

文章编号:1000-8055(2013)09-2155-06

节点外啮合齿轮胶合承载能力中 平均摩擦因数的计算方法

孙永正, 朱如鹏, 鲍和云

(南京航空航天大学 机电学院 江苏省精密与微细制造技术重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 分析了现有胶合承载能力计算中平均摩擦因数计算方法的不足之处, 根据节点外啮合齿轮传动的啮合特点, 以相关标准中渐开线圆柱齿轮的计算公式为基础, 提出了一种更为合理且精度较高的平均摩擦因数计算方法, 以满足节点外啮合齿轮胶合承载能力计算的需要. 通过对内、外啮合副节点前啮合和节点后啮合实例的计算, 得出除外啮合节点前啮合以外, 利用标准计算得到的平均摩擦因数的误差都超过 18.5%, 而改进计算方法所得的误差都在 6.5% 之内, 证实了这种改进的平均摩擦因数计算方法具有更高的精度, 而且这一计算方法也适用于标准齿轮传动.

关 键 词: 平均摩擦因数; 节点前啮合; 节点后啮合; 节点外系数; 胶合

中图分类号: V232.8; TH132.413

文献标志码: A

Calculation of mean friction coefficient in scuffing strength for gear drive with meshing beyond pitch point

SUN Yong-zheng, ZHU Ru-peng, BAO He-yun

(Jiangsu Key Laboratory of Precision and Micro-Manufacturing Technology,

College of Mechanical and Electrical Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The shortcomings in current method of mean friction coefficient calculation of scuffing strength were analyzed. Based on the meshing characteristics of gear drive with meshing beyond pitch point and the formula of involute cylindrical gear in related standard, a more reasonable and accurate calculation method of mean friction coefficient was proposed to meet the need for calculation of scuffing strength of the gear drive with meshing beyond pitch point. Through calculating the examples of external-meshing and internal-meshing gear drive with meshing behind and before pitch points, it was found that errors of mean friction coefficients are more than 18.5% except external-meshing gear drive with meshing before pitch point, when they are calculated by standard formula; all of errors are less than 6.5% when they are calculated by improved formula, which confirms that the improved calculation method of mean friction coefficient is more accurate. This calculation method is also applicable to the normal transmission of gears.

Key words: mean friction coefficient; meshing before pitch point;

meshing behind pitch point; coefficient of beyond pitch point; scuffing

收稿日期: 2012-09-12

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130926.1103.201309.2155_031.html

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(NS2012050); 江苏省高校优势学科建设工程;

南京航空航天大学基本科研业务费专项科研项目(NS2012050, NP2011014)

作者简介: 孙永正(1987-), 男, 浙江嵊州人, 硕士生, 主要从事机械设计与机械传动研究.

节点外啮合是指一对齿轮啮合时,节点位于实际啮合线以外的状态.按节点与实际啮合线位置之间的关系,节点外啮合可分为节点前啮合与节点后啮合两种.由于啮合过程中齿面摩擦力的方向不改变,对于动力学性能有一定的改善,目前节点外啮合齿轮已用于航空齿轮传动等系统中.已有一些学者对节点外啮合齿轮的啮合几何特性和强度做了一定的研究.高明等^[1]定义了节点外啮合齿轮的节点外系数,通过优化算例提出了节点外啮合理论的应用可行性;王保民等^[2]指出,应取实际啮合线的中点作为节点外啮合齿轮齿面接触应力的计算点;蒋生发^[3]定性分析了节点外啮合齿轮接触强度、弯曲强度和齿面磨损等方面的特性;章永锋等^[4]提出在计算节点外啮合齿轮的接触应力时,应计算单对齿轮啮合区上若干点的应力,选取其中的最大值作为该对齿轮的接触应力.但针对节点外啮合齿轮胶合承载能力的研究还很少.

国内外学者对于齿轮摩擦已经有了较为深入的研究^[5-15],而摩擦因数是齿轮摩擦的重要体现因素,在齿轮胶合承载能力计算中平均摩擦因数是重要参数之一.平均摩擦因数是指齿面上参与啮合部分摩擦因数的平均值,相关标准中取节点处的摩擦因数作为其近似值.对于节点外啮合齿轮,由于节点不参与啮合,用节点处摩擦因数的值作为平均摩擦因数显然是不合理的.因此,有必要对节点外啮合齿轮胶合承载能力的平均摩擦因数进行分析,得到更为合理、精确的计算方法.

1 节点外啮合齿轮副的节点外系数

用节点外系数表示节点外啮合齿轮副节点远离实际啮合线的程度.如图1所示,为外啮合齿轮副节点外啮合示意图.其中图1(a)为节点前啮合,图1(b)为节点后啮合.节点前啮合时,节点外系数 λ 为线段PH与模数的比值,这里P为节点,H为两齿轮连心线与小齿轮齿顶圆交点;节点后啮合时,节点外系数 λ 为线段PI与模数的比值,这里I为两齿轮连心线与大齿轮齿顶圆交点.

图2为内啮合齿轮副节点外啮合示意图,其中图2(a)为节点前啮合,图2(b)为节点后啮合.节点前啮合时,节点外系数 λ 为线段PG与模数的比值,其中P为节点,G为两齿轮连心线的延长线与小齿轮齿顶圆交点;节点后啮合时,节点外系数 λ 可表示为线段PF与模数的比值,其中F为两齿轮连心线的延长线与大齿轮齿顶圆交点.

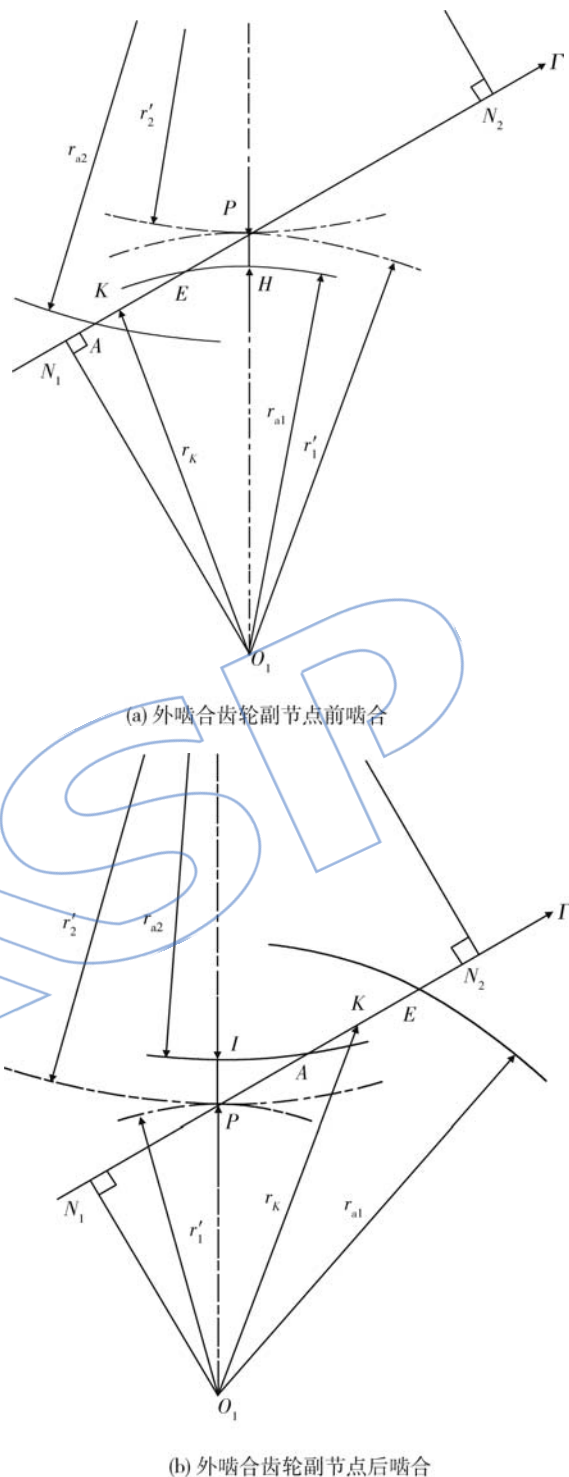


图1 外啮合齿轮副节点外啮合示意图

Fig. 1 Sketch of external-meshing gear drive with meshing beyond pitch point

由图1和图2可得节点前啮合齿轮副节点外系数 λ 为

$$\lambda = \frac{r'_1 - r_{a1}}{m} \quad (1)$$

式中 r'_1 为小齿轮节圆半径(mm); r_{a1} 为小齿轮齿顶圆半径(mm); m 为齿轮模数(mm).

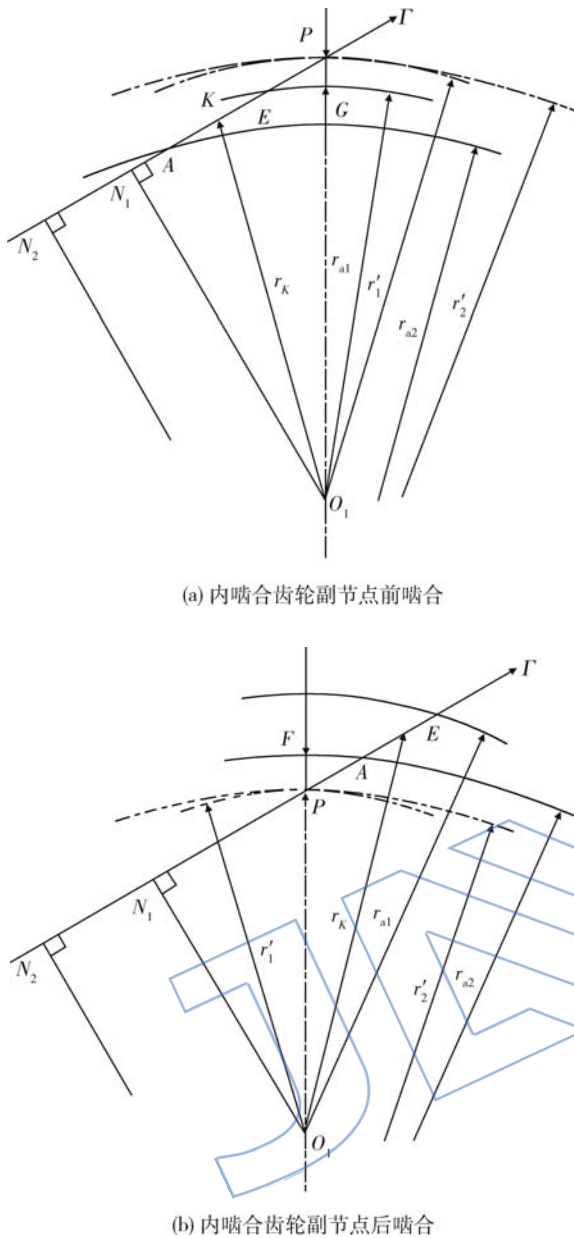


图2 内啮合齿轮副节点外啮合示意图

Fig. 2 Sketch of internal-meshing gear drive with meshing beyond pitch point

节点后啮合齿轮副节点外系数 λ 为

$$\lambda = \frac{\pm (r'_2 - r_{a2})}{m} \quad (2)$$

式中 r'_2 为大齿轮节圆半径(mm); r_{a2} 为大齿轮齿顶圆半径(mm); 本文出现的“ $\pm$ ”、“ $\mp$ ”号, 外啮合取上面的符号, 内啮合取下面的符号。

2 任意啮合点处切向速度之和与综合曲率半径的计算

如图1和图2所示, 在啮合线上建立如下坐标: 以节点 P 为坐标原点, 自节点向小齿轮基圆

与啮合线的切点 N_1 方向为负, 相反方向则为正; K 点为任意啮合点, A 为大齿轮齿顶啮合点, E 为小齿轮齿顶啮合点。

定义任意啮合点 K 的无量纲坐标 Γ 为

$$\Gamma = \frac{\overline{PK}}{\overline{PN_1}} = \frac{\tan \alpha_K}{\tan \alpha'_t} - 1 \quad (3)$$

式中 α_K 为小齿轮上 K 点的压力角($^\circ$); α'_t 为端面啮合角($^\circ$). 由上式可得大齿轮齿顶啮合点 A 的无量纲坐标 Γ_A , 单对齿轮啮合区下界点 B 的无量纲坐标 Γ_B , 单对齿轮啮合区上界点 D 的无量纲坐标 Γ_D 和小齿轮齿顶啮合点 E 的无量纲坐标 Γ_E 分别为

$$\begin{cases} \Gamma_A = \mp \frac{z_2}{z_1} \left[\frac{\tan \alpha_{a2}}{\tan \alpha'_t} - 1 \right] \\ \Gamma_E = \frac{\tan \alpha_{a1}}{\tan \alpha'_t} - 1 \\ \Gamma_B = \Gamma_E - \frac{2\pi}{z_1 \tan \alpha'_t} \\ \Gamma_D = \Gamma_A + \frac{2\pi}{z_1 \tan \alpha'_t} \end{cases} \quad (4)$$

式中 z_1 为小齿轮齿数; z_2 为大齿轮齿数; α_{a1} 为小齿轮齿顶圆压力角($^\circ$); α_{a2} 为大齿轮齿顶圆压力角($^\circ$).

用无量纲坐标 Γ 表示任意啮合点处的曲率半径为

$$\begin{cases} \rho_1 = \frac{1 + \Gamma}{u \pm 1} a' \sin \alpha'_t \\ \rho_2 = \frac{u \mp \Gamma}{u \pm 1} a' \sin \alpha'_t \\ \rho_{\text{red}, K} = 1 / \left[\frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} \right] \end{cases} \quad (5)$$

式中 ρ_1 为小齿轮渐开线任意啮合点处的曲率半径(mm); ρ_2 为大齿轮渐开线任意啮合点处的曲率半径(mm); $\rho_{\text{red}, K}$ 为齿轮啮合副任意啮合点处的综合曲率半径(mm); u 为齿数比, $u = z_2/z_1$; a' 为传动中心距(mm).

用 Γ 表示任意啮合点处的切向速度为

$$\begin{cases} v_{p1} = (1 + \Gamma) v' \sin \alpha'_t \\ v_{p2} = (1 \mp \Gamma/u) v' \sin \alpha'_t \\ v_{\Sigma K} = v_{p1} + v_{p2} \end{cases} \quad (6)$$

式中 v_{p1} 为小齿轮上任意啮合点处的切向速度(m/s); v_{p2} 为大齿轮上任意啮合点处的切向速度(m/s); $v_{\Sigma K}$ 为大、小齿轮任意啮合点处的切向速度之和(m/s); v' 为节圆线速度(m/s).

3 平均摩擦因数的计算方法

航空标准中,根据实际试验结果综合而成的任意啮合点 K 处的摩擦因数经验公式为^[5]

$$\mu_K = 0.12 \left[\frac{W_t R_a}{\eta_m v_{\Sigma K} \rho_{red, K}} \right]^{0.25} \quad (7)$$

式中 R_a 为渐开线齿形方向上齿面表面粗糙度的算术平均值(μm); W_t 为单位齿宽切向载荷(N/mm); η_m 为润滑油在本体温度 T_m 时的动力黏度($\text{mPa}\cdot\text{s}$),可近似取油温 T_{oil} 时的动力黏度. 将式

$$\mu_K = 0.12 \left[\frac{(u \pm 1)^2 W_t R_a}{(1 + \Gamma)(u \mp \Gamma)(2 + \Gamma \mp \Gamma/u) \eta_m a' v' \sin^2 \alpha'_t} \right]^{0.25} \quad (9)$$

当考虑载荷分配系数,且齿轮副的单位齿宽切向载荷按图 3 所示的理想状态进行分配时,摩擦因数的变化如图 4 所示.

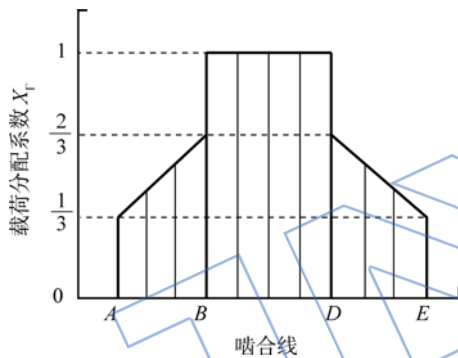


图 3 载荷分配系数示意图

Fig. 3 Sketch of load distribution coefficients

将齿轮任意啮合点处的摩擦因数 μ_K 在实际啮合线区域上进行积分,可以得到平均摩擦因数 μ_m 为

$$\mu_m = \frac{\int_{\Gamma_A}^{\Gamma_B} \mu_K d\Gamma + \int_{\Gamma_B}^{\Gamma_D} \mu_K d\Gamma + \int_{\Gamma_D}^{\Gamma_E} \mu_K d\Gamma}{\Gamma_E - \Gamma_A} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mu'_m &\approx \frac{(\mu'_A + \mu'_B)(\Gamma_B - \Gamma_A) + (\mu''_B + \mu''_D)(\Gamma_D - \Gamma_B) + (\mu'_D + \mu'_E)(\Gamma_E - \Gamma_D)}{2(\Gamma_E - \Gamma_A)} = \\ &= \frac{(0.76\mu''_A + 0.9\mu''_B)(\epsilon - 1)}{2\epsilon} + \frac{(\mu''_B + \mu''_D)(2 - \epsilon)}{2\epsilon} + \frac{(0.9\mu''_D + 0.76\mu''_E)(\epsilon - 1)}{2\epsilon} = \\ &= \frac{0.76(\epsilon - 1)(\mu''_A + \mu''_E) + (1.1 - 0.1\epsilon)(\mu''_B + \mu''_D)}{2\epsilon} \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $\mu'_A, \mu'_E, \mu'_B, \mu'_D$ 分别为 A, E, B, D 各点考虑载荷分配系数时的摩擦因数, $\mu''_A, \mu''_E, \mu''_B, \mu''_D$ 分别为 A, E, B, D 各点不考虑载荷分配系数时的摩擦因数,可通过式(9)计算得到; ϵ 为齿轮副重合度.

(7)中任意啮合点 K 处的参数换成节点 P 处的参数即可得到节点处的摩擦因数 μ_P 的表达式为

$$\mu_P = 0.12 \left[\frac{W_t R_a}{\eta_m v_{\Sigma P} \rho_{red, P}} \right]^{0.25} \quad (8)$$

式中 $v_{\Sigma P}$ 为大、小齿轮在节点 P 处切向速度之和(m/s); $\rho_{red, P}$ 为齿轮啮合副在节点 P 处的综合曲率半径(mm). 标准中即以 μ_P 代替平均摩擦因数 μ_m .

将式(5)和式(6)代入式(7),得齿轮任意啮合点处的摩擦因数 μ_K 的表达式为

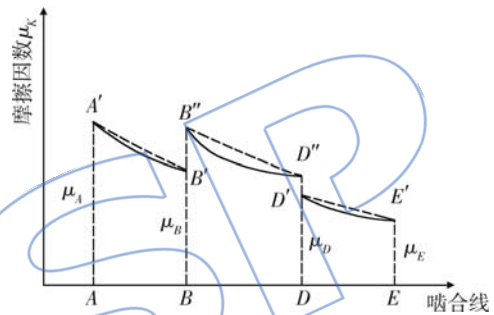


图 4 摩擦因数变化示意图

Fig. 4 Sketch of friction coefficients variation

由于上式无法得到解析解,不利于工程计算,为此,本文提出了一种简化计算方法.图 4 为节点外啮合摩擦因数变化示意图,结合图 1 和图 2,将实际啮合线分成单对齿轮啮合区 BD、双对齿轮啮合区 AB 和 DE 三部分.

假设摩擦因数在三个区间内都按线性规律分布,则式(10)中积分部分,即图 4 中曲线与横坐标轴围成的面积,可近似表示为 $ABB'A'$, $BDD'B''$, $DEE'D'$ 三个梯形面积之和,从而得到节点外啮合齿轮平均摩擦因数简化计算值 μ'_m 为

4 平均摩擦因数分析

对给定内、外齿轮啮合副系统(模数为 3,压力角为 20° ,大、小齿轮齿数为 90 和 31,齿顶高系

数为1),采用标准齿轮传动时,平均摩擦因数的积分值、简化值以及节点值如表1所示。

表1 标准齿轮传动摩擦因数

Table 1 Friction coefficients of standard transmission

摩擦因数	外啮合	内啮合
积分值	0.0620	0.0966
简化值	0.0618	0.0964
节点值	0.0705	0.1085

通过改变大齿轮变位系数,可得不同节点外系数的节点外啮合形式,根据式(9)~式(11)求得各平均摩擦因数,计算结果如图5所示。

图5中“*”为节点处摩擦因数随节点外系数的变化趋势,“x”为平均摩擦因数简化值随节点外系数的变化趋势,实线为平均摩擦因数积分值随节点外系数的变化趋势。

由图5可知,在节点外系数改变过程中,虽然啮合齿轮副的其他基本参数没有改变,但大齿轮变位系数发生了变化,导致节点位置发生改变,相应的节点处摩擦因数也会产生变化,其中内啮合齿轮副节点后啮合时变化最大。对于节点后啮合齿轮副,节点处摩擦因数大于平均摩擦因数积分值,两者的相对误差随节点外系数的增大而增大,这一趋势在内啮合齿轮副节点后啮合传动时尤为明显;而对于节点前啮合齿轮副,节点处摩擦因数小于平均摩擦因数积分值,两者的误差随节点外系数的增大变化不大;除外啮合齿轮副节点前啮合以外,其他三种情况下两者的误差都超过了18.5%。利用简化公式计算平均摩擦因数时,虽然计算结果与积分值略有不同,但相对误差都在6.5%以内,尤其是节点后啮合传动时,两组数据的误差更是在1%以内,这说明简化计算方法不仅精度极高,而且两者的变化趋势也十分吻合。对

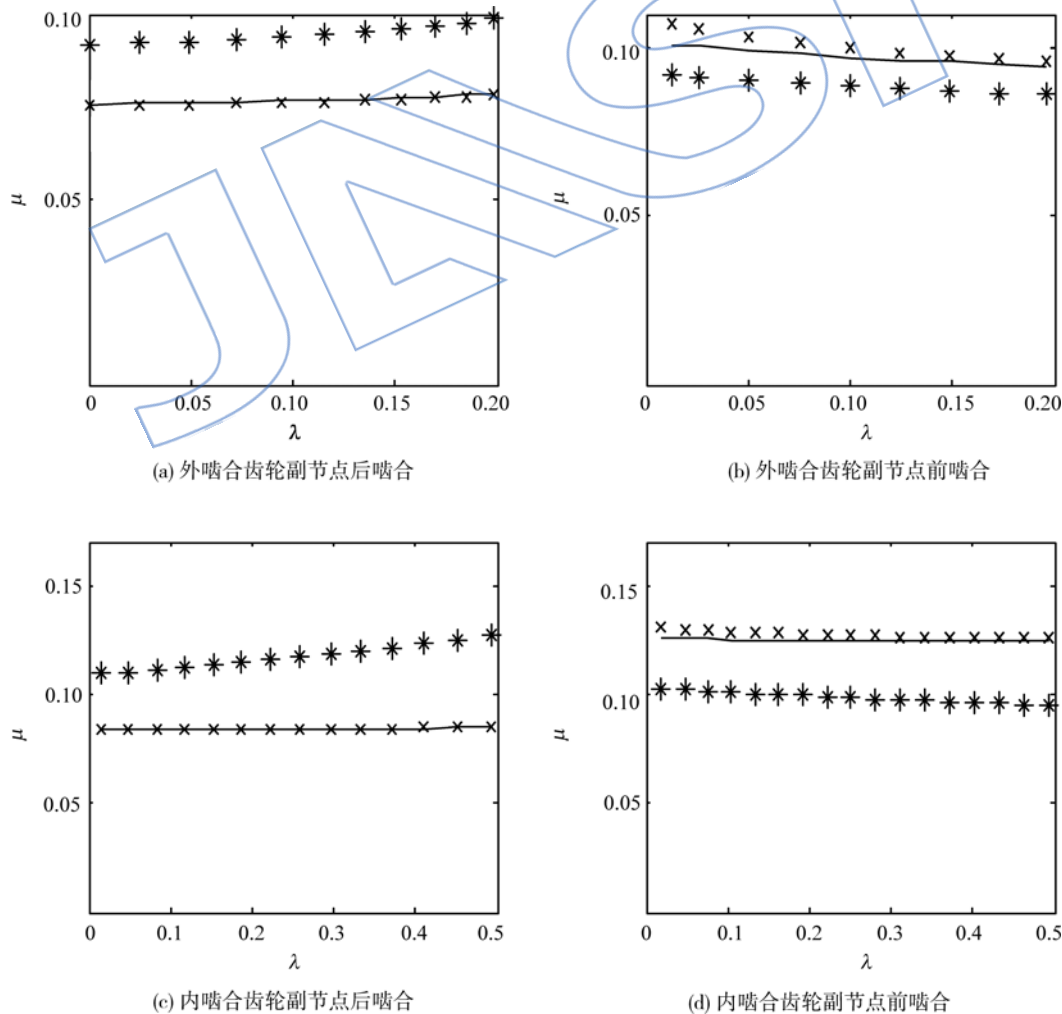


图5 节点外啮合齿轮副摩擦因数计算结果

Fig. 5 Result of friction coefficients of gear drive with meshing beyond pitch point

于标准齿轮传动,两种计算方法所得的平均摩擦因数都具有一定的精度,且简化计算公式所得的平均摩擦因数更接近积分值。

5 结 论

1) 相关标准中以节点处摩擦因数表示平均摩擦因数的方法,对于标准齿轮传动具有一定的精度,但对于节点外啮合齿轮传动,则存在较大的误差,而且在节点后啮合时,这一误差会随节点外系数的增大而增大。

2) 根据摩擦因数在单对齿轮啮合区和双对齿轮啮合区都按线性分布的假设,提出了一种平均摩擦因数的简化计算方法,方便工程中的设计计算。

3) 简化计算方法对于节点外啮合传动平均摩擦因数的计算具有较高精度,其计算结果随节点外系数变化的趋势与积分值相应的变化趋势相同,而且这一简化计算方法也适用于标准齿轮传动,具有通用性。

参考文献:

- [1] 高明,周英.节点外啮合理论应用在直齿圆柱齿轮变位系数优化中的研究[J].机械,1997,24(2):2-4.
GAO Ming,ZHOU Ying. Study of addendum modification coefficient optimization of spur gear engaging beyond pitch point[J]. Machinery,1997,24(2):2-4. (in Chinese)
- [2] 王保民,蒋学全.少齿数渐开线齿轮副啮合区域的研究[J].陕西工学院学报,2001,17(4):1-3.
WANG Baoming,JIANG Xuequan. Study of little teeth number involute gear-pair's engagement field[J]. Journal of Shaanxi Institute of Technology,2001,17(4):1-3. (in Chinese)
- [3] 蒋生发.节点外啮合齿轮传动的性能分析[J].江苏工学院学报,1984(1):56-61.
JIANG Shengfa. Performance analysis of gear drive with meshing beyond pitch point[J]. Journal of Jiangsu Institute of Technology,1984(1):56-61. (in Chinese)
- [4] 章永锋,刘卫真,艾永生.航标渐开线圆柱齿轮接触应力基本值计算方法的修订建议[J].航空标准化与质量,2009,6(1):15-18.
ZHANG Yongfeng,LIU Weizhen,AI Yongsheng. Modification proposal on the calculation method of contact stress basic value of involute cylindrical gear[J]. Aeronautic Standardization and Quality,2009,6(1):15-18. (in Chinese)
- [5] 航空工业部标准编制组.《航空渐开线圆柱齿轮胶合承载能力计算》介绍[J].航空标准化,1985(1):29-40.
- [6] Britton R D,Elcoate C D,Elanou M P, et al. Effect of surface finish on gear tooth friction[J]. Journal of Tribology,2000,122(1):354-360.
- [7] Vaishya M,Houser D R. Modeling and analysis of sliding friction in gear dynamics[C]// Proceedings of the 2000 ASME Design Engineering Technical Conferences. Baltimore,US:ASME,2000:601-610.
- [8] Vexlex P,Cahouet V. Experimental and numerical investigations on the influence of tooth friction in spur and helical gear dynamics[J]. Journal of Mechanical Design,2000,122(12):515-522.
- [9] Vaishya M,Singh R. Sliding friction-induced non-linearity and parametric effects in gear dynamics[J]. Journal of Sound and Vibration,2001,248(4):671-694.
- [10] 王永洁.齿轮胶合计算中平均闪温和重合度系数的探讨[J].哈尔滨工业大学学报,1986,6(sup):60-69.
WANG Yongjie. Average temperature increase and contact ratio in the method of integral temperature[J]. Journal of Harbin Institute of Technology,1986,6(sup):60-69. (in Chinese)
- [11] 张展,朱景梓,秦立高.渐开线内啮合圆柱齿轮传动[M].北京:国防工业出版社,1991.
- [12] Vaishya M,Singh R. Strategies for modeling friction in gear dynamics[J]. Journal of Mechanical Design,2003,125(6):383-393.
- [13] Vexlex P,Sainsot P. An analytical study of tooth friction excitations in errorless spur and helical gears[J]. Mechanism and Machine Theory,2002,37(7):641-658.
- [14] He S,Cho S,Singh R. Prediction of dynamic friction forces in spur gears using alternate sliding friction formulations[J]. Journal of Sound and Vibration,2008,309(1):843-851.
- [15] Diab Y,Ville F,Vexlex P. Prediction of power losses due to tooth friction in gears[J]. Tribology Transmission,2006,49(2):260-270.