

收-扩喷管与飞行器后体的一体化气动 优化设计

任超奇^{1,2}, 王 强^{1,2}, 胡海洋¹

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘 要: 以轴对称收-扩喷管与飞行器后体的气动特性为研究对象, 基于部分正交多项式的响应面法结合自编程序进行了三维流场的数值模拟. 选取流量系数和推力系数为优化指标, 选取收敛半角、喉道半径、扩张半角、底部面积和尾部收缩角为研究对象, 在两种工况下进行了分析. 通过响应面函数的构造及求解, 结果表明: 扩张半角和收敛半角对气动性能的影响程度约为 90%; 只考虑流量系数时, 收敛半角、喉道半径和底部面积的影响程度约为 85%; 只考虑推力系数时, 扩张半角的影响程度约为 85%; 只考虑 $H=0\text{ km}$, $Ma=0$ 工况时, 扩张半角、收敛半角和喉道半径的影响程度达到 90% 以上; 只考虑 $H=20\text{ km}$, $Ma=2$ 工况时, 扩张半角和收敛半角的影响程度达到 85% 以上.

关 键 词: 喷管-后体; 试验优化设计; 响应面法; 流量系数; 推力系数

中图分类号: V275

文献标志码: A

Integrated aerodynamic optimization design of convergent-divergent nozzle and vehicle afterbody

REN Chao-qi^{1,2}, WANG Qiang^{1,2}, HU Hai-yang¹

(1. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: The aerodynamic characteristics of axisymmetric convergent-divergent nozzle and vehicle afterbody were studied. Based on the response surface method of orthogonal polynomials by combining with the self-programming, the three-dimensional flow field was numerically simulated. Flux coefficient and thrust coefficient were selected as the optimization indicators, while half convergence angle, throat radius, half expansion angle, bottom area and tail contraction angle were selected as the research objects to analyse under two conditions. By constructing and solving the function of response surface, the results show that half convergence angle and half expansion angle affect about 90% of aerodynamic characteristics; half convergence angle, throat radius and bottom area affect about 85% when discussing flux coefficient only; half expansion angle affect about 85% when discussing thrust coefficient only; half convergence angle, half expansion angle and throat radius affect more than 90% when discussing condition $H=0\text{ km}$, $Ma=0$ only; half convergence angle and half expansion angle affect more than 85% when discussing condition $H=20\text{ km}$, $Ma=2$ only.

Key words: nozzle-afterbody; experiment optimization design;

response surface method; flux coefficient; thrust coefficient

对于典型跨声速和超声速的飞行器及其设计方案,后体长度只占机身总长度的 20%~25%,浸润面积(包括喷管、后体和尾翼)占全机的 1/3 左右,而后体阻力却占全机的 38%~50%^[1]. 对于更高性能要求的飞行器,除了需要高性能的先进航空发动机外,飞机本身的气动特性优化也是必不可少的. 对于这一点,占到全机阻力近一半的后体阻力自然是重点关注对象之一. 研究飞机喷管-后体一体化设计的必要性是不言而喻的. 本文采用基于正交试验和响应面法的多目标试验优化设计方法,对影响气动特性的参数进行分析和优化,得到了高推力、低损失的轴对称喷管-后体.

国外关于飞机喷管-后体一体化的研究报告大量出现在 20 世纪 70 年代以后. 美国航空航天学会(AIAA)和美国航空航天局(NASA)进行诸多实验研究^[2-4],得到了许多具有指导意义的结论. 20 世纪 80 年代起,研究人员开始通过数值计算的方法,使用不同的湍流模型来研究喷管-后体的问题^[5-7],虽然精确度不高,仍然对实际的设计工作有一定的指导意义. 我国起步较晚,王占学等^[8]数值模拟了单斜面膨胀喷管的内外流场,并分析了喷管膨胀比、自由流马赫数对后体阻力的影响. 由于方法限制,只研究了固定几何的几种工况. 徐嘉等^[9]运用遗传算法以后体阻力系数为设计目标对喷气飞机后体外形进行优化设计. 但由于遗传算法的计算量过大,不适合研究复杂几何或三维流场. 谢业平等^[10]耦合飞机后体阻力优化了航空发动机喷管喉道面积、喷管出口面积的调节计划,但仅考虑了上述两个变量.

试验优化设计方法^[11]是一种全过程、多目标优化设计方法,它从不同的优良性出发,合理设计试验方案,有效控制试验干扰,科学处理试验数据,全面进行优化分析,直接实现目标优化. 试验优化设计具有试验次数少、优化成果多、可靠性高、适用面广等特点,已成为现代应用数学和优化设计领域内最先进的设计方法之一.

吴雄^[12]基于部分正交多项式的响应面法结合数值模拟成功应用于固体火箭发动机燃气二次喷射系统参数优化设计,完成了对二次喷射位置、二次喷射角、二次喷射马赫数、二次喷射喉部直径和二次喷射总压 5 个参数的优化组合. 李喜喜^[13]对二元 S 弯喷管的气动与红外隐身进行了一体化设计,并对影响喷管气动性能和红外辐射特性的

参数进行分析和优化,得到了高推力、低红外辐射特性的混合排气二元 S 弯喷管. 目前国内外普遍采用此技术对固体火箭冲压发动机补燃室、单级入轨航天器布局、高速民机等各类优化问题进行研究^[14-16].

本文以轴对称收-扩喷管与飞行器后体为研究对象,基于部分正交多项式的响应面法结合自编程进行了三维流场的数值模拟,在确定了研究性能指标的权重后,对相关参数进行了优化设计研究,得到了各参数在不同目标下的影响程度并得到了最优解.

1 正交试验设计

在多因素、多取值水平试验中,若对每个因素的每个水平都互相搭配进行全面试验,试验次数将会很多. 以一体化喷管-后体(如图 1 所示)为例,在面积给定的条件下,影响喷管-后体气动性能的参数可能包括收敛片长度(为方便研究转化为收敛半角 α)、喉道半径 R_t 、扩张片长度(转化为扩张半角 β)、底部面积 A_b 、尾部收缩角 β_e . 若对这 5 个参数进行 4 水平全面试验,需做 $4^5=1024$ 次数值模拟. 采用正交试验设计方法时,只需选择全面试验中部分具有代表性的试验点进行数值模拟,在大量减少试验次数的同时可保证试验结果的客观和正确.

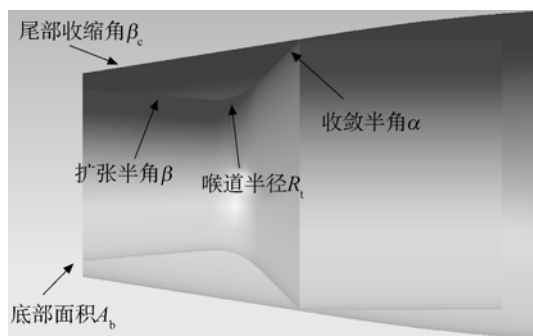


图 1 喷管-后体主要几何参数

Fig. 1 Main geometric parameters of nozzle-afterbody

1.1 多指标试验设计

综合评分法根据各项试验指标的重要程度分别赋予不同的权值,将多指标转化为单一综合指标进行评价,可方便地解决某些结果分析比较困难的多指标试验问题. 不过,该方法在将多指标转换为单一综合指标时一般存在一些问题^[17],进而

可能导致不同的计算结果. 区间取值(region taking value, RTV)综合评分法能较好地解决以上问题, 避免了由于量纲不同而造成的误差, 增加了不同量之间的可比性. 通过 RTV 综合评分法照顾到了各试验指标的重要性, 因而同时适用于指标大者为优、小者为优和某值为优的多指标试验设计过程.

1.2 基于部分正交多项式的响应面构造

常用的部分正交多项式由 Fisher 递推公式给出. 假设试验因素 z 等间隔取值, 即

$$z_{i+1} = z_i + \Delta \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中 Δ 为间隔值, N 为等间隔点数, 则多项式组

$$\begin{cases} \varphi_0(z_i) = 1 \\ \varphi_1(z_i) = \frac{z_i - \bar{z}}{\Delta} \\ \varphi_2(z_i) = \left(\frac{z_i - \bar{z}}{\Delta} \right)^2 - \frac{N^2 - 1}{12} \\ \vdots \\ \varphi_{k+1}(z_i) = \varphi_1(z_i) \varphi_k(z_i) - \frac{k^2(N^2 - k)}{4(4k^2 - 1)} \varphi_{k-1}(z_i) \end{cases} \quad (2)$$

满足正交条件

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \varphi_j(z_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^N \varphi_h(z_i) \varphi_j(z_i) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\bar{z}$ 为试验因素 z 的均值

$$\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^N z_i}{N} \quad (4)$$

由于正交多项式 $\varphi_j(z_i)$ 的值不一定为整数, 可令 $X_j(z_i) = \lambda_j \varphi_j(z_i)$ 为绝对值尽量小的整数, 从而方便实际应用^[11]. λ_j 是正交多项式的整数化处理系数, 常用值见表 1. 表中 $\lambda_j^2 S$ 为各项平方和.

根据试验测试结果 $[z_i, y_i] (i = 1, 2, \dots, N)$, 当不考虑各因素间的交互作用时, 试验指标与影响因素之间的多元回归响应面方程可用正交多项式表示为

$$\hat{y} = b_0 + b_1 X_1(z) + b_2 X_2(z) + \dots + b_p X_p(z) \quad (5)$$

式中 $\hat{y}$ 为目标函数, 如流量系数或推力系数; z 为试验因素, 如喷管收敛半角或扩张半角; p 为影响因素的数目; 多元回归系数表达式为

表 1 常用正交多项式系数表

Table 1 Orthogonal polynomial coefficient table used commonly

参数	N=2	N=3		N=4		
	φ_1	φ_1	φ_2	φ_1	φ_2	φ_3
λ_j	2	1	3	2	1	10/3
X_1	-1	-1	1	-3	1	-1
X_2	1	0	-2	-1	-1	3
X_3		1	1	1	-1	-3
X_4				3	1	1
$\lambda_j^2 S$	2	2	6	20	4	20

$$b_j = \frac{B_j}{D_j} = \frac{\sum_{i=1}^N X_j(z_i) y_i}{\sum_{i=1}^N X_j^2(z_i)} \quad (6)$$

式中 y_i 为试验因素 z 第 i 个取值水平所对应的指标和.

2 数值模拟方法及验证

2.1 离散格式

本文使用自编程序进行数值模拟, N-S 方程采用 ROE 格式及 3 阶精度 KOREN 限制器离散, 气体的比定压热容 c_p 和比热比 γ 是温度 T 与组分质量分数 ω 的函数^[18-19], 采用非线性湍流模型及采用隐式 lower upper symmetric Gauss-Seidel(LUSGS)时间推进法迭代求解

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = f(T, \omega_{O_2}, \omega_{CO_2}, \omega_{H_2O}) \quad (7)$$

气体静焓

$$h = \int_{T_0}^T c_p dT \quad (8)$$

式中 c_v 为气体的比定容热容; T_0 为气体初始温度.

2.2 湍流模型

本文使用非线性显式代数雷诺应力模型描述湍流应力与时均流场应变的关系, 使用 CG(Choi-Goldstein) $k-\epsilon$ 两方程模型及其输运方程确定湍流时间尺度. 文献[20]表明, 非线性显式代数雷诺应力模型在计算激波诱导边界层分离流和三维边界层流动时, 相比线性湍流模型, 精度明显提高.

雷诺应力-应变本构方程如下:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \min(C_\mu f_\mu k^{1/2} c_\epsilon y, \mu_{\text{eff}}) \cdot \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \text{div} U \right) - k a_{ij}^{\text{ex}} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (9)$$

$$a^{\text{ex}} = (1 - f_1^2) \cdot \frac{3B_2 - 4}{\max(\Pi_S, \Pi_S^{\text{eq}})} + f_1^2 \beta_3 \left(\Omega^2 - \frac{1}{3} \Pi_{nl} \right) \left(S^2 - \frac{1}{3} \Pi_{sl} \right) +$$

$$\left[f_1^2 \beta_4 - (1 - f_1^2) \cdot \frac{B_2}{2\max(\Pi_S, \Pi_S^{\text{eq}})} \right] (S\Omega - \Omega S) +$$

$$f_1^2 \beta_6 \left(S\Omega^2 + \Omega^2 S - \Pi_{nl} S - \frac{2}{3} IV I \right) + f_1^2 \beta_9 (\Omega S \Omega^2 - \Omega^2 S \Omega) \quad (10)$$

其中

$$S_{ij} = \frac{\tau}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\tau}{3} \text{div} U, \quad \Omega_{ij} = \frac{\tau}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

湍流时间尺度

$$\tau = \max \left\{ \frac{k}{\epsilon}, C_\tau \sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}} \right\}$$

基于 CG $k-\epsilon$ 模型输运方程如下:

$$\frac{D(\rho k)}{Dt} = \nabla \cdot [(\mu + \mu_{\text{eff}}/\sigma_k) \nabla k] + \rho(p - \epsilon) \quad (11)$$

$$\frac{D(\rho \epsilon)}{Dt} = \nabla \cdot [(\mu + \mu_{\text{eff}}/\sigma_\epsilon) \nabla \epsilon] + \rho \left(C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} p - f_2 C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \right) + E \quad (12)$$

上述方程中量符号的含义见文献[20].

2.3 数值验证

本文验证了某轴对称收-扩喷管^[21]的内外壁面压力分布. 给定进口总温为 300 K, 采用本文程序分别计算了 Ma 为 0.9, 落压比 NPR (nozzle pressure ratio, 量符号记为 R_{np}) 为 1.53 以及 Ma 为 1.2, R_{np} 为 10.1 两个工况, 并与试验数据 (EXP) 进行了对比. 如图 2 和图 3 所示, 图中 C_p 为压力系数. 由图可知, 本文采用数值模拟 (CAL) 方法所得到的结果满足工程实际的误差范围, 准确度相对较高.

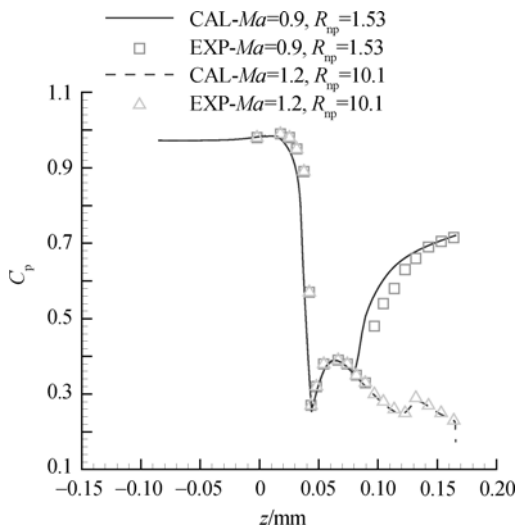


图 2 外壁面压力分布

Fig. 2 Pressure distributions of outer wall

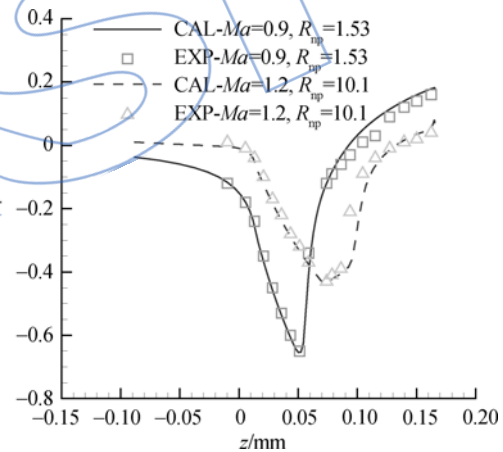


图 3 内壁面压力分布

Fig. 3 Pressure distributions of inner wall

3 多参数多状态喷管-后体一体化设计

3.1 设计要求

对于典型飞行器喷管-后体, 设计的主要目标是使喷管在保证流量的基础上获得尽可能高的推力, 从而满足设计点的气动性能要求. 现假设喷管各截面面积给定, 喷管出口面积 A_9 与喉道面积 A_8 之比 $A_9 : A_8 = 1.3$. 参考工况有两个, 分别是 $H=0$ km, $Ma=0$ 时, 落压比 $R_{np}=4.6$ 及 $H=20$ km, $Ma=2$ 时, 落压比 $R_{np}=17.5$.

喷管-后体气动性能的主要评价指标是流量

系数 C_d 和推力系数 C_f

$$\begin{aligned} C_d &= \dot{m}_a / \dot{m}_i \\ C_f &= T_a / T_i \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\dot{m}_a$ 和 $\dot{m}_i$ 分别代表实际流量和理想流量, T_a 和 T_i 分别代表实际推力和理想推力. 为保证喷管-后体性能的最优化, 对正交试验设计所需的无量纲气动性能指标 C_d 和 C_f 的目标取值区间取为 $[0.9, 1.0]$, 即根据 RTV 综合评分法可将其两者目标取值区间 $[0.9, 1.0]$ 内的分值定为 100, $[0, 0.9]$ 区间内的分值定为 0. 本文初步采用权重函数 $F_{C_d}=50$ 和 $F_{C_f}=50$ 的组合方式考核排气系统的综合性能, 在实际应用中, 可根据对目标函数的重视程度做相应的调整.

3.2 设计参数

3.2.1 参数选择

影响喷管-后体气动性能的参数选择收敛半角 α (收敛片长度)、喉道半径 R_t 、扩张半角 β (扩张片长度)、底部面积 A_b 以及尾部收缩角 β_c . 计算时壁面作为绝热壁处理.

3.2.2 取值水平选择

收敛半角 α 一般不宜超过 45° , 本文均匀选取 $\alpha_1=10^\circ$, $\alpha_2=20^\circ$, $\alpha_3=30^\circ$ 和 $\alpha_4=40^\circ$ 四个取值水平.

喉道半径 R_t 一般选取喉道截面半径 R_8 左右, 本文初步选择 $R_{t1}/R_8=0.85$, $R_{t2}/R_8=0.90$, $R_{t3}/R_8=0.95$ 和 $R_{t4}/R_8=1.00$ 四个取值水平.

扩张半角 β 不宜过小 (导致推力损失) 也不宜过大 (导致质量过大), 一般选取 $1^\circ \sim 20^\circ$ 左右. 本文选取 $\beta_1=4^\circ$, $\beta_2=8^\circ$, $\beta_3=12^\circ$ 和 $\beta_4=16^\circ$ 四个取值水平.

底部面积 A_b 会产生底部阻力, 不宜选取过大. 本文以喷管出口截面半径 R_9 为参考, 选取 $\frac{R_{b1}}{R_9}=1.05$, $\frac{R_{b2}}{R_9}=1.10$, $\frac{R_{b3}}{R_9}=1.15$ 和 $\frac{R_{b4}}{R_9}=1.20$ 四个取值水平, 其中 R_b 为底部半径.

尾部收缩角 β_c 的取值会影响到后体脱体激波的位置, 从而决定诱导边界层分离的位置和程度, 对后体阻力有重要的影响. 本文取 $\beta_{c1}=5^\circ$, $\beta_{c2}=10^\circ$, $\beta_{c3}=15^\circ$ 和 $\beta_{c4}=20^\circ$ 四个取值水平.

3.3 结果分析

根据喷管设计要求选定性能考核指标和所需考核的影响因素后, 即可按照最小正交设计表安排正交试验, 表 2 和表 3 所示为按照 $L_{16}(5^4)$ 正交表编制的数值试验算例及相应的仿真结果和极差分析, 其中 R 和 r 分别表示求和极差与平均极差, $score$ 为所得评分, 即综合指标 (量符号记为 y_{score}).

表 2 $L_{16}(5^4)$ 正交试验
Table 2 $L_{16}(5^4)$ orthogonal experiment

序号	$\alpha / (^\circ)$	R_t / R_8	$\beta / (^\circ)$	R_b / R_9	$\beta_c / (^\circ)$	C_d		C_f		y_{score}
						$H=0 \text{ km},$ $Ma=0$	$H=20 \text{ km},$ $Ma=2$	$H=0 \text{ km},$ $Ma=0$	$H=20 \text{ km},$ $Ma=2$	
1	10	0.85	4	1.05	5	0.989	0.988	0.995	0.946	79.50
2	10	0.90	8	1.10	10	0.990	0.988	0.991	0.944	78.25
3	10	0.95	12	1.15	15	0.990	0.988	0.982	0.937	74.25
4	10	1.00	16	1.20	20	0.990	0.988	0.973	0.930	70.25
5	20	0.85	8	1.15	20	0.988	0.986	0.992	0.945	77.75
6	20	0.90	4	1.20	15	0.988	0.987	0.996	0.947	79.50
7	20	0.95	16	1.05	10	0.990	0.988	0.973	0.930	70.25
8	20	1.00	12	1.10	5	0.988	0.987	0.982	0.937	73.50
9	30	0.85	12	1.20	10	0.986	0.985	0.982	0.938	72.75
10	30	0.90	16	1.15	5	0.987	0.986	0.971	0.929	68.25
11	30	0.95	4	1.10	20	0.987	0.986	0.995	0.947	78.75
12	30	1.00	8	1.05	15	0.988	0.987	0.991	0.945	77.75
13	40	0.85	16	1.10	15	0.985	0.985	0.970	0.929	67.25
14	40	0.90	12	1.05	20	0.987	0.986	0.980	0.936	72.25
15	40	0.95	8	1.20	5	0.987	0.986	0.991	0.945	77.25
16	40	1.00	4	1.15	10	0.987	0.987	0.995	0.947	79.00

表 3 正交试验仿真结果
Table 3 Simulation results of orthogonal experiment

分析类型	参数	α	R_t/R_8	β	R_b/R_9	β_c
单指标流量系数 C_d 极差分析	y_1	355.5	346.0	349.5	351.5	349.0
	y_2	351.0	349.5	350.0	348.0	350.5
	y_3	346.0	351.0	348.5	349.5	349.0
	y_4	345.0	351.0	349.5	348.5	349.0
	R	10.5	5.0	1.5	3.5	1.5
	r	2.63	1.25	0.38	0.88	0.38
单指标推力系数 C_t 极差分析	y_1	249.0	248.5	284.0	248.0	248.0
	y_2	251.0	247.0	272.0	247.5	250.0
	y_3	249.0	250.0	237.0	249.0	248.5
	y_4	246.5	250.0	202.5	251.0	249.0
	R	4.5	3.0	81.5	3.5	2.0
	r	1.13	0.75	20.38	0.88	0.50
单工况 $H=0\text{ km}$, $Ma=0$ 极差分析	y_1	350.0	343.5	366.0	346.5	345.0
	y_2	348.5	345.0	359.0	344.0	347.0
	y_3	343.5	347.5	338.5	346.0	345.0
	y_4	341.0	347.0	319.5	346.5	346.0
	R	9.0	4.0	46.5	2.5	2.0
	r	2.25	1.00	11.63	0.63	0.50
单工况 $H=20\text{ km}$, $Ma=2$ 极差分析	y_1	254.5	251.0	267.5	253.0	252.0
	y_2	253.5	251.5	263.0	251.5	253.5
	y_3	251.5	253.5	247.0	252.5	252.5
	y_4	250.5	254.0	232.5	253.0	252.0
	R	4.0	3.0	35.0	1.5	1.5
	r	1.00	0.75	8.75	0.38	0.38
综合指标 y_{score} 极差分析	y_1	302.25	297.25	316.75	299.75	298.50
	y_2	301.00	298.25	311.00	297.75	300.25
	y_3	297.50	300.50	292.75	299.25	298.75
	y_4	295.75	300.50	276.00	299.75	299.00
	R	6.50	3.25	40.75	2.00	1.75
	r	1.63	0.82	10.19	0.50	0.44

根据平均极差分析结果,在本文研究范围内影响喷管-后体气动性能的因素主次排列顺序为:扩张半角 β ($r=10.19$)、收敛半角 α ($r=1.63$)、喉道半径 R_t ($r=0.82$)、底部面积 A_b ($r=0.50$)、尾部收缩角 β_c ($r=0.44$)。在喷管设计过程中,若按本文的研究权重考虑后体-喷管性能,应重点关注

扩张半角 β 、收敛半角 α 和喉道半径 R_t 。
影响喷管-后体流量系数 C_d 的因素主次排列顺序为:收敛半角 α ($r=2.63$)、喉道半径 R_t ($r=1.25$)、底部面积 A_b ($r=0.88$)、扩张半角 β ($r=0.38$)、尾部收缩角 β_c ($r=0.38$)。
影响喷管-后体推力系数 C_t 的因素主次排列

顺序为:扩张半角 β ($r=20.38$)、收敛半角 α ($r=1.13$)、底部面积 A_b ($r=0.88$)、喉道半径 R_t ($r=0.75$)、尾部收缩角 β_c ($r=0.50$)。

影响喷管-后体在 $H=0$ km, $Ma=0$ 工况气动特性的因素主次排列顺序为:扩张半角 β ($r=11.63$)、收敛半角 α ($r=2.25$)、喉道半径 R_t ($r=1.00$)、底部面积 A_b ($r=0.63$)、尾部收缩角 β_c ($r=0.50$)。

影响喷管-后体在 $H=20$ km, $Ma=2$ 工况气动特性的因素主次排列顺序为:扩张半角 β ($r=8.75$)、收敛半角 α ($r=1.00$)、喉道半径 R_t ($r=0.75$)、底部面积 A_b ($r=0.38$)、尾部收缩角 β_c ($r=0.38$)。

4 响应面函数

4.1 响应面构造及检验

完成正交试验数值模拟算例后,通过方差分析和回归分析,由多元回归响应面方程(式(5))和正交方程组(式(2))可得到排气系统综合性能指标评分 y_{score} 与各影响因素的 3 次部分正交多项式响应面方程

$$y_{\text{score}} = b_0 + b_{11} X_1(\alpha) + b_{21} X_2(\alpha) + b_{31} X_3(\alpha) + b_{12} X_1(R_t) + b_{22} X_2(R_t) + b_{32} X_3(R_t) + b_{13} X_1(\beta) + b_{23} X_2(\beta) + b_{33} X_3(\beta) + b_{14} X_1(A_b) + b_{24} X_2(A_b) + b_{34} X_3(A_b) + b_{15} X_1(\beta_c) + b_{25} X_2(\beta_c) + b_{35} X_3(\beta_c) \quad (14)$$

式(4)所示 3 次响应面方程中各项的系数 b_{ij} , 相应的各系数偏差平方和 S_{ij} , 检验值 F_{ij} 和显著性水平 l_{ij} 见表 4, 其中

$$b_0 = \bar{y} = 74.78 \quad (15)$$

表 4 响应面方程系数及回归分析

Table 4 Response surface equation coefficient and regression analysis

计算项目	b_{ij}	S_{ij}	F_{ij}	l_{ij}
$X_1(\alpha)$	-0.29	6.61	186.71	0.005
$X_2(\alpha)$	-0.031	0.016	0.44	>0.25
$X_3(\alpha)$	0.05	0.20	5.65	0.100
$X_1(R_t)$	0.15	1.80	50.82	0.010
$X_2(R_t)$	-0.063	0.063	1.76	>0.25
$X_3(R_t)$	-0.044	0.15	4.32	0.250
$X_1(\beta)$	-1.76	246.75	6967.15	0.005
$X_2(\beta)$	-0.69	7.56	213.53	0.005

续表

计算项目	b_{ij}	S_{ij}	F_{ij}	l_{ij}
$X_3(\beta)$	0.18	2.45	69.18	0.005
$X_1(A_b)$	0.019	0.028	0.79	>0.25
$X_2(A_b)$	0.16	0.39	11.03	0.050
$X_3(A_b)$	-0.056	0.25	7.15	0.100
$X_1(\beta_c)$	0	0	0	>0.25
$X_2(\beta_c)$	-0.094	0.14	3.97	0.250
$X_3(\beta_c)$	0.063	0.31	8.82	0.100

如表 4 所示, 多项式 $X_2(\alpha)$, $X_2(R_t)$, $X_1(A_b)$, $X_1(\beta_c)$ 的偏差平方和与其他项相比小得多, 因此可归入误差平方和, 响应面方程的回归偏差平方和

$$S_b = S_1 + S_3 + S_4 + S_6 + S_7 + S_8 + S_9 + S_{11} + S_{12} + S_{14} + S_{15} = 266.63 \quad (16)$$

由于试验数据的总偏差平方和

$$S = \sum_{i=1}^{16} y_i^2 - \frac{1}{16} \left(\sum_{i=1}^{16} y_i \right)^2 = 266.73 \quad (17)$$

则剩余偏差平方和

$$S_r = S - S_b = 0.11 \quad (18)$$

4.1.1 回归系数显著性检验

显著性检验一般采用 F 检验法, 由于

$$F_{ij} = \frac{S_{ij}/f_{ij}}{S_r/f_r} \sim F_\alpha(f_{ij}, f_r) \quad (19)$$

式中 f_{ij} 为各系数偏差平方和自由度。

通过上式即可直接检验方程(14)中各系数项的显著性。如表 4 所示, $X_2(\alpha)$, $X_2(R_t)$, $X_1(A_b)$, $X_1(\beta_c)$ 项的显著性水平大于 0.25, 其置信度不足 75%, 应予以剔除。

4.1.2 响应面方程构造

剔除掉不满足显著性检验的各系数项后由此可得响应面方程

$$y_{\text{score}} = 74.78 - 0.29 X_1(\alpha) + 0.05 X_3(\alpha) + 0.15 X_1(R_t) - 0.044 X_3(R_t) - 1.76 X_1(\beta) - 0.69 X_2(\beta) + 0.18 X_3(\beta) + 0.16 X_2(A_b) - 0.056 X_3(A_b) - 0.094 X_2(\beta_c) + 0.063 X_3(\beta_c) \quad (20)$$

将式(2)和 $X_j(z_i) = \lambda_j \varphi_j(z_i)$ 代入上式, 经过化简后可得到最终的响应面方程

$$y_{\text{score}} = 3188.59 + 0.33\alpha - 0.013\alpha^2 + 0.00017\alpha^3 - 2982.35R_t + 3237.5R_t^2 - 1166.67R_t^3 + 2.40\beta - 0.32\beta^2 + 0.0091\beta^3 - 5827.56A_b + 5124.9A_b^2 - 1500A_b^3 + 0.78\beta_c - 0.066\beta_c^2 + 0.0017\beta_c^3 \quad (21)$$

4.1.3 响应面显著性检验

为加强响应面方程(21)的 F 检验灵敏度,取剩余偏差平方和自由度 $f_r=10$. 由于

$$S_b = 266.63, f_b = 15, S_r = 0.11$$

式中 f_b 为回归偏差平方和自由度. 于是有

$$F_b = \frac{S_b/f_b}{S_r/f_r} = \frac{266.63/15}{0.11/10} =$$

$$1676.9 > F_{0.001}(15,10) = 8.13 \quad (22)$$

F 检验表明,响应面方程(式(21))的显著性水平为 0.001,其置信度为 99.9%.

4.1.4 失检检验

由表 4 可知,剩余偏差平方和 S_r 比响应面方程中各系数偏差平方和 S_{ij} 都小得多,表明其贡献率很小. 这说明包含于剩余偏差平方和中的误差平方和也很小,从而失拟平方和也不会大,故可略去失检检验.

4.2 响应面最优值

根据设计参数的取值水平规定,最终响应面方程(式(20))中各参数的取值范围分别为 $\alpha \in [5, 45]$, $R_t \in [0.8R_8, R_8]$, $\beta \in [1, 16]$, $A_b \in (R_9, \infty)$, $\beta_c \in (0, 20]$. 在各变量的取值范围内对式(21)求极值,可得到各变量的最优组合

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ R_t \\ \beta \\ A_b \\ \beta_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 \\ 0.8R_8 \\ 4.77 \\ 1.18R_9 \\ 8.92 \end{bmatrix} \quad (23)$$

将式(23)代入响应面方程(式(21)),可得到排气系统气动与红外隐身综合性能预测最优值 $y_{\text{score}}^* = 85.09$.

5 结 论

本文通过数值模拟的方法研究了轴对称收-扩喷管-后体在以多状态为目标、多参数为指标的基于部分正交多项式的响应面设计方法,分析了不同目标下各指标对喷管-后体流场的影响,得到以下结论:

1) 根据本文的设计目标取值区间和权重组合,影响喷管-后体流场气动性能的各参数中,扩

张半角 β 和收敛半角 α 为主要影响因素,其影响程度约占到全部因素的 90%. 喉道半径 R_t 、底部面积 A_b 、尾部收缩角 β_c 影响程度较小. 通过优化得到的最优组合见式(23). 在工程应用中,可根据实际需要变更目标函数和设计参数及其取值范围.

2) 只考虑流量系数 C_d ,则收敛半角 α 、喉道半径 R_t 和底部面积 A_b 为影响性能的主要参数,影响程度约为 85%. 扩张半角 β 、尾部收缩角 β_c 影响较小.

3) 只考虑推力系数 C_t ,则扩张半角几乎起到决定性影响,其影响程度约为 85%. 其他各因素都影响较小.

4) 只考虑 $H=0\text{ km}$, $Ma=0$ 工况,则扩张半角 β 、收敛半角 α 和喉道半径 R_t 为主要影响因素,其影响程度达到 90% 以上. 底部面积 A_b 和尾部收缩角 β_c 影响较小.

5) 只考虑 $H=20\text{ km}$, $Ma=2$ 工况,则扩张半角 β 和收敛半角 α 为主要影响因素,其影响程度达到 85% 以上. 喉道半径 R_t 、底部面积 A_b 和尾部收缩角 β_c 都影响较小.

参考文献:

- [1] 吴达,郑克扬. 排气系统的气动热力学[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1989.
- [2] Sams H. F-15 propulsion system design and development[R]. AIAA 75-1042,1975.
- [3] Martens R E. F-15 nozzle-afterbody integration[J]. Journal of Aircraft,1976,13(5):327-333.
- [4] Berrier B L. Effect of nonlifting empennage surface on single-engine afterbody/nozzle drag at Mach numbers from 0.5 to 2.2[R]. NASA-TN-D-8326,1977.
- [5] Goldberg U C, Gorski J J, Chakravarthy S R. Afterbody flowfield computations at transonic and supersonic Mach numbers[R]. Journal of Propulsion,1985,3(1):56-61.
- [6] Bergman B K, Treiber D A. The application of Euler and Navier-Stokes methodology to 2-D and 3-D nozzle-afterbody flowfields[R]. AIAA 88-0274,1988.
- [7] Compton W B. Navier-Stokes simulation of nozzle-afterbody flows with jets at off-design conditions[R]. AIAA 91-3207,1991.
- [8] 王占学,黄杰,唐狄毅. 喷管/飞行器后体一体化数值模拟[J]. 西北工业大学学报,2000,18(4):587-590.
WANG Zhanxue, HUANG Jie, TANG Diyi. Numerical simulation of integration of nozzle/vehicle-afterbody[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2000, 18(4):587-590. (in Chinese)
- [9] 徐嘉,蔡晋生,段焰辉. 轴对称喷气式飞机后体减阻优化设计[J]. 航空工程进展,2010,1(4):356-360.

- XU Jia, CAI Jinsheng, DUAN Yanhui. Optimization design of drag reduction for the axisymmetric afterbody of a jet airplan[J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2010, 1(4): 356-360. (in Chinese)
- [10] 谢业平, 尚守堂, 李建榕, 等. 基于安装性能的航空发动机中间状态喷管调节计划优化[J]. *航空动力学报*, 2014, 29(1): 175-180.
- XIE Yeping, SHANG Shoutang, LI Jianrong, et al. Optimization of aero-engine nozzle control schedule under the maximum dry thrust condition based on installation performance[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2014, 29(1): 175-180. (in Chinese)
- [11] 任露泉. 试验设计及其优化[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- [12] 吴雄. 固体发动机燃气二次喷射理论与试验研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2007.
- WU Xiong. Gas secondary injection theoretical and experimental study of solid engine[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007. (in Chinese)
- [13] 李喜喜. 飞行器排气系统气动和红外隐身一体化设计研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2013.
- LI Xixi. Integrated design of aerodynamic and infrared stealth for aircraft exhaust system[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013. (in Chinese)
- [14] 胡建新. 含硼推进剂固体火箭冲压发动机补燃室工作过程研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2006.
- HU Jianxin. Boron propellant solid rocket ramjet combustion chamber work process studies[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006. (in Chinese)
- [15] 陈小前. 飞行器总体优化设计理论与应用研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2002.
- CHEN Xiaoqian. Optimization design theory and application of the vehicle system[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2002. (in Chinese)
- [16] 罗世彬. 高超声速飞行器机体/发动机一体化及总体多学科设计优化方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2004.
- LUO Shibin. Research on airframe/engine integration issues and multidisciplinary design optimization methods for airbreathing hypersonic vehicle[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2004. (in Chinese)
- [17] 赵选民. 试验设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [18] Gupta R, Yos J, Thompson R. A review of reaction rates and thermodynamic and transport properties for the 11-species air model for chemical and thermal nonequilibrium calculations to 30000 K[R]. NASA Technical Memorandum, TM101528, 1989.
- [19] 张世铮. 燃气热力性质的数学公式表示法[J]. *工程热物理学报*, 1980, 1(1): 10-16.
- ZHANG Shizheng. Polynomial expressions of thermodynamic properties of the products of combustion of fuel with air[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 1980, 1(1): 10-16. (in Chinese)
- [20] HU Haiyang, BAI Peng, WANG Qiang. High efficient numerical simulation of infrared radiation from a hot exhaust nozzle[J]. *Communications in Computational Physics*, 2012, 11(4): 1182-1204.
- [21] Carlson J R. Computational prediction of isolated performance of an axisymmetric nozzle at Mach number 0.90[R]. NASA Technical Memorandum, TM4506, 1994.