance, NAVORD Report 69-46, 1946.
- [13] Alperin M. A study of detached shock waves in two-dimensions[D]. California, US: California Institute of Technology, 1950.
- [14] Chesnakas C J, Ng W F. Supersonic through-flow fan blade cascade studies[J]. Journal of Fluids Engineering, 2003, 125(5): 796-805.
- [15] Levine P. Two-dimensional inflow conditions for a supersonic compressor with curved blades[J]. Journal of Applied Mechanics, 1957, 24(2): 165-169.
- [16] Lichtfuss H J, Starken H. Supersonic cascade flow[J]. Progress in Aerospace Science, 1974, 15: 37-149.
- [17] York R E, Woodard W S. Supersonic compressor cascades-an analysis of the entrance region flow field contain detached[J]. Journal of Engineering for Power, 1976, 98(2): 247-257.
- [18] 邓向阳. 压气机叶顶间隙流的数值模拟研究[D]. 北京: 中

- 国科学院,2006.
- DENG Xiangyang. Numerical investigation on tip clearance flow in compressor[D]. Beijing: Chinese Academy of Sciences,2006. (in Chinese)
- [19] 韩吉昂. 旋转冲压压缩转子进气流道数值仿真及性能研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2009.
- HAN Ji'ang. Numerical simulation and performance research of flow-path in a Ram-rotor[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,2009. (in Chinese)
- [20] 杜娟. 跨音压气机/风扇转子叶顶泄漏流动的非定常机制研究[D]. 北京:中国科学院,2010.
- DU Juan. Investigation on the unsteady mechanism of tip leakage flow in transonic compressor/fan rotors[D]. Beijing: Chinese Academy of Sciences,2010. (in Chinese)