

齿轮传动线外啮出冲击建模与计算

周长江¹, 张 成¹, 唐进元²

- (1. 湖南大学 机械与运载工程学院 国家高效磨削工程技术研究中心, 长沙 410082;
2. 中南大学 机电工程学院, 长沙 410075)

摘 要: 基于齿轮传动线外啮出冲击原理, 提出在啮合线方向上构建含系统等效误差和齿对综合变形的啮出冲击计算模型. 根据齿轮变形随载荷变化的曲线推导出线外啮出冲击点的综合变形. 将系统等效误差与齿对综合变形沿啮合线方向进行合成, 求出线外啮出点与冲击点的位置. 根据啮合法向速度相等原理, 求解线外啮出过程中被动齿轮最小转速和啮出冲击速度, 进而求解出线外啮出冲击力. 结果表明: 线外啮出冲击力为啮入冲击力的 70%~80%. 即啮出冲击对齿轮传动较啮入冲击的影响要小, 验证了啮出冲击和啮入冲击对“啮合合成基节误差”具有不同的作用效果.

关 键 词: 齿轮传动; 系统等效误差; 齿对综合变形; 线外啮合; 啮出冲击

中图分类号: V232.8; TH132

文献标志码: A

Modeling and calculation of impact of mesh-out at corner contact in gear drive

ZHOU Chang-jiang¹, ZHANG Cheng¹, TANG Jin-yuan²

- (1. National Engineering Research Center for High Efficiency Grinding, College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;
2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: Based on the mechanism analysis of impact of mesh-out at corner contact in gear transmission, a calculation model including system equivalent error and teeth synthetic deformation was established on the line of meshing. The synthetic deformation of the point in mesh-out beyond the normal path was reversed, on basis of meshing theory and the curve of gear deformation and load-history. By combining the system equivalent error with the teeth synthetic deformation, the point of mesh-out at corner contact and the impacting point were determined. Given uniform normal velocity at meshing points, the minimum rotation speed of the driven gear in mesh-out at corner contact and the impact velocity were solved. And then the impact force of mesh-out at corner contact was confirmed. The example calculation shows that, the impact force of mesh-out at corner contact is 70% to 80% of that of mesh-in at corner contact; namely, the impact of mesh-out is smaller than that of mesh-in. It verifies that impact in mesh-out and mesh-in has a different effect on “mesh synthetic base pitch error”.

Key words: gear transmission; system equivalent error; teeth synthetic deformation; mesh-out at corner contact; impact of mesh-out

收稿日期: 2013-03-10

基金项目: 国家自然科学基金(51275160); 国家重点基础研究发展计划(2010CB832700)

作者简介: 周长江(1975—), 男, 湖南溆浦人, 副教授, 博士, 主要从事传动摩擦学、机械 CAE 等研究.

齿轮啮合时,轮齿变形和误差使接触齿对产生“啮合合成基节误差”^[1],导致轮齿在啮入点与啮出点偏离理论啮合线,转速突变并引起啮合冲击.线外啮合冲击会引起较大的振动和噪声^[2].啮合冲击主要包括节点冲击、啮入冲击和啮出冲击3类,其中节点冲击对传动性能影响较小^[3].啮入冲击分析已见诸多文献^[4-7],对线外啮入冲击点位置、冲击力和冲击摩擦等进行了计算.谢海东等^[8]采用有限单元法计算了啮入与啮出冲击力.朱龙根^[9]分析了直齿轮产生啮出冲击的原因,并指出适当修缘可减小冲击.Jao等^[10]研究了线外啮合冲击与点蚀破坏的关系.在齿轮冲击方面,文献^[11-16]建立了多种动态接触及冲击模型,分析了正常啮合下的动载与强度,研究了冲击载荷对齿轮传动的影响.与线外啮入冲击相比较,关于线外啮出冲击的研究较少.

本文重点研究线外啮出冲击量化问题:即利用齿轮误差、变形与动力传递均沿啮合线的方向一致性,构建“系统等效误差-齿对综合变形”计算模型;根据啮出冲击形成原理,按数值搜索法反推线外啮出位置,求解线外啮出点的冲击速度和冲击力.

1 线外啮出冲击原理与计算模型

1.1 线外啮出冲击原理

理想齿轮传动正常啮合的条件是主、从动齿轮基节相等,即 $p_{b1} = p_{b2}$.实际传动中,由于存在齿轮误差和轮齿变形,使得 $p_{b1} \neq p_{b2}$,即产生“啮合合成基节误差”.若 $p_{b1} > p_{b2}$,轮齿在单啮与双啮的过渡区域会产生线外啮出冲击,见图1.

图1中,主动轮基节大于从动轮基节.当前一对轮齿1-1'啮合到正常啮出点E点时,理论上应退出啮合.由于存在“啮合合成基节误差”,后一对轮齿2-2'在刚进入理论啮合线时,尚未进入啮合状态,此时齿对1-1'啮合从E点刮行至D点.刮行过程中,实际啮合节点由P点移至P'点,被动齿轮的节圆半径增大,其转速随之变慢,使后一对轮齿的间隙减小.当齿对1-1'啮合到E点时,后一对轮齿进入啮合.在极短的时间内,两对轮齿均进入啮合;节点P'突跳至P点,使齿对2-2'产生冲击.该冲击是在前一对轮齿退出啮合时产生的,即为啮出冲击.

1.2 线外啮出计算模型

啮合作用线方向的误差主要有齿形公差引起

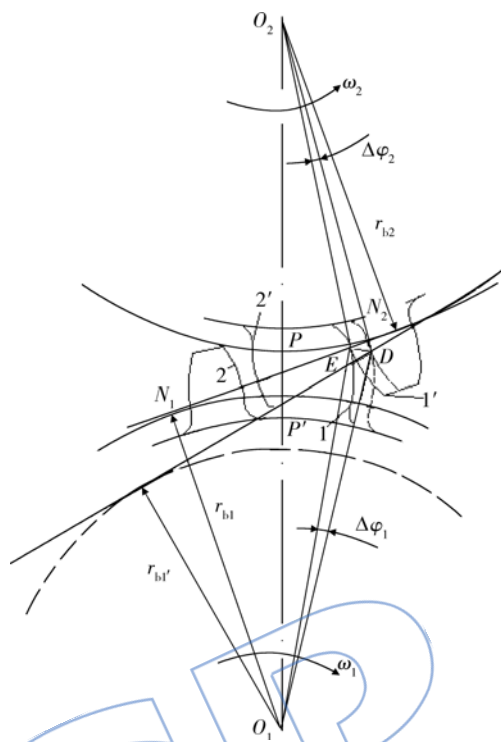


图1 线外啮出冲击原理图

Fig. 1 Principle diagram of impact of mesh-out at corner contact

的误差 Δf_i 、基节偏差 Δf_{pb} 等.齿形误差和基节偏差为随机变量,分别服从差值分布和正态分布,同时达到极限偏差的概率较低.根据统计分布率,将啮合齿对上的上述2种主要误差沿啮合作用线进行合成,得到系统等效误差

$$\Delta f_{\Sigma} = (2f_i + 2f_{pb}) / \sqrt{2} \quad (1)$$

式中 f_i 和 f_{pb} 分别为齿形公差和极限基节偏差.若齿轮精度为6级,查手册得 $\Delta f_{\Sigma} = 44 \mu\text{m}$.

齿对综合变形计算参考文献^[7],啮合齿对沿作用线的齿对综合变形 δ_{Σ} 视为由主动轮的综合变形 $\delta_{\Sigma e1}$ 、从动轮的综合变形 $\delta_{\Sigma e2}$ 两部分组成,则

$$\delta_{\Sigma} = \delta_{\Sigma e1} + \delta_{\Sigma e2} \quad (2)$$

实际齿轮啮合如图2所示,若不计系统误差和轮齿变形,前一齿对1-1'啮合至E点退出啮合,后一齿对2-2'在前一对齿退出啮合时在F点进入正常啮合.存在轮齿误差和变形时,齿对1-1'啮合至E点时,齿对2-2'虽已进入理论啮合线内,但尚未进入啮合状态.此时啮合传动发生在E-D段,即线外啮合.

当后一齿对啮合到D点时,前一齿对在F'点进入啮合,见图3. $\overline{E'E''}$ 为轮齿沿啮合线的综合系统误差, $\overline{EE''}$ 为齿对1-1'在啮合点沿啮合线方向的弹性变形.啮出冲击时综合系统误差和弹性变形的

作用方式如图2所示;若不考虑弹性变形,线外啮合阶段将是 $\overline{E'D}$ 。将系统等效误差和齿对综合变形沿理论啮合线方向进行二次合成,即得到“系统等效误差-齿对综合变形”计算模型,见式(3)。

$$\overline{EE'} = \Delta f_s - \delta_s \quad (3)$$

根据式(3)和图3所示的轮齿综合变形 δ 与载荷历程曲线,得到线外啮出冲击点 F' 的齿对综合变形 $\delta_s = 11.86 \mu\text{m}$ 。

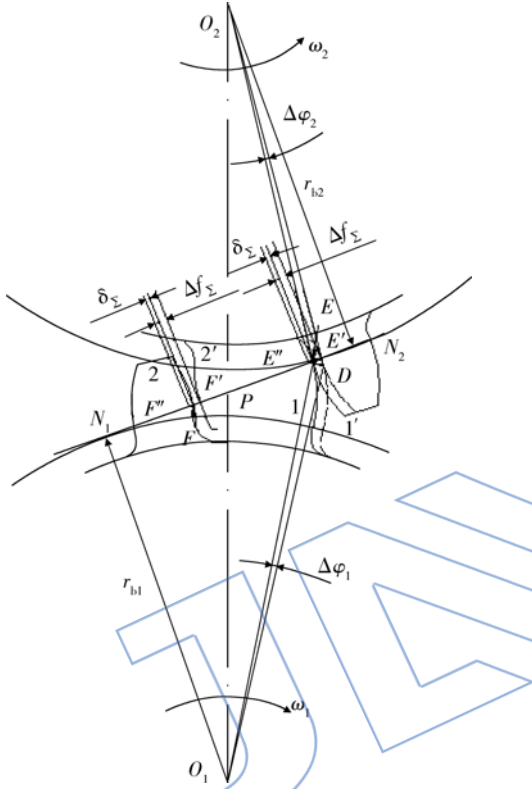


图2 含系统等效误差和齿对综合变形的计算模型

Fig. 2 Calculation model including system equivalent error and teeth synthetic deformation

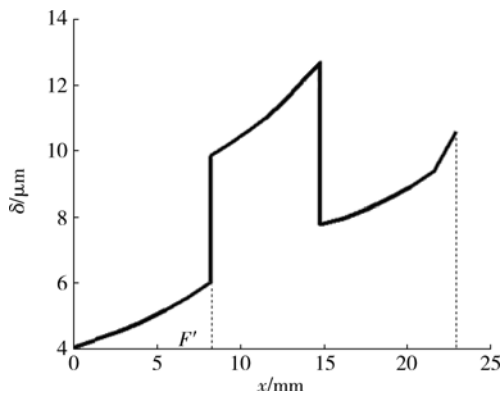


图3 轮齿综合变形-载荷历程曲线

Fig. 3 Curve of tooth synthetic deformation and load-history

2 线外啮出位置与冲击力

2.1 线外啮出点的几何位置

线外啮出过程中,实际的合成基节误差为 $\overline{EE'}$ (图2)。根据啮合原理和几何关系可求出线外啮出点 D 的准确位置。在 $\triangle O_1 O_2 D$ 中,

$$\overline{O_2 D} = [(r_1 + r_2)^2 + r_{a1}^2 -$$

$$2(r_1 + r_2) \cdot r_{a1} \cos(\angle O_2 O_1 D)]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$\angle O_2 O_1 D = \angle O_2 O_1 E + \Delta\varphi_1 \quad (5)$$

$$\angle O_2 O_1 E = \pi - \left[\frac{\pi}{2} + \alpha \right] - (\angle PEO_1) \quad (6)$$

在 $\triangle PO_1 E$ 中

$$\angle PEO_1 = \arcsin \left[\frac{r_1 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)}{r_{a1}} \right] \quad (7)$$

$$\Delta\varphi_1 = \frac{\Delta\varphi_2}{i} \quad (8)$$

$$\Delta\varphi_2 = \angle N_2 O_2 E - \angle N_2 O_2 E' \quad (9)$$

在 $\triangle O_2 N_2 E$ 中

$$\angle N_2 O_2 E = \arctan \left(\frac{\overline{EN_2}}{r_{b2}} \right) \quad (10)$$

$$\overline{EN_2} = (r_{a2}^2 - r_{b2}^2)^{\frac{1}{2}} - \epsilon_\alpha \cdot p_b \quad (11)$$

在 $\triangle O_2 N_2 E'$ 中

$$\angle N_2 O_2 E' = \arctan \left(\frac{\overline{E'N_2}}{r_{b2}} \right) \quad (12)$$

$$\overline{E'N_2} = \overline{EN_2} - \overline{EE'} \quad (13)$$

式中 r_1, r_2 分别为主、从动轮节圆半径; r_{a1}, r_{a2} 分别为主、从动轮齿顶圆半径; r_{b2} 为从动轮的基圆半径; p_b 为齿轮的法节; ϵ_α 为重合度; α 为压力角; i 为传动比。根据反推得到的齿对综合变形 δ_s ,联立式(4)~式(13),可准确地确定线外啮出点 D 的位置。

2.2 线外啮出冲击速度

啮出冲击原理表明,线外啮出阶段中节点由 P 点移至 P' 点(图1),被动齿轮的节圆半径逐渐增大,其转速随之变慢,速度变化如图4所示。齿对 $1-1'$ 啮合至线外啮出点 D 时,被动齿轮的速度降到最小 $\omega_{2\min}$ 。此时,后一齿对 $2-2'$ 在 F' 点进入啮合,啮合时产生沿齿廓公法线方向的相对速度差 ΔV_n ,即法向冲击速度,见式(14),如图5所示。同时,齿对 $2-2'$ 在接触点的切向速度不等会沿齿廓公切线方向产生相对速度差 ΔV_τ ,即切向啮入冲击速度,见式(15)。将法向啮入冲击速度和切向啮入冲击速度进行合成,即可得到总的线外啮入冲击速度 ΔV 。

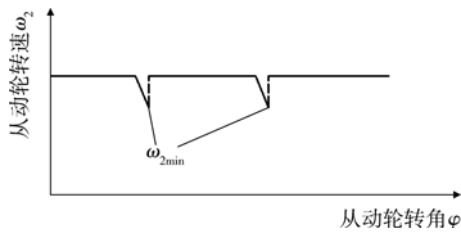


图 4 线外啮出时被动齿轮的速度变化

Fig. 4 Velocity change when driven gear mesh-out at corner contact

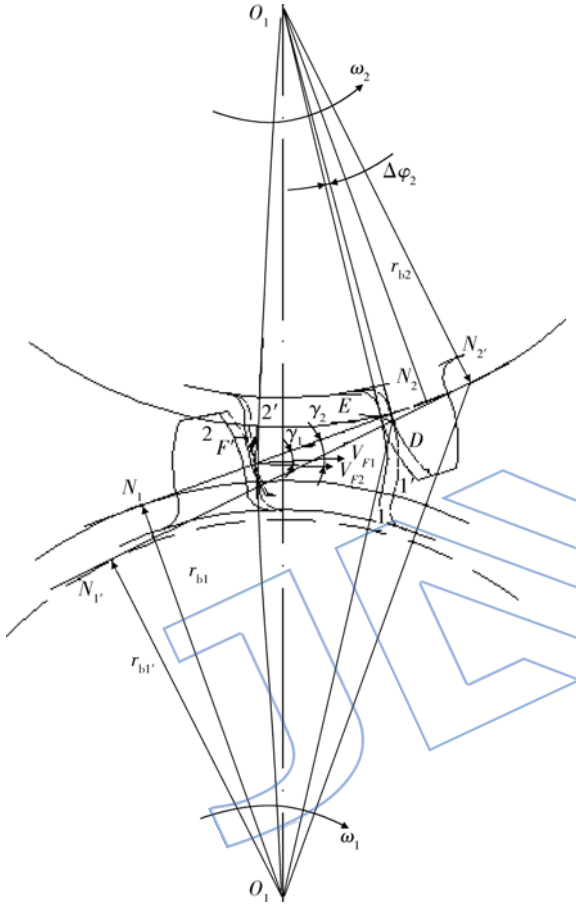


图 5 线外啮出时齿对 2-2' 间的冲击速度

Fig. 5 Impact velocity between teeth 2-2' when mesh-out at corner contact

$$\Delta V_n = V_{F'1} \cos \gamma_1 - V_{F'2} \cos \gamma_2 \quad (14)$$

$$\Delta V_\tau = V_{F'2} \sin \gamma_2 - V_{F'1} \sin \gamma_2 \quad (15)$$

$$V_{F'1} = \omega_1 \cdot \overline{O_1 F'} \quad (16)$$

$$V_{F'2} = \omega_{2\min} \cdot \overline{O_2 F'} \quad (17)$$

$$\overline{O_2 F'} = (F'N_2^2 + r_{b2}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

$$\overline{F'N_2} = (r_{a2}^2 + r_{b2}^2)^{\frac{1}{2}} - (\epsilon_\alpha - 1) p_b \quad (19)$$

$$\overline{O_1 F'} = [\overline{O_2 F'^2} + \overline{O_1 O_2^2} - 2 \overline{O_2 F'} \cdot \overline{O_1 O_2} \cdot \cos(\angle F'O_2 O_1)]^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

$$\angle F'O_2 O_1 = \angle F'O_2 N_2 - \alpha \quad (21)$$

$$\angle F'O_2 N_2 = \arctan \left[\frac{\overline{O_1 N_1}}{r_{b2}} \right] \quad (22)$$

$$\gamma_1 = \angle F'O_1 N_1 \quad (23)$$

$$\angle F'O_1 N_1 = \arccos \left[\frac{r_{b1}}{\overline{O_1 F'}} \right] \quad (24)$$

$$\gamma_2 = \angle F'O_2 N_2 \quad (25)$$

式中 γ_1, γ_2 分别为 $V_{F'1}, V_{F'2}$ 与啮合线 $\overline{N_1 N_2}$ 的夹角, ω_1 是主动轮的角速度, r_{b1} 是主动轮的基圆半径。

由式(14)~式(25)知,若求得从动轮的最小转速 $\omega_{2\min}$,即在齿对 1-1' 线外啮出点 D 的速度,则可得出齿对 2-2' 的冲击速度 ΔV_n 。 $\omega_{2\min}$ 的计算原理如下:

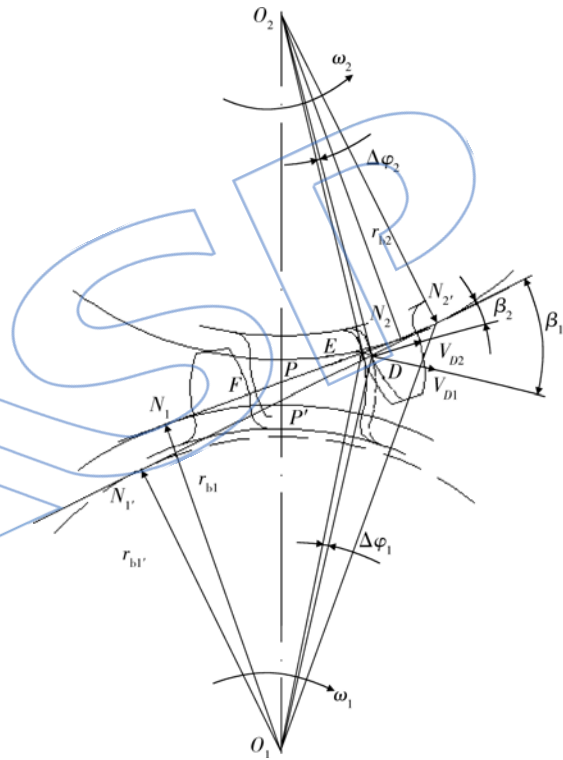


图 6 ω₂min 计算原理图

Fig. 6 Calculating schematic of $\omega_{2\min}$

图 6 中, V_{D1}, V_{D2} 分别为 D 点主动轮和从动轮的线速度, β_1, β_2 分别为 V_{D1}, V_{D2} 与瞬时啮合线 $\overline{N_1' N_2'}$ 的夹角. 由啮合传动的特性知 V_{D1}, V_{D2} 在瞬时啮合线方向的分量相等, 即

$$V_{D1} \cos \beta_1 = V_{D2} \cos \beta_2 \quad (26)$$

$$V_{D1} = \omega_1 \cdot r_{a1} \quad (27)$$

$$V_{D2} = \omega_{2\min} \cdot \overline{O_2 D} \quad (28)$$

$$\omega_{2\min} = \frac{\omega_1 \cdot r_{a1} \cos \beta_1}{\overline{O_2 D} \cos \beta_2} \quad (29)$$

$$\beta_1 = \angle O_1 D N_2' - \frac{\pi}{2} \quad (30)$$

$$\beta_2 = \angle D O_2 N_2' \quad (31)$$

在 $\triangle O_1 D N_2'$ 中

$$\angle O_1 D N_{2'} = \arccos \left[\frac{\overline{O_1 D}^2 + \overline{D N_{2'}}^2 - \overline{O_1 N_{2'}}^2}{2 \overline{O_1 D} \cdot \overline{D N_{2'}}} \right] \quad (32)$$

在 $\triangle O_2 D N_{2'}$ 中

$$\angle D O_2 N_{2'} = \arccos \left[\frac{r_{b2}}{\overline{O_2 D}} \right] \quad (33)$$

$$\overline{D N_{2'}} = \overline{O_2 D} \cdot \sin(\angle D O_2 N_{2'}) \quad (34)$$

在 $\triangle O_1 O_2 N_{2'}$ 中

$$\overline{O_1 N_{2'}} = [\overline{O_1 O_2}^2 + \overline{O_2 N_{2'}}^2 - 2 \overline{O_1 O_2} \cdot \overline{O_2 N_{2'}} \cos(\angle O_1 O_2 N_{2'})]^{1/2} \quad (35)$$

$$\angle O_1 O_2 N_{2'} = \angle O_1 O_2 D + \angle D O_2 N_{2'} \quad (36)$$

$$\angle O_1 O_2 D = \arccos \left[\frac{\overline{O_1 O_2}^2 + \overline{O_2 D}^2 - \overline{O_1 D}^2}{2 \overline{O_1 O_2} \cdot \overline{O_2 D}} \right] \quad (37)$$

2.3 线外啮出冲击力

齿对 2-2' 在啮入点 F' 处, 由于冲击速度、轮齿弹性、齿轮质量与惯性等会产生冲击力。冲击力大小及变化情况与冲击时间、冲击速度、啮合刚度、齿间荷载等有关。极短的冲击时间内, 总的啮入冲击中, 切向冲击力通过摩擦做功转换成热量耗散, 法向冲击力转化为系统的冲击动能。由此可得 F' 法向的冲击动能为

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{J_1 J_2}{(J_1 r_{b1'}^2 + J_2 r_{b2}^2) b} \cdot \Delta V_n^2 \quad (38)$$

其中

$$J_1 = \frac{\pi \rho b}{2} (r_{b1'}^4 - r_h^4) \quad (39)$$

$$J_2 = \frac{\pi \rho b}{2} (r_{b2}^4 - r_h^4) \quad (40)$$

在 $\triangle O_1 N_{1'} N_{2'}$ 中

$$r_{b1'} = \overline{O_1 N_{1'}} = \overline{O_1 N_{2'}} \cdot \sin(\angle O_1 N_{2'} D) \quad (41)$$

$$\angle O_1 N_{2'} D = \arccos \left[\frac{\overline{N_{2'} D}^2 + \overline{O_1 N_{2'}}^2 - \overline{O_1 D}^2}{2 \overline{N_{2'} D} \cdot \overline{O_1 N_{2'}}} \right] \quad (42)$$

在 $\triangle D O_2 N_{2'}$ 中

$$\overline{N_{2'} D} = \overline{O_2 D} \cdot \sin(\angle D O_2 N_{2'}) \quad (43)$$

式中 J_1, J_2 分别为齿轮 1、齿轮 2 的转动惯量; ρ 为密度; b 为齿宽; r_h 为齿轮内腔半径; $r_{b1'}, r_{b2}$ 分别为瞬时啮合线对应的瞬时基圆半径, 见图 5。

假设轮齿冲击产生的最大变形为 δ_s , 最大冲击力为 F_s , 则冲击动能 E_k 、最大变形 δ_s 与最大冲击力 F_s 之间存在以下关系:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{J_1 J_2}{(J_1 r_{b1'}^2 + J_2 r_{b2}^2) b} \cdot \Delta V_n^2 = \frac{1}{2} q_s \delta_s^2 \quad (44)$$

$$\delta_s = \frac{F_s \cdot q_s}{b} \quad (45)$$

$$q_s(r) = q_1(r) + q_2(r) + q_h(r) \quad (46)$$

$$q_h(r) = \frac{2(1-\mu^2)}{\pi E} \left[1.27 + 0.78 \ln \frac{m}{a} \right] \quad (47)$$

$$\frac{1}{q_i(r)} = (A_0 + A_1 X_i) + (A_2 + A_3 X_i) \frac{r_{ci} - R_i}{(1 + X_i) m} \quad (i=1, 2) \quad (48)$$

式中 q_1, q_2 分别为轮齿的综合柔度(除接触外), 与啮合位置有关, 单位为 $\text{N}/(\mu\text{m} \cdot \text{mm})$; q_h 为轮齿接触柔度; q_s 为啮合齿对在啮入点 F' 处的总柔度。式(47)和式(48)分别参阅文献[17-18], 式(47)中 μ 为泊松比, m 为模数, a 为赫兹接触半宽度; 式(48)中 R_i, X_i 分别为节圆半径和变位系数。于是, 线外啮出冲击力为

$$F_s = \Delta V_n \left[\frac{b J_1 J_2}{(J_1 \cdot r_{b1'}^2 + J_2 \cdot r_{b2}^2) \cdot q_s} \right]^{1/2} \quad (49)$$

3 实例检验与结果分析

实例计算的齿轮相关参数为: 齿轮参数如表 1 所示, 齿轮材料特性如表 2 所示。功率为 15 kW, 转速 n_1 为 2000 r/min, 传动比 $i=1$ 。假设齿轮精度为 6 级, 标准安装且不考虑轴承、箱体与轴的变形。

表 1 齿轮参数

Table 1 Gear parameters

齿数 Z	压力角 $\alpha/^\circ$	模数 m/mm	重合度 ϵ	轴孔直径 D_0/mm	变位系数 x/mm	齿宽 b/mm
20/20	20	5	1.5568	20	0	80

表 2 齿轮材料特性

Table 2 Material properties of gear

弹性模量 E/GPa	切变模量 G/GPa	泊松比 μ	密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$
205	78.8	0.3	7800

基于上述参数, 由式(46)求得线外啮出冲击点 F 的最大冲击力 $F_s=1399.4 \text{ N}$, 比理论啮合作用线上单齿啮合区内作用在接触齿对上的总载荷 1524.4 N 略小。由于线外啮出发生在双啮与单啮交替区域, 此时前一齿对尚未完全脱开, 后一齿对

刚进入啮合并承受部分载荷,故啮出冲击力略小于总载荷具有一定的合理性。

根据文献[7]中求得的线外啮入冲击力为1764.3 N,可得出该算例齿轮的线外啮出和啮入冲击力的比值为0.793。参比文献[8]中啮合齿轮的啮入冲击力与啮出冲击力的比值约为0.707,二者的研究结论较为一致。文献[1,3]指出,啮出冲击时轮齿弹性变形使“合成啮合基节误差”减小,啮入冲击时则使“啮合合成基节误差”增大。上述原因使得线外啮出冲击比啮入冲击对啮合过渡的影响小,本文的研究结论与上述理论相符合。

4 结 论

1) 按统计分布规律,将接触齿对上沿啮合作用线上的齿形误差与基节偏差合成为系统等效误差;根据随载荷历程变化的轮齿变形曲线,得出线外啮出冲击点的齿对综合变形。

2) 基于线外啮出冲击原理,提出在啮合作用线方向上构建含系统等效误差和齿对综合变形的线外啮出冲击模型,计算啮出点及冲击点的位置。

3) 根据线外啮出瞬时被动齿轮的速度变化规律和啮合点法向速度相等原理,计算线外啮出过程中被动齿轮最小转速、啮出冲击速度及冲击力。

4) 实例对比计算结论,初步表明了计算模型的正确性,同时验证了线外啮出冲击对齿轮传动较线外啮入的影响要小。

参考文献:

- [1] 李润芳,王建军. 齿轮系统动力学[M]. 北京:科学出版社,1997.
- [2] Winter H, Gerber H, Muller R. Investigation on the excitation of vibration and noise at spur and helical gears[R]. Chicago: ASME International Power Transmission & Gearing Conference, 1989.
- [3] Smith D J, Dekker M. Gears and their vibration[M]. London: Macmillan Press, 1983.
- [4] Oswald F B, Coy J J, Lin H H, et al. Effect of extended tooth contact on the modeling of spur gear transmissions[J]. Gear Technology, 1994, 7(8): 18-25.
- [5] Vedmar L, Henriksson B. A general approach for determining dynamic forces in spur gears[J]. Journal of Mechanical Design, 1998, 120(6): 593-598.
- [6] Kasuba R, Evans J W. An extended model for determining dynamic loads in spur gearing[J]. Journal of Mechanical Design, 1981, 103(4): 398-409.
- [7] 周长江,唐进元,钟志华. 齿轮传动的线外啮合与冲击摩擦[J]. 机械工程学报, 2008, 44(3): 76-80.
- ZHOU Changjiang, TANG Jinyuan, ZHONG Zhihua. Corner contact and impact friction of gear drive[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(3): 76-80. (in Chinese)
- [8] 谢海东,周照耀,夏伟,等. 斜齿轮传动中啮合冲击数值研究[J]. 机械传动, 2005, 29(3): 6-9.
- XIE Haidong, ZHOU Zhaoyao, XIA Wei, et al. Numerical study on meshing impact of helical gear[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2005, 29(3): 6-9. (in Chinese)
- [9] 朱龙根. 渐开线圆柱直齿轮的啮合冲击及修形[J]. 合肥工业大学学报, 1982, 5(3): 155-165.
- ZHU Longgen. Meshing impact and profile modification of involute cylindrical spur gear[J]. Journal of Hefei Polytechnic University, 1982, 5(3): 155-165. (in Chinese)
- [10] Jao T C, Devlin M T, Milner J L, et al. Influence of surface roughness on gear pitting behavior[J]. Gear Technology, 2006, 9(3): 31-38.
- [11] Ognjanovic M, Agemi F. Gear vibrations in supercritical mesh-frequency range caused by teeth impacts[J]. Strojniški Vestnik/Journal of Mechanical Engineering, 2010, 56(10): 653-662.
- [12] WANG Youqiang, HE Zhicheng. Effect of impact load on transient elastohydrodynamic lubrication of spur gears[J]. Advanced Materials Research, 2001, 317/318/319: 548-551.
- [13] 赵宁,郭辉,方宗德,等. 直齿面齿轮修形及承载接触分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23(11): 2142-2146.
- ZHAO Ning, GUO Hui, FANG Zongde, et al. Modification and loaded contact analysis of spur face gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(11): 2142-2146. (in Chinese)
- [14] 唐进元,周炜,陈思雨. 齿轮传动啮合接触冲击分析[J]. 机械工程学报, 2011, 47(7): 22-30.
- TANG Jinyuan, ZHOU Wei, CHEN Siyu. Contact-impact analysis of gear transmission system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(7): 22-30. (in Chinese)
- [15] LIN Tengjiao, Ou H, LI Runfang. A finite element method for 3D static and dynamic contact/impact analysis of gear drives[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, 196(9/10/11/12): 1716-1728.
- [16] Bajer A, Demkowicz L. Dynamic contact/impact problems, energy conservation, and planetary gear trains[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(37/38): 4159-4191.
- [17] 肖利民,唐进元. 低噪声齿轮设计方法(一)[J]. 制造技术与机床, 1995(5): 30-32.
- XIAO Limin, TANG Jinyuan. Design method for gears with lower noise: I [J]. Manufacture Technology and Machine Tools, 1995(5): 30-32. (in Chinese)
- [18] Kuang J H, Yang Y T. An estimate of mesh stiffness and load sharing ratio of a spur gear pair[R]. Scottsdale, US: 12th International Power Transmission and Gearing Conference, 1992.