

湍流方程扩散项离散对某径向 叶轮流场计算的影响

肖 军, 赵远扬, 王 乐

(合肥通用机械研究院 军品与压缩机研究部 压缩机技术国家重点实验室, 合肥 230031)

摘 要: 在相对旋转坐标系下采用 Harten, Lax and van Leer contact (HLLC) 格式离散对流项, 自行开发了基于多块结构化网格的有限体积程序, 实现了对叶轮机械内部流场的数值求解. 分别对半开式径向叶轮、闭式后弯叶轮展开数值模拟, 程序和商业软件计算得到的不同叶高处表面压力数据, 其相对差异不超过 1%, 验证了算法的正确性. 针对湍流方程的扩散项, 分别使用完全离散和略去交叉导数项离散, 通过对湍流黏度等值线、气动轴向力和力矩的比较表明: 在网格正交性较好的情况下, 略去交叉导数项的离散对计算结果的影响小于 1%, 显著地减小湍流方程离散的计算量.

关 键 词: 扩散项; 径向叶轮; HLLC 格式; 数值模拟; 交叉导数

中图分类号: V231.1

文献标志码: A

Influence of discretization of turbulence equation diffusion terms on flow field computation of a radial impeller

XIAO Jun, ZHAO Yuan-yang, WANG Le

(National Key Laboratory of Compressor Technology,

Research Institute of Compressors,

Hefei General Machinery Research Institute, Hefei 230031, China)

Abstract: By discretizing convective terms with the HLLC scheme in the relative rotating coordinate system, a finite volume analysis code based on multi-block structured grids was developed independently, in order to numerically solve the internal flow fields of turbomachineries. The flow simulations of an unshrouded radial impeller and a shrouded back-swept impeller were carried out respectively. The surface pressure at various blade heights calculated by the code and commercial software agrees well with the relative difference smaller than 1%, which verifies the accuracy of the algorithm. As for the diffusion terms of turbulence equations, full discretization and part discretization by neglecting cross-derivative terms were used respectively. Through comparisons of turbulence viscosity contour, aerodynamic force and moment, it indicates that neglecting cross-derivative terms exerts little impact of less than 1% on the results when the grid orthogonality is not too bad, and thus the calculation quantity of turbulence equations can be reduced obviously.

Key words: diffusion term; radial impeller; HLLC scheme; numerical simulation; cross-derivative

离心压气机在中小流量的航空发动机中得到 广泛的应用. 为改进设计可靠性, 其内部流场的获

收稿日期: 2012-11-12

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2012CB26001); 合肥通用机械研究院青年科技基金(2012011086)

作者简介: 肖军(1979—), 男, 安徽合肥人, 助理研究员, 博士, 主要从事叶轮机械气动热力学研究.

得已越来越借助于计算流体力学(CFD)技术. 准确模拟压气机内复杂的分离流、二次流和尾迹干扰等流动现象的细节对高精度、高鲁棒性的离散格式有直接的需求. 目前, 模拟叶轮机械流场的有限体积分析程序离散对流项多使用 Roe 格式^[1-2]、中心格式^[3]及 AUSM+(advection upstream splitting method)格式^[4]等, 而这些格式都带有自由参数, 如 Roe 格式的熵修正系数, 其值较小将影响数值稳定性, 较大则会引入较多数值耗散. HLLC 格式^[5]是一种基于近似黎曼解的格式, 无自由参数, 因其良好的激波分辨率和鲁棒性在外流计算中得到广泛使用^[6-10], 而在叶轮机械内流方面则少有其应用算例, 这是因为旋转坐标系牵连速度在 HLLC 通量中的处理在现有文献中均缺少明确表述.

湍流方程扩散项的离散一般使用中心格式, 其离散式包含较多交叉导数项, 对于附加方程较多的湍流模型, 扩散项离散的計算量显著增加. 一些计算程序^[11]往往略去交叉导数项的离散, 但现有文献中很少有略去交叉导数项离散对计算结果影响的定量表述.

本文首先推导了相对旋转坐标系下的 HLLC 通量式, 并在此基础上编制了基于多块结构化网格的有限体积程序. 对半开式径向叶轮和闭式后弯叶轮流场进行模拟, 并与叶轮机械商业软件结果进行对比, 验证了程序算法的正确性. 之后使用 2 套质量不同的径向叶轮网格, 对湍流扩散项分别进行完全离散和略去交叉导数项离散, 通过方均根扩散项残差等数据的对比表明, 略去交叉导数项离散对结果的影响只在网格正交性较差的情况下才较为显著.

1 数值方法

1.1 控制方程

为使用有限体积方法数值离散, 将相对旋转坐标系下的可压缩流雷诺时均 Navier-Stokes 方程转换到任意曲线坐标系 (ξ, η, ζ) 下, 有

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{H} - \hat{H}_v)}{\partial \zeta} = \hat{S} \quad (1)$$

式中 $\hat{Q}$ 为守恒变量, $\hat{F}_v, \hat{G}_v, \hat{H}_v$ 为黏性通量, 无黏通量 $\hat{F}, \hat{G}, \hat{H}$ 和源项 $\hat{S}$ 的表达式为

$$\begin{aligned} \hat{F} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ \rho U w + \xi_z p \\ (E + p)U - \omega y \xi_x p + \omega x \xi_y p \end{bmatrix} \\ \hat{G} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho V u + \eta_x p \\ \rho V v + \eta_y p \\ \rho V w + \eta_z p \\ (E + p)V - \omega y \eta_x p + \omega x \eta_y p \end{bmatrix} \\ \hat{H} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho W u + \zeta_x p \\ \rho W v + \zeta_y p \\ \rho W w + \zeta_z p \\ (E + p)W - \omega y \zeta_x p + \omega x \zeta_y p \end{bmatrix} \\ \hat{S} &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \omega v \\ -\rho \omega u \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

式中 J 为雅可比矩阵; ω 为旋转角速度; U, V, W 为逆变速度, 其表达式为

$$\begin{aligned} U &= \xi_x(u + \omega y) + \xi_y(v - \omega x) + \xi_z w \\ V &= \eta_x(u + \omega y) + \eta_y(v - \omega x) + \eta_z w \\ W &= \zeta_x(u + \omega y) + \zeta_y(v - \omega x) + \zeta_z w \end{aligned} \quad (3)$$

式中 u, v, w 为绝对速度分量, 其中 w 为转轴 z 向的速度分量, p 为压力, ρ 为密度, E 为总能量.

1.2 HLLC 通量

HLLC 格式由 HLL(Harten, Lax and van Leer)格式^[12]发展而来, 该格式将 HLL 格式中左波和右波之间的一个中间状态, 通过接触间断分成 2 个中间状态, 具有无自由参数、计算量小且能精确描述接触间断的特点. 目前, HLLC 格式在包括磁流体、多相流等问题的外流计算中使用较多, 但在叶轮机械内流计算中则少有其应用算例.

本文根据 Toro 的专著^[5], 推导了 HLLC 通量在相对旋转坐标系下的算式. 首先, 根据 Euler 方程的旋转不变性, 将守恒变量 Q 变换到网格界面坐标系 (n, τ_1, τ_2) 下, 得到

$$Q' = TQ = [\rho \quad \rho u' \quad \rho v' \quad \rho w' \quad E] \quad (4)$$

其中 n 为界面法向, τ_1 和 τ_2 为相互正交的切向, T 为转换矩阵, u' 为界面法向的速度分量, v', w' 为界面切向相互垂直的两个速度分量. 然后在界面法向求解“扩展的一维 Riemann 问题”, 得到由下

式表达的对流通量 $\mathbf{F}'^{\text{HLLC}}$

$$\mathbf{F}'^{\text{HLLC}} = \begin{cases} \mathbf{F}'_l & 0 \leq S_l \\ \mathbf{F}'_{*l} & S_l \leq 0 \leq S_* \\ \mathbf{F}'_{*r} & S_* \leq 0 \leq S_r \\ \mathbf{F}'_r & 0 \geq S_r \end{cases} \quad (5)$$

$$\mathbf{F}'_{*k} = \mathbf{F}'_k + \mathbf{S}_k(\mathbf{Q}'_{*k} - \mathbf{Q}'_k) \quad (6)$$

$$\mathbf{Q}'_{*k} = \begin{bmatrix} 1 \\ S_* + \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{n} \\ v'_k \\ w'_k \\ \frac{E_k}{\rho_k} + (S_* - u''_k) \cdot \\ \left[S_* + \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{n} + \frac{p_k}{\rho_k(S_* - u''_k)} \right] \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中 k 为 l (或 r), 表示界面左(或右)状态; S_k 和 S_* 为左/右波和中间波的波速, 具体表达式见文献[5], $\mathbf{v}_e$ 为旋转坐标系牵连速度, 其计算式为

$$\mathbf{v}_e = -\omega y \mathbf{i} + \omega x \mathbf{j} \quad (8)$$

另

$$u''_k = u'_k - \mathbf{v}_e \cdot \mathbf{n} \quad (9)$$

最后由

$$\mathbf{F}^{\text{HLLC}} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{F}'^{\text{HLLC}} \quad (10)$$

得到原先坐标系下穿越网格界面的 HLLC 通量。

1.3 湍流方程扩散项的处理

本文实现了 Spalart-Allmaras (S-A) 和 $k-\omega$ shear stress transport (SST) 两种低雷诺数湍流模型的数值求解, 其输运方程各项可参考相关文献[14-15]. 以 SST 模型为例, 其在任意曲线坐标系下的形式为

$$\begin{aligned} \partial_t \left(\frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho k \\ \rho \omega \end{bmatrix} \right) + \partial_{\xi_i} \left(\frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U_i k \\ \rho U_i \omega \end{bmatrix} \right) = \\ \partial_{\xi_i} \left(\frac{1}{J} \begin{bmatrix} \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla \xi_i \cdot \nabla k \\ \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \xi_i \cdot \nabla \omega \end{bmatrix} \right) + S \end{aligned} \quad (11)$$

上式使用了指标求和约定, 式中

$$\begin{aligned} \xi_1 = \xi \quad \xi_2 = \eta \quad \xi_3 = \zeta \\ U_1 = U \quad U_2 = V \quad U_3 = W \end{aligned} \quad (12)$$

以 k 方程为例, 其对流通量 F_k 的计算式为

$$F_k = \begin{cases} F_1^{\text{HLLC}} k_l & S_* \geq 0 \\ F_1^{\text{HLLC}} k_r & S_* \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中 F_1^{HLLC} 为 $\mathbf{F}^{\text{HLLC}}$ 的第一个分量, 即为质量通量. 同样以 k 方程为例, 扩散项采用中心格式离

散, 其中

$$\begin{aligned} \nabla \xi \cdot \nabla k &= (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \frac{\partial k}{\partial \xi} + \\ &(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) \frac{\partial k}{\partial \eta} + (\xi_x \zeta_x + \xi_y \zeta_y + \xi_z \zeta_z) \frac{\partial k}{\partial \zeta} \\ \nabla \eta \cdot \nabla k &= (\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) \frac{\partial k}{\partial \eta} + \\ &(\eta_x \xi_x + \eta_y \xi_y + \eta_z \xi_z) \frac{\partial k}{\partial \xi} + (\eta_x \zeta_x + \eta_y \zeta_y + \eta_z \zeta_z) \frac{\partial k}{\partial \zeta} \\ \nabla \zeta \cdot \nabla k &= (\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2) \frac{\partial k}{\partial \zeta} + \\ &(\zeta_x \xi_x + \zeta_y \xi_y + \zeta_z \xi_z) \frac{\partial k}{\partial \xi} + (\zeta_x \eta_x + \zeta_y \eta_y + \zeta_z \eta_z) \frac{\partial k}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (14)$$

各式均包含 1 个正导数项和 2 个交叉导数项, 考虑到六面体网格 3 个指标方向的网格界面元矢量分别为 $\left\{ \frac{\xi_x}{J} \quad \frac{\xi_y}{J} \quad \frac{\xi_z}{J} \right\}$, $\left\{ \frac{\eta_x}{J} \quad \frac{\eta_y}{J} \quad \frac{\eta_z}{J} \right\}$ 和 $\left\{ \frac{\zeta_x}{J} \quad \frac{\zeta_y}{J} \quad \frac{\zeta_z}{J} \right\}$, 可以预估当网格单元的正交性较好时, 交叉导数项的值应远小于正导数项, 此时可忽略交叉导数项, 减少一些计算量。

一些可查资源的程序^[11]不仅将方程右端扩散项提取至左端的线性项做略去交叉导数项的处理, 也略去方程右端的交叉导数项, 但并未给出其数值结果的评估。

1.4 边界条件

进口边界给定总温 T^* 、总压 p^* , 来流湍流度设为 5%, 边界内点轴向速度外插; 出口边界给定平均静压, 速度分量采用一维特征关系外插, 具体见文献[13]. 对于径向扩压器, 当背压较大时, 出口边界可能出现局部倒流区域, 此时应使用下式设置出口倒流区域的总温:

$$T_{\text{backflow}}^* = \frac{\sum_{\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > 0} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} T^* A}{\sum_{\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > 0} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} A} \quad (15)$$

式中 T^* 表示总温, A 为网格界面面积, $\sum_{\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > 0}$ 表示对所有出流的网格面求和. 物面边界施加无滑移条件。

程序通过哑元来实现边界条件的施加, 即在各网格块外侧构造两层虚拟网格单元. 块间对接面为非物理边界, 在此处构造空间离散格式需要边界面元两侧的单元变量值, 可将对接网格块边界内侧的两层网格作为当前网格块的虚拟网格。

2 算例验证

2.1 半开式径向叶轮

首先对一半开式径向叶轮展开了算例测试,

其进口机匣直径为 103 mm, 叶轮出口直径为 175 mm, 出口宽度为 10.5 mm, 叶片数为 16. 叶轮下游接有一段无叶扩压器, 出口宽度为 9.5 mm. 此叶轮为某两级离心压气机的第 1 级, 具有实测性能数据, 但该级出口压力在远下游管段测得.

计算设定扩压器出口平均背压为 135, 130, 125, 120 kPa 四个工况点, 工况进口参数见表 1, n 表示叶轮转速. 叶轮网格由 4 块 H 型网格拼接而成, 如图 1 所示, 单元数为 550 420, 最小网格角为 11.83° , 靠近叶片表面的附面层区域网格被加密, 第 1 层网格高度满足 $y^+ \leq 3$.

分别采用 S-A 模型和 SST 模型计算, 并与叶轮机械商业软件的结果进行了对比. 图 2 为计算得到的效率 (η_{is}) 曲线和总压比 (ϵ_t) 曲线图, 显见本文程序与商业软件计算的性能曲线符合度较好, 特别是总压比曲线几乎重合. 商业软件采用 SST 模型出现数值振荡, 故未给出曲线.

表 1 径向叶轮流场数值模拟工况

Table 1 Numerical simulated conditions of flow field of radial impeller

p^*/Pa	T^*/K	$n/(\text{r/min})$	μ_s/μ
101 325	293.15	22 790	2

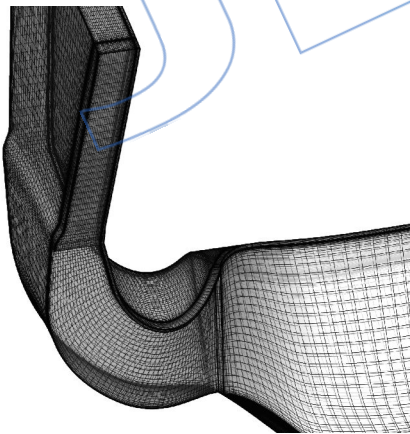
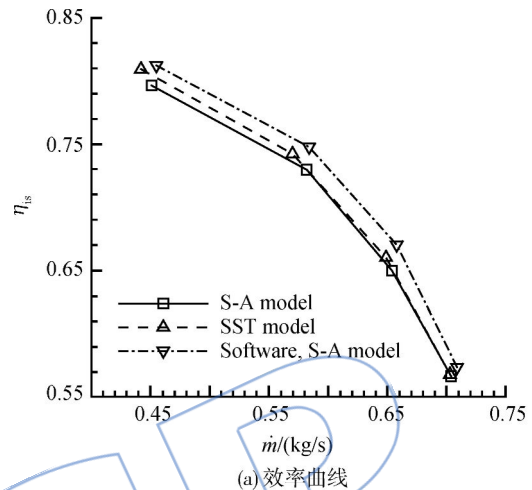


图 1 径向叶轮网格模型

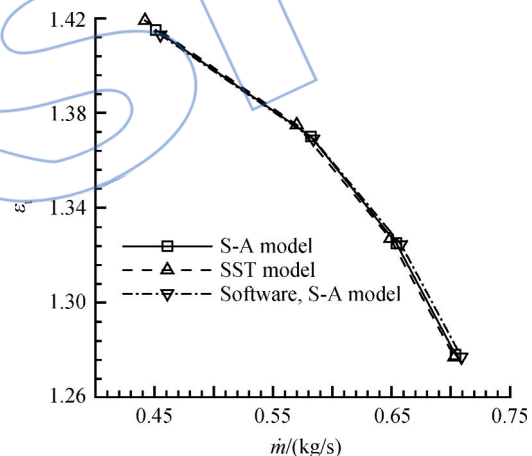
Fig. 1 Grid model of radial impeller

商业软件计算选用的是 Roe 格式, 与程序采用的 HLLC 格式均为近似 Riemann 解方法, 因此两种格式解算得到的流场结构应具有相似的特征. 图 3(a)、图 3(b) 所示分别是出口压力为 130 kPa、采用 S-A 模型计算得到的叶顶和中间叶高处表面压力分布对比, 图中 SS 表示吸力面, PS 表示压力面. 在大部分弦长位置, 本文计算的压力与

商业软件符合很好, 显示程序的正确性. 由图 3(b) 可见, 在叶片前部吸力面的压力高于压力面, 因为在该工况下进入流道的气流首先冲击在吸力面上, 参见图 4 中叶片前钝头上压力较高, 而压力



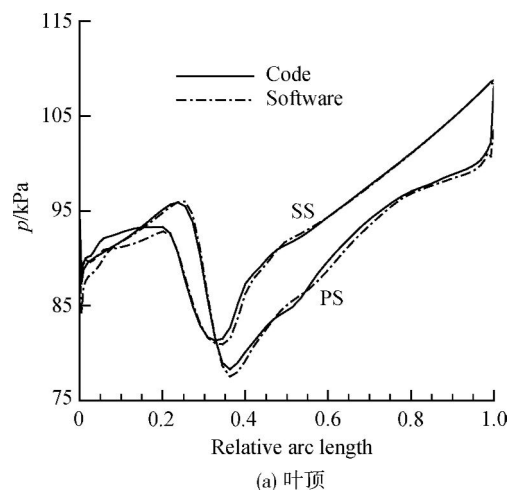
(a) 效率曲线



(b) 总压比曲线

图 2 性能曲线计算结果的比较

Fig. 2 Comparison of performance curves computational result



(a) 叶顶

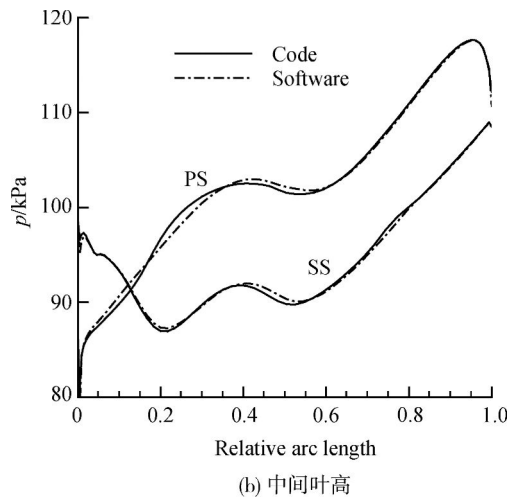


图 3 径向叶轮表面压力的比较

Fig. 3 Comparison of surface pressure of radial impeller

面前缘有低压区. 另在叶顶的中间靠前位置存在一个低压区, 由此处开始直到下游, 叶顶间隙内泄漏涡始终存在, 因而此处开始往下游压力面叶顶的压力均低于吸力面相应位置的压力, 参见图 4 下半幅.

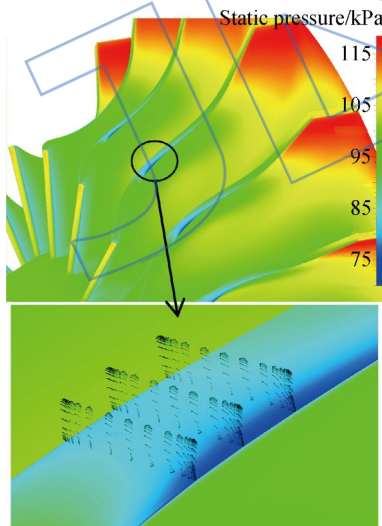
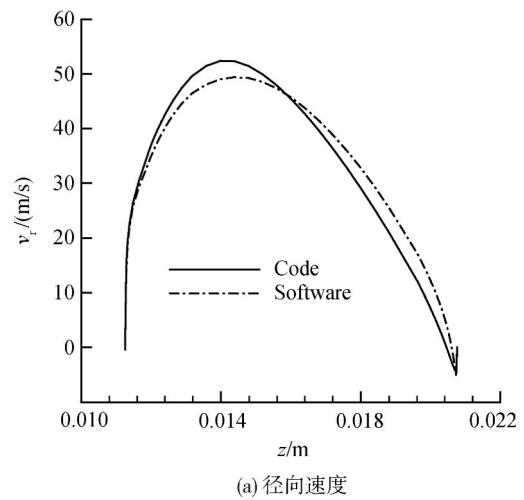


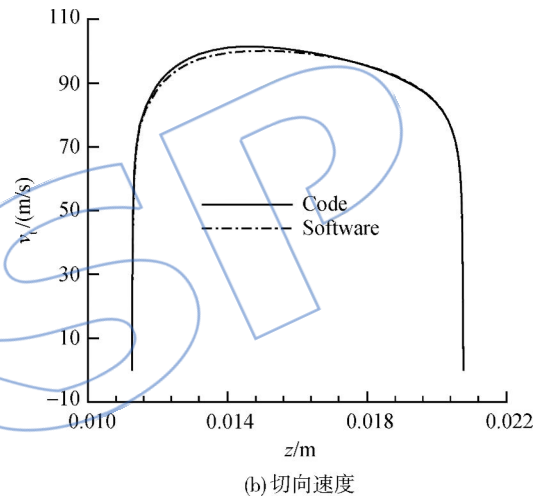
图 4 叶顶间隙泄漏流动

Fig. 4 Leakage flow of blade tip clearance

图 5 所示是出口背压为 135 kPa 情况下无叶片扩压器出口周向平均速度的变化情况, 由图可见程序计算的切向速度 v_t 分布与商业软件的结果符合很好, 径向速度 v_r 分布与商业软件结果略有差异, 但在近壁面区域两者非常接近, 且如图 5 (a) 中曲线的最右端所示, 最大回流速度及其轴向位置较为一致. 程序计算的其他结果, 如流线、马赫数云图等均与软件结果符合较好, 此处不再赘述.



(a) 径向速度



(b) 切向速度

图 5 扩压器出口周向平均速度的比较

Fig. 5 Comparison of circumference average velocity at diffuser outlet

2.2 闭式后弯叶轮

该算例为一闭式后弯叶轮的流场, 叶轮通道进口机匣直径为 133 mm, 叶轮出口直径为 320 mm, 出口宽度为 9.4 mm, 叶片数为 17. 叶轮下游有一段无叶扩压器空间. 本文程序和商业软件计算均采用 SST 模型, 软件选用同为近似 Riemann 解方法的 Roe 格式离散, 模拟的工况参数如表 2 所示, 表中 p_b 表示出口背压. 计算网格由 2 块 H 型网格和 1 块 O 型网格拼接而成, 如图 6 所示, 单元数为 527 975, 最小网格角为 17.92° , 离开物面第 1 层网格高度满足 $y^+ \leq 2$.

表 2 后弯叶轮流场数值模拟工况

Table 2 Numerical simulation conditions of flow field of backswept impeller

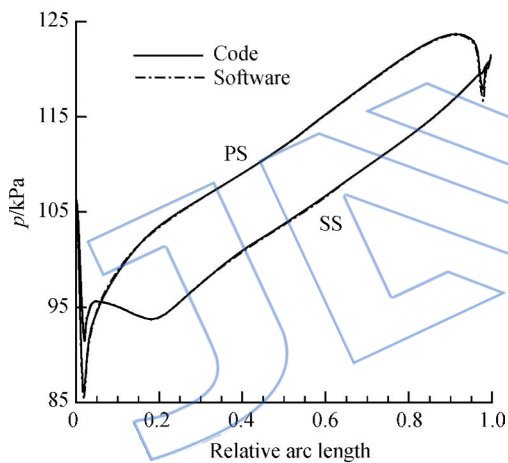
p^*/Pa	T^*/K	$n/(\text{r}/\text{min})$	p_b/Pa	μ_t/μ
101 325	293.15	13 000	130 000	5



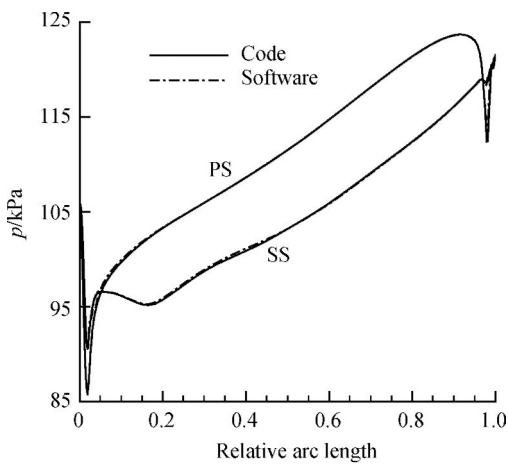
图 6 闭式后弯叶轮计算网格模型

Fig. 6 Computational grid model of shrouded backswept impeller

图 7(a)、图 7(b)所示为计算得到的叶顶和中间叶高位置处表面压力分布对比,由图可见,本程序计算结果与商业软件结果符合很好,叶片



(a) 叶顶



(b) 中间叶高

图 7 后弯叶轮表面压力的比较

Fig. 7 Comparison of surface pressure of backswept impeller

前、后缘的压力剧变位置都能较好捕捉,尤其是叶顶的压力分布曲线几乎完全重合。

图 8 所示为中间叶高位置相对马赫数的比较,由图可见,本程序计算得到的流动结构与商业软件的结果高度近似.所有区域的等值线形状和色温非常接近,前缘驻点及后缘尾迹均清晰可见,3 个相应位置点标记的相对马赫数数值都相差很小,这些结果均体现出本文所开发程序的可靠性。

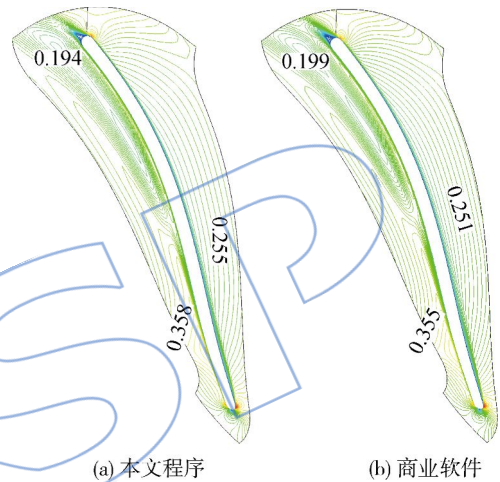


图 8 中间叶高位置相对马赫数的比较

Fig. 8 Comparison of relative Mach number at midspan

3 湍流方程扩散项交叉导数的影响

湍流方程扩散项离散的交叉导数项在一些程序中被忽略,而由其带来的计算误差却很少被评估.如文献[11]直接提到其所指的程序忽略了湍流方程扩散项离散的交叉导数项.由上文 1.3 节中交叉导数项的表达式可知,忽略交叉导数项对结果的影响应与计算网格的正交性相关.为定量评估这一影响,本文以前述半开式径向叶轮为例,采用 2 套网格展开计算,除验证算例使用过的最小正交角为 11.83° 的网格外,保持拓扑结构及网格单元数不变而加以改动的另一套网格最小正交角为 1.93° .另为以下分析定义 4 种情况(分别记为 case 1~case 4):①采用原始网格,扩散项完全离散;②采用原始网格,忽略交叉导数项;③采用改动网格,扩散项完全离散;④采用改动网格,忽略交叉导数项。

忽略扩散项的交叉导数项将直接改变扩散项通量,但可以预见,当网格正交性较好时,网格单元 3 个指标方向的面元矢量接近正交,此时交叉

导数项贡献的通量在数值上应远小于正导数项. 图 9 所示为忽略交叉导数项前后方均根扩散项残差(已无量纲化)的对比, 对于 SST 模型给出的是 k 方程的残差结果. 这里定义方均根扩散项残差为

$$\bar{D} = \sqrt{\sum_{\text{cell}} \frac{D^2}{\Omega} / \sum_{\text{cell}} \Omega}$$

$$D = \sum_{\text{cell face}} F_{\text{diff}} \quad (16)$$

式中 F_{diff} 表示网格面元扩散项通量, D 为网格单元扩散项残差, Ω 表示网格单元体积. 由图可见, S-A 模型的交叉导数项对扩散项残差的计算影响较小, 在原始网格上计算影响更小. 但对于 SST 模型, 忽略交叉导数项会给扩散项残差的计算带来一定的误差, 尤其在网格角较小的改动网格上误差更显著一些.

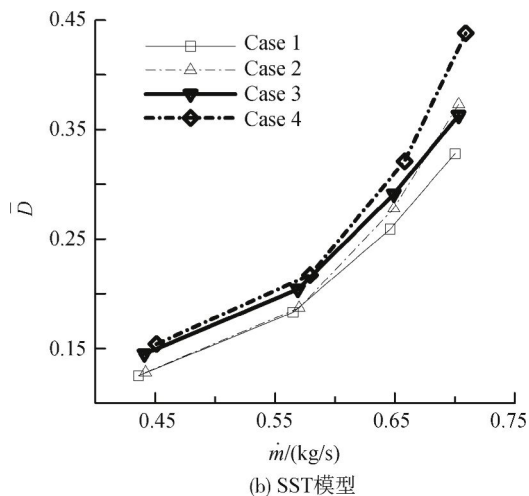
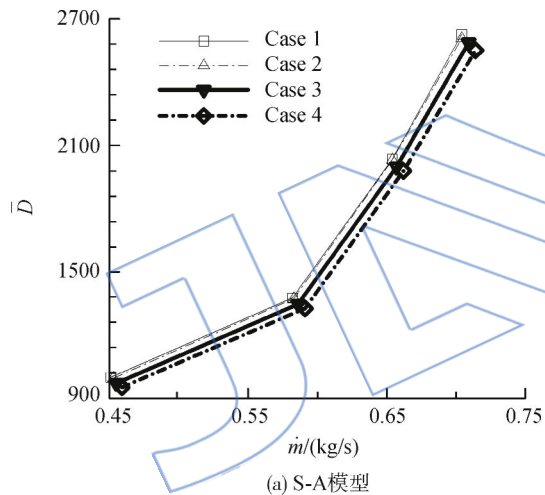


图 9 方均根扩散项残差的比较

Fig. 9 Comparison of root mean squares of residuals of diffusion terms

湍流方程扩散项的离散直接影响湍流量的求解, 并导致湍流黏度计算结果的变化. 图 10 所示为在原始网格上用 SST 模型计算的叶轮通道出口处湍流黏度(μ_t/μ)的分布, 显见是否忽略交叉导数项不会导致湍流黏度图谱结构的显著差异, 但对其数值造成影响, 不过越远离湍流旺盛区, 湍流黏度值的差异就越小.

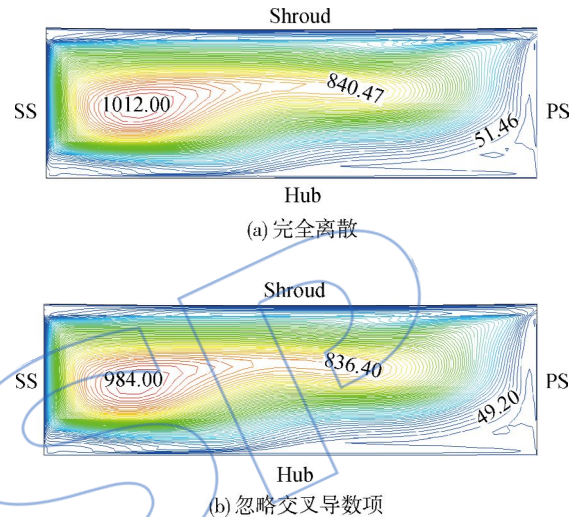


图 10 叶轮出口湍流黏度的比较

Fig. 10 Comparison of turbulence viscosity at impeller outlet

湍流黏度的改变通过主方程的黏性项对主流变量的计算施加影响, 进而改变流量、力和力矩、压比及效率等性能参数. 图 11 所示为忽略交叉导数项前后叶轮表面轴向黏性力的对比, 该结果使用 SST 模型计算得到, 下同. 由图显见在原始网

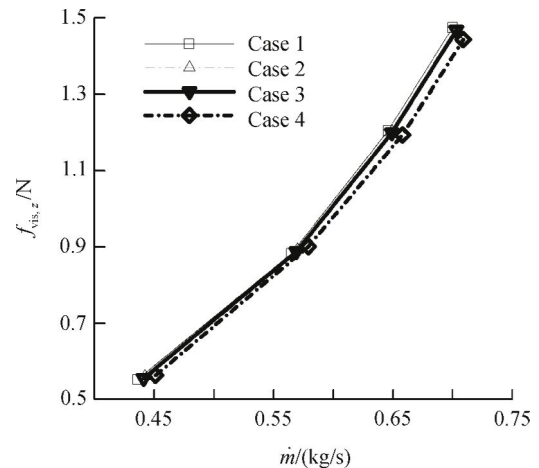


图 11 叶轮表面轴向黏性力的比较

Fig. 11 Comparison of axial viscous force on impeller surface

格上忽略交叉导数项对黏性力计算的影响很小,而在网格角较小的改动网格上则略有差异,这与扩散项残差的比较结论是一致的.然而黏性力只占气动力的很小部分,且湍流扩散项离散方式并未导致压力、温度等变量同样量级的相对差异.在 2 套网格上计算得到的力和力矩、压比、效率等参数的相对差异均在千分之几的量级,如图 12 所示为叶轮表面气动力矩的计算结果对比,即使在网格正交性差的改动网格上相对差异也不过 1%.

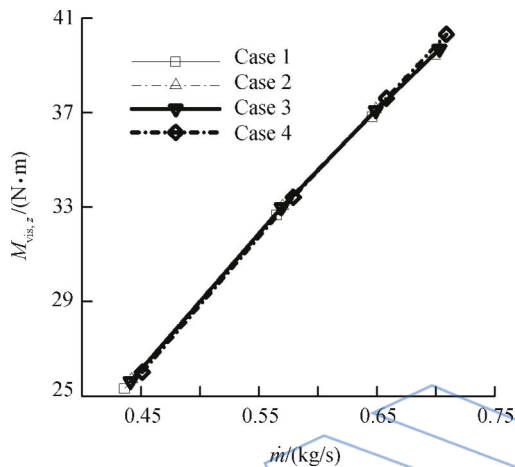


图 12 叶轮表面气动力矩的比较

Fig. 12 Comparison of aerodynamic moment exerted on impeller surface

略去交叉导数项可减少约 25% 的湍流方程计算量,且并不影响计算的收敛性.

4 结 论

推导了相对旋转坐标系下 HLLC 通量,并编制了叶轮流场分析的有限体积程序.通过半开式径向叶轮和闭式后弯叶轮的流场算例,验证了算法的正确性.之后以径向叶轮为例,针对湍流方程扩散项完全离散和忽略交叉导数项离散的差异展开对比研究.计算结果表明,忽略交叉导数项离散直接带来扩散项通量的变化,但并不会导致流场及性能参数的较大偏差,只是在网格正交性较差的网格上,这一差异略为明显.当忽略交叉导数项计算时,为获得较小的误差,有必要生成较好的网格模型.

参考文献:

[1] Mei Y, Guha A. Implicit numerical simulation of transonic flow through turbine cascades on unstructured grids[J].

Journal of Power and Energy, 2005, 219(1): 35-47.

[2] 魏玲. 跨声速压气机转子三维流场 Navier-Stokes 方程数值模拟[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2005.

WEI Ling. Research on numerical simulation of N-S equations for the three-dimensional flow field in transonic compressor rotor[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2005. (in Chinese)

[3] XU Da, DENG Qinghua, FENG Zhenping. Numerical investigation on rotor tip leakage control by casing air injection for a radial inflow turbine[R]. ASME Paper GT-2011-46123, 2011.

[4] 王可. AUSM+格式的研究和应用[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2002.

WANG Ke. Investigation and application of AUSM + scheme[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2002. (in Chinese)

[5] Toro E F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction[M]. 3rd edition. London: Springer, 2009.

[6] NIU Yangyao, CHANG Chihhung, TSENG Wenyih, et al. Numerical simulation of an aortic flow based on a HLLC type incompressible flow solver[J]. Communications in Computational Physics, 2009, 5(1): 142-162.

[7] Jung S K, Myong R S, Cho T H. Development of Eulerian droplets impingement model using HLLC Riemann solver and POD-based reduced order method[R]. AIAA-2011-3907, 2011.

[8] Berthon C, Charrier P, Dubroca B. An HLLC scheme to solve the M1 model of radiative transfer in two space dimensions[J]. Journal of Scientific Computing, 2007, 31(3): 347-389.

[9] Gurski K F. An HLLC-type approximate Riemann solver for ideal magneto hydrodynamics[J]. Journal of Science Computation, 2004, 25(6): 2165-2187.

[10] Mignone A, Bodo G. An HLLC Riemann solver for relativistic flows[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2006, 368(3): 1040-1054.

[11] Rumsey L C. CFL3D user's manual[R]. NASA TM-1998-20844, 1998.

[12] Harten A, Lax P D, van Leer B. On upstreaming differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws[J]. Society for Industrial and Applied Mathematics Review, 1983, 25(1): 35-61.

[13] Spalart P R, Allmaras S R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows[R]. AIAA 92-0439, 1992.

[14] Menter F R, Rumsey L C. Assessment of two-equation turbulence models for transonic flows[R]. AIAA 94-2343, 1994.

[15] Blazek J. Computational fluid dynamics: principles and applications[M]. Oxford: Elsevier Science, 2001.