

双弯曲入射激波的可控中心体内收缩 基准流场设计

李永洲, 张堃元, 朱 伟, 杨顺凯

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 采用有旋特征线法设计了一种双弯曲入射激波的可控中心体内收缩基准流场, 两道入射激波交于中心体起始点, 入射激波和反射激波通过给定激波径向总压恢复系数分布进行反设计, 壁面通过给定轴向马赫数分布规律进行反设计. 该基准流场分为“三波四区”且压缩效率较高. 基于该基准流场设计了圆形进口内收缩进气道并进行了黏性修正, 数值计算结果表明: 内收缩进气道设计点核心区的流场特征和激波形状与基准流场基本一致; 在来流马赫数为 4.0~7.0 时进气道具有较高的压缩效率和良好的流量捕获能力, 设计点喉道截面增压比和总压恢复系数分别为 17.7 和 0.729; 来流马赫数为 5.0~7.0 时内部总阻力系数变化平缓, 从 0.23 下降为 0.22.

关 键 词: 高超声速进气道; 基准流场; 弯曲激波; 中心体; 反设计

中图分类号: V439

文献标志码: A

Design for inward turning basic flowfield with controlled center body and two incident curved shock waves

LI Yong-zhou, ZHANG Kun-yuan, ZHU Wei, YANG Shun-kai

(College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A basic flowfield with controlled center body and two incident curved shock waves was designed by rotational method of characteristics. The two incident shock waves were intersected at the initial point of the center body. Both incident shock waves and reflected shocks were inversely designed by the given radial total pressure recovery coefficient distribution, and the wall was inversely designed by the given axial Mach number distribution. The basic flowfield with high compression efficiency was divided into three shock waves and four regions. On the basis of the basic flowfield, the inward turning inlet with circle shape intake was designed and corrected by viscosity. The computational results indicate that the flowfield characteristics and the shock waves of inward turning inlet are consistent with those of the basic flowfield at design point. The inlet has good compression efficiency and mass capture ratio with incoming Mach number varying from 4.0 to 7.0. At design point, the compression ratio of the throat is 17.7 and the total pressure recovery coefficient is 0.729. The internal total drag coefficient decreases from 0.23 to 0.22 with incoming Mach number varying from 5.0 to 7.0.

Key words: hypersonic inlet; basic flowfield; curved shock wave; center body; inverse design

2013年5月1日,由美国空军研究实验室与国防高级研究计划局联合主持研制的碳氢燃料超燃冲压发动机验证机 X-51A^[1]第4次试飞取得成功,极大地鼓舞了世界高超声速飞行研究人员.高超声速进气道作为超燃冲压发动机的关键部件,其总体性能和出口流场直接影响超燃冲压发动机的性能.高超声速内收缩进气道采用激波和等熵压缩波进行三维压缩,其压缩效率明显高于传统的二元^[2]、轴对称^[3]以及侧压式进气道^[4],具有捕获能力强、非设计状态性能好等优势.高超声速内收缩进气道一般主要采用流线追踪技术在基准流场中“割出”部分封闭流线生成进气道无黏型面,然后通过附面层修正得到最终型面,进气道的性能直接由基准流场决定,因此提升基准流场的性能显得尤为重要.1942年,德国空气动力学家 Busemann 提出了一种内收缩流场,该流场属于锥形流的范畴.它靠等熵压缩波和一道结尾激波压缩,虽然压缩效率高但是长度过长、起动困难,因此通过截短的 Busemann 流场^[5-6]来取代基准 Busemann 流场,采用流线追踪技术^[7]减小内压缩程度来改善起动性能.美国兰利研究中心 Smart 以倒置的等熵喷管流场为基准流场,设计了矩形转椭圆进气道并进行了风洞实验^[8].牛津大学 Matthews 等^[9]设计了等楔角流场与等压力梯度流场.国内尤延铨等^[10]研究了给定直/曲母线锥形流场特点和性能,郭军亮等^[11]为了改善出口流场均匀性将 ICFA(internal conical flow “A”)流场和 Busemann 流场组合得到 ICFC(internal conical flow “C”)和 ICFD(internal conical flow “D”)流场.贺旭照等^[12]将 ICFA 流场和三次母线结合得到一种内收缩流场,然后采用密切乘波体方法实现了前体进气道一体化设计.南向军等通过给定壁面压力分布反设计基准流场,设计方转圆进气道并进行了实验^[13-14].马赫数分布可控基准流场^[15]从另一个角度控制壁面参数来设计高性能的基准流场,进一步拓宽了基准流场设计方法.文献^[16]将前缘入射曲激波分解为一道较弱弯曲激波和部分等熵压缩波,基准流场压缩效率明显提高.上述基准流场中,绝大部分是典型的两波结构,即存在一道弯曲入射激波和一道反射激波.

随着高超声速飞行器的工作范围不断扩大,为了兼顾宽马赫数范围尤其是巡航点的总体性能,其设计马赫数将不断增加.对于高超声速内收缩进气道而言,此时气流只通过一道弯曲入射激

波和一道反射激波压缩造成的激波损失将显著增大.在二元和轴对称进气道设计中,通常采用多波系压缩代替单波压缩来提升压缩效率.此外,高超声速飞行器设计中通常使用前体对气流进行预压缩,然后进气道进一步压缩气流,这样便存在前体和进气道如何一体化设计问题^[17].另外,内收缩基准流场中为了减弱反射激波强度,通过采用“下凹圆弧”中心体来弥散反射激波^[18].在以上研究基础上,本文基于有旋特征线法(method of characteristic, MOC)给出了一种双弯曲入射激波的可控中心体内收缩基准流场(下文简称基准流场)设计方法,一方面可以提高高型面设计马赫数时基准流场的压缩效率;另一方面可以将内收缩进气道直接作为前体,实现前体/进气道完全一体化设计.通过对设计的基准流场有旋特征线法和 CFD 数值计算结果比较,验证了设计方法的正确性;然后对基于基准流场设计的圆形进口内收缩进气道设计点和非设计点的总体性能进行评估.

1 新型基准流场设计

本文研究的基准流场是二维轴对称流场且全场超声速,可以采用有旋特征线法来设计.基准流场的流场结构见图1,它分为“三波四区”,三波为两道入射激波(AC和CD)和一道反射激波(CF),四区分别为:①第1道入射激波波前区;②两道入射激波的波间区;③第2道入射激波与反射激波的波间区;④反射激波后的波后调整区.3道激波 AC、CD 和 CF 通过给定强度沿径向的分布进行反设计,AB、DE 和 CG 分别是3道激波所决定的压缩面.以 CD 为例,此时激波波前流场已经解出,然后从 C 点开始利用激波关系式求解波后参数,如此类推计算出激波波后其余点,直至激波 CD 与壁面 AD 相交.接着以激波 CD 波后点作为初值线计算波后流场,同时从 D 点出发进行流线追踪得到对应的压缩面 DE,CE 为结尾有旋特征线.压缩面 BD 和 EF 可通过给定马赫数分布规律反设计^[15];中心体曲线 CGH 中的 GH 是与 CG 相切的二次曲线,当然 GH 也可以通过给定壁面参数进行反设计.设计过程中要求两道入射激波交于中心体起始点 C,出口 FH 尽可能均匀.可以看出,通过调整两道入射激波强度以及后接的沿程马赫数分布可以分配②和③区的压缩比和压缩效率;调整 EF 的马赫数梯度分布不但可以调整外压缩比和内收缩比,而且可以控制壁面附面层稳定性.由于压缩面 BD 和 EF 是等熵压

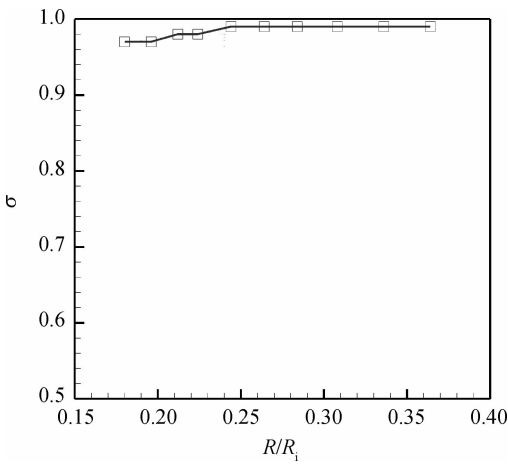


图 5 反射激波沿径向的总压恢复系数分布
Fig. 5 Radial total pressure recovery coefficient distribution of the reflect shock wave

出,两者都很好地保持了给定的总压恢复系数分布即 $\sigma=0.99$. 由于靠近中心体附近两道入射激波开始相交,第二道入射激波后的总压恢复系数有所下降,与给定的设计值存在一定差别.

从图 6 中可以看出,有旋特征线法和 CFD 计算的壁面沿程马赫数(Ma)分布基本一致,有旋特征线法对于激波的捕获精度更高. 第 2 道入射波后沿程马赫数分布符合给定的马赫数梯度线性分布,即马赫数分布梯度为常数. 以上算例说明本文的有旋特征线法程序是正确可靠的.

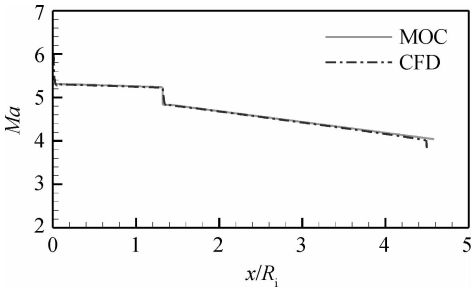


图 6 有旋特征线法与 CFD 计算的壁面沿程马赫数分布
Fig. 6 Mach number distribution along wall between rotational MOC and CFD results

2 内收缩进气道设计与性能分析

2.1 内收缩进气道设计

在上节设计原则指导下,进一步调整基准流场的设计参数进行内收缩进气道的设计. 考虑到第 2 道入射激波与反射激波间的壁面较长,通过调整该段壁面马赫数分布在提高等熵压缩比的同时减小内收缩比以利于进气道自起动,取马赫数梯度沿程不断减小的分布规律:

$$Ma(x) = Ma_0 - [a(x - x_0)^2 - b(x - x_0)] \tag{2}$$

式中 b 为系数,此处取 $a=-0.35$ 和 $b=1.2$. 其余设计参数按照表 1 选取,通过特征线法程序设计基准流场,此时基准流场的总收缩比 $R_{ct}=7.5$,内收缩比 $R_{ci}=2.1$, $L/R_i=4.5$. 基准流场设计点 ($Ma_\infty=6.0$)和接力点 ($Ma_\infty=4.0$)的出口截面总体性能参数见表 2,按照截面质量平均得出. 表中 φ 为流量系数, p/p_0 为增压比.

表 2 基准流场的性能参数				
Table 2 Performance parameters of basic flowfield				
Ma_∞	φ	σ	p/p_0	Ma_e
6.0	1.00	0.912	20.1	3.47
4.0	0.84	0.969	19.7	1.97

在该轴对称基准流场基础上,选取圆形进口进行流线追踪^[7]得到内收缩进气道的无黏型面,见图 7,该型面外压缩段有明显的转折,唇口稍微下凹,这是由于中心体占据了对称轴附近空间所致. 内收缩进气道总收缩比 $R_{ct}=7.7$,内收缩比 $R_{ci}=2.1$. 沿流线进行附面层修正^[20]得出内收缩进气道最终型面 $R_{ct}=5.1$, $R_{ci}=1.7$. 隔离段长度取 7 倍的喉道当量直径.

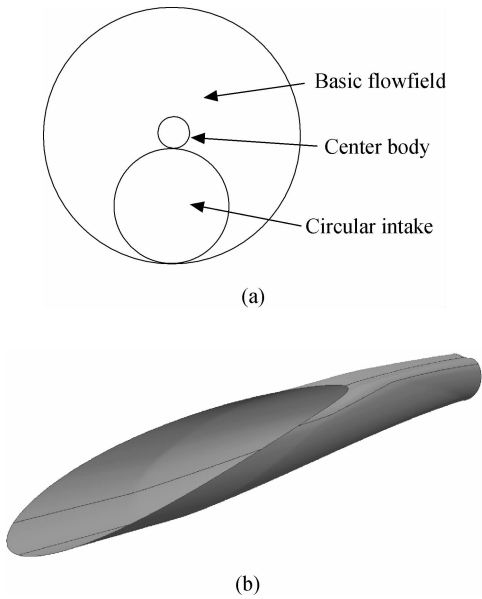


图 7 进口截面与进气道无黏构型
Fig. 7 Schematic of intake plane and inviscid inlet configuration

2.2 内收缩进气道流场及性能

采用 Fluent 软件对收收缩进气道进行三维数

值模拟, 通量差分采用 advection upstream splitting method(AUSM)格式, 湍流模型为 re-normalization group(RNG) $k-\epsilon$ 模型, 2 阶迎风格式离散, 标准壁面函数法, 分子黏度采用 Sutherland 公式计算. 由于内收缩进气道几何条件及流动状态的对称性, 取模型的一半计算, 壁面附近对网格进行加密, 网格总数在 100 万左右. 文献[14]对该计算方法的可信度进行了校核, 结果表明, 该方法能较准确地模拟高超声速内收缩进气道的复杂流场结构, 计算结果具有较高的可信度. 具体来流条件见表 3, 总体性能参数按截面质量平均得出. H 表示飞行高度, p 为静压, T 为静温, q 为动载.

表 3 不同飞行条件下的来流参数

Table 3 Flow parameters of different flight conditions

Ma_∞	H/km	p/Pa	T/K	q/kPa
4.0	17	8850	216.65	99.1
5.0	21	4729	217.58	82.8
6.0	25	2549	221.55	64.3
7.0	29	1390	225.52	47.7

内收缩进气道的流场结构见图 8 和图 9, 从图 8 可以看出, 在对称面外压段明显存在双弯曲入射激波, 高来流马赫数时反射激波也很弱, 隔离段内反射波系不明显. 随着来流马赫数增加, 两道入射激波不断靠近唇口且激波不断弯曲, 在设计点仍存在少量溢流, $Ma_\infty=7.0$ 时两道入射激波打入唇口内; 反射激波与顶板的交点不断后移, 设计点正好打在肩部, 打在肩部之后造成小范围分离. 接力点入射激波强度较弱, 过唇口的流线在经过入射激波时转折角变小, 溢流窗也随之减小, 流量系数较高. 从喉道和出口截面马赫数分布可以看出, 随着来流马赫数的增加, 虽然出口截面的涡流区不断增加, 但是喉道和出口截面的均匀性良好. 设计点主流区占出口截面一半以上, 接力点更是达到 $2/3$ 以上. 一方面是因为设计的基准流场

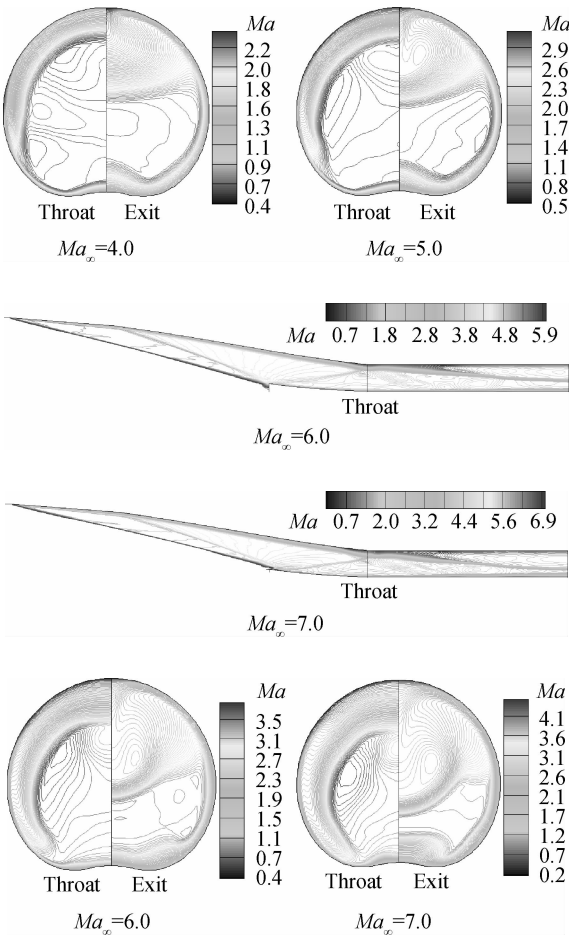


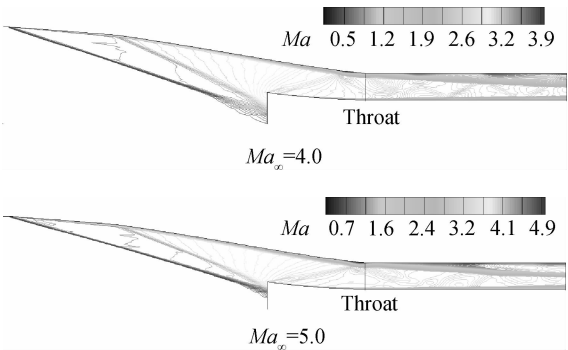
图 8 不同来流马赫数下对称面、喉道和出口马赫数分布
Fig. 8 Mach number distribution in the symmetry, throat and exit planes at different incoming Mach numbers

反射激波较弱; 另一方面是肩部附近的马赫数梯度不断减小, 没有产生大的分离.

图 9 可以看出, 设计点内收缩进气道外压段流场结构良好, 横截面的波系很好地保持了锥形激波特点且第 1 道入射激波紧贴内收缩进气道前缘, 第 2 道入射激波沿流向不断向第 1 道入射激波靠近且在唇口板前缘处相交, 唇口附近存在少量溢流. 内压缩段内存在一道反射激波, 气流在横向压力梯度下沿侧板开始向对称面方向下洗(图 10), 下洗的气流在对称面形成对涡结构并在隔离段内不断发展, 主流被挤向两侧. 总之, 设计点时内收缩进气道核心区的流场结构较好的保持了基准流场的波系结构和流场特点.

有黏条件下, 壁面马赫数为零, 图 11 给出了基准流场和黏性修正后内收缩进气道在对称面与顶板交线处的沿程压力分布, 两者吻合较好, 说明黏性修正方法效果比较理想.

表 4 给出内收缩进气道不同来流马赫数时喉



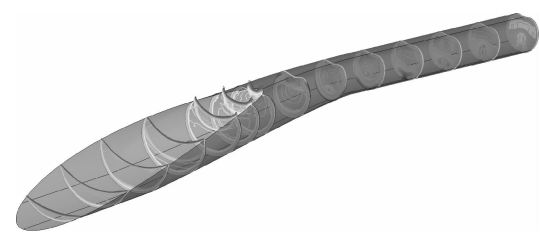


图 9 设计点内收缩进气道沿程横截面马赫数分布
($Ma_\infty=6.0$)

Fig. 9 Mach number distribution of each cross sections of inward turning inlet along the flow direction at design point ($Ma_\infty=6.0$)

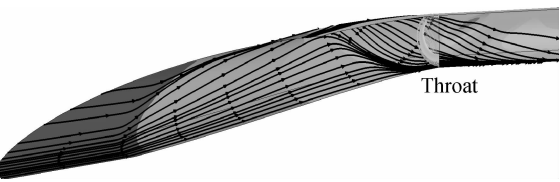


图 10 设计点内收缩进气道壁面静压分布与极限流线
($Ma_\infty=6.0$)

Fig. 10 Surface static pressure distribution and limit streamlines of inward turing inlet at design point ($Ma_\infty=6.0$)

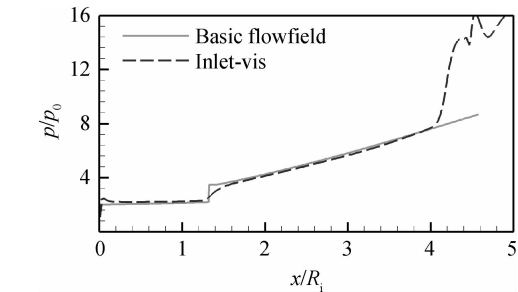


图 11 基准流场和黏性修正后内收缩进气道在对称面与顶板交线处的沿程压力分布

Fig. 11 Pressure distribution along the intersecting line of top wall and symmetry plane of basic flowfield and inward turning inlet corrected by viscosity

表 4 不同来流马赫数时喉道和出口截面性能参数

Table 4 Performance parameters at throat and exit planes at different incoming Mach numbers

Ma_∞	φ	喉道截面			出口截面		
		σ_{th}	p_{th}/p_0	Ma_{th}	σ_e	p_e/p_0	Ma_e
4.0	0.80	0.846	11.6	2.17	0.732	13.2	1.98
5.0	0.91	0.800	13.7	2.80	0.665	15.5	2.56
6.0	0.98	0.729	17.7	3.26	0.561	20.0	2.92
7.0	1.00	0.660	22.7	3.64	0.454	26.6	3.10

道和出口截面的总体性能参数,随着来流马赫数增加,流量系数不断增加但趋势变缓, $Ma_\infty=4.0$ 时流量系数 φ 也高达0.80,设计点的流量系数达到了0.98.随着来流马赫数增加,喉道和出口截面的增压比(p_{th}/p_0)不断增加同时喉道总压恢复系数 σ_{th} 不断下降,设计点喉道增压比为17.7时喉道总压恢复系数为0.729,经过隔离段到达出口时,出口总压恢复系数 σ_e 降为0.561,相对降低了23.0%;接力点喉道总压恢复系数为0.846,出口总压恢复系数降为0.732,相对降低了13.5%.出口截面的平均马赫数(Ma_e)不断增加但幅度减小,变化范围在2.0~3.1.与文献[21]中基于优化后基准流场设计的圆形进口进气道相比,设计点在压比相等条件下,其喉道截面的总压恢复系数相对降低了0.8%;在接力点其相对提高了5.4%,此时压比降低了3.2.总体而言,基于基准流场设计的内收缩进气道在设计点尤其是低于设计点时具有良好的性能同时出口流场更加均匀.

对于内收缩进气道的内部阻力,分为压差阻力和摩擦阻力.阻力系数 C_d

$$C_d = D / (0.5 \cdot \rho_0 \cdot v_\infty^2 \cdot A) = D / (0.5 \cdot \rho_0 \cdot k \cdot Ma_\infty^2 \cdot A) \quad (3)$$

其中 D 为阻力,参考面积 A 选为进口的捕获面积.不同来流马赫数时的阻力系数见图12,随着来流马赫数增加,压差阻力系数 C_{dp} 减小而摩擦阻力系数 C_{df} 不断增加.来流马赫数从4.0增加到7.0,摩擦阻力系数从0.06增加到0.11.随着来流马赫数增加,来流静压不断的降低,虽然此时激波强度增加,但是总体静压水平较低,因此压差阻力不断减小.对于压差阻力系数,由于来流动载中

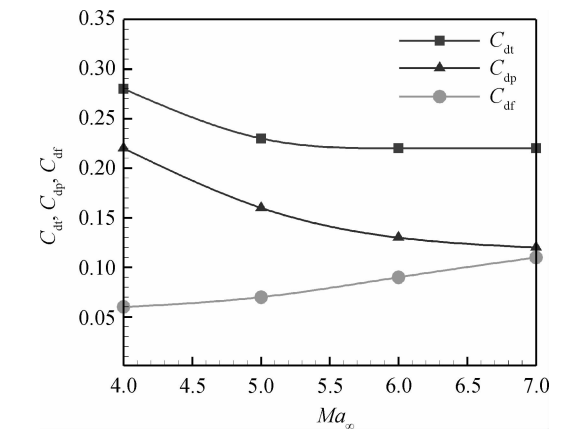


图 12 不同来流马赫数时内收缩进气道的内部阻力特性
Fig. 12 Internal drag characteristics in inward turning inlet at different incoming Mach numbers

也含有静压 p_0 , 所以来流马赫数占主导地位. 来流马赫数从 4.0 增加为 6.0, 压差阻力系数从 0.22 减为 0.13. 在总阻力 D_t 中压差阻力占主导地位, 但是压差阻力占总阻力的比例随着来流马赫数的增加而不断减小, 从 $Ma_\infty = 4.0$ 时 79% 降低到 $Ma_\infty = 7.0$ 时 55%. 总阻力系数 C_{dt} 不断减小但趋势变缓, $Ma_\infty = 5.0$ 到 $Ma_\infty = 7.0$ 时, 从 0.23 减为 0.22.

3 结 论

本文提出了一种双弯曲入射激波的可控中心体内收缩基准流场设计方法并对基于该基准流场设计的圆形进口内收缩进气道进行了数值仿真研究, 主要得出以下结论:

- 1) 给定激波径向总压恢复系数分布反设计激波可以控制基准流场的压缩效率, 给定壁面的马赫数分布规律反设计型面可以控制等熵压缩与激波压缩比, 附面层稳定性以及内收缩比, 设计方法灵活.
- 2) 保证双弯曲入射激波封口和在 Henderson 配波理论指导下设计的基准流场的压缩效率较高, 出口较均匀且长度较短, 设计点增压比和总压恢复系数分别为 20.1 和 0.912.
- 3) 黏性修正后的内收缩进气道设计点时核心区激波形状和主要流动特征基本保持了基准流场特点且沿程壁面压力分布吻合较好, 提升基准流场的性能可以提高进气道的性能.
- 4) 内收缩进气道设计点和非设计点都具有较高的压缩效率, 良好的流量捕获特性以及出口涡流区较小. 设计点喉道的总压恢复系数和增压比分别为 0.729 和 17.7, $Ma_\infty = 4.0$ 时流量系数为 0.80, $Ma_\infty = 5.0 \sim 7.0$ 时内部总阻力系数仅从 0.23 下降为 0.22.

参考文献:

[1] Hank J M, Murphy J S, Mutzman R C. The X-51A scramjet engine flight demonstration program[R]. AIAA 2008-2540, 2008.

[2] WANG Lei, ZHANG Kunyuan, NAN Xiangjun, et al. Optimization and experimental investigation of 2-D hypersonic curved shock compression inlet[R]. AIAA 2012-5959, 2012.

[3] Colville J R, Starkey R P, Lewis M J. Extending the flight Mach number of the SR-71 inlet[R]. AIAA 2005-3284, 2005.

[4] 王翼, 范晓楠, 梁剑寒, 等. 三维侧压高超声速进气道不启动流场试验与数值模拟研究[J]. 宇航学报, 2008, 29(6):

1927-1932.

WANG Yi, FAN Xiaoqiang, LIANG Jianhan, et al. Experimental and numerical investigation on the unstart flowfield of a three-dimensional sidewall compression hypersonic inlet[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(6): 1927-1932. (in Chinese)

[5] Mölder S, Szpiro J. Busemann inlet for hypersonic speeds [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1966, 3(8): 1303-1304.

[6] Van Wie D, Mölder S. Applications of Busemann inlets design for flight at hypersonic speeds[R]. AIAA 92-1210, 1992

[7] Billig F S, Baurle R A, Tam C J, et al. Design and analysis of streamline traced hypersonic inlets[R]. AIAA 99-4974, 1999.

[8] Smart M. K. Experimental testing of a hypersonic inlet with rectangular-to-elliptical shape transition[J]. Journal of Propulsion and Power, 2001, 17(2): 276-283.

[9] Matthews A J, Jones T V. Design and test of a modular waverider hypersonic intake[R]. AIAA 2005-3379, 2005

[10] 尤延铖, 梁德旺. 内乘波式进气道内收缩基本流场研究[J]. 空气动力学学报, 2008, 26(2): 203-207.

YOU Yancheng, LIANG Dewang. Investigation of internal compression flowfield for internal waverider-derived inlet [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2008, 26(2): 203-207. (in Chinese)

[11] 郭军亮, 黄国平, 尤延铖, 等. 改善内乘波式进气道出口均匀性的内收缩基本流场研究[J]. 宇航学报, 2009, 30(5): 1934-1940.

GUO Junliang, HUANG Guoping, YOU Yancheng, et al. Study of internal compression flow field for improving the outflow uniformity of internal wave rider inlet[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(5): 1934-1940. (in Chinese)

[12] 贺旭照, 周正, 倪鸿礼. 密切内锥乘波前体进气道一体化设计和性能分析[J]. 推进技术, 2012, 33(4): 510-515.

HE Xuzhao, ZHOU Zheng, NI Hongli. Integrated design methods and performance analysis of osculating inward turning cone wave rider forebody inlet[J]. Journal of Propulsion and Power, 2012, 33(4): 510-515. (in Chinese)

[13] 南向军, 张堃元, 金志光, 等. 压升规律可控的高超声速内收缩进气道设计[J]. 航空动力学报, 2011, 26(3): 518-523.

NAN Xiangjun, ZHANG Kunyuan, JIN Zhiguang, et al. Investigation on hypersonic inward turning inlets with controlled pressure gradient[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(3): 518-523. (in Chinese)

[14] 南向军, 张堃元, 金志光, 等. 矩形转圆形高超声速内收缩进气道数值及实验研究[J]. 航空学报, 2011, 32(6): 988-996.

NAN Xiangjun, ZHANG Kunyuan, JIN Zhiguang, et al. Numerical and experimental investigation of hypersonic inward turning inlets with rectangular to circular shape transition[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011,

32(6):988-996. (in Chinese)

[15] 李永洲,张堃元,南向军. 基于马赫数分布规律可控概念的高超声速内收缩进气道设计[J]. 航空动力学报,2012,27(11):2484-2491.

LI Yongzhou,ZHANG Kunyua,NAN Xiangjun. Design concept of controllable Mach number distribution hypersonic inward turning inlets [J]. Journal of Aerospace Power,2012,27(11):2484-2491. (in Chinese)

[16] 李永洲,张堃元,罗蕾,等. 高超声速内收缩进气道轴对称基准流场改进[J]. 航空动力学报,2013,28(11):2543-2552.

LI Yongzhou,ZHANG Kunyuan,LUO Lei,et al. Modified axisymmetric basic flowfield for hypersonic inward turning inlets[J]. Journal of Aerospace Power,2013,28(11):2543-2552. (in Chinese)

[17] Javaid K H,Serghides V C. Airframe-propulsion integration methodology for waverider derived hypersonic cruise aircraft design concepts[R]. AIAA 2004-1201,2004.

[18] 南向军,张堃元. 采用新型基准流场的高超声速内收缩进气道性能分析[J]. 宇航学报,2012,33(2):254-259.

NAN Xiangjun,ZHANG Kunyuan. Analysis of hypersonic inward turning inlets with innovative axisymmetric basic flowfield[J]. Journal of Astronautics,2012,33(2):254-259. (in Chinese)

[19] Henderson L F. Maximum total pressure recovery across a system of shock waves[J]. AIAA Journal,1964,2(6):1138-1140.

[20] Drayna T W,Nompelis I,Candler G V. Hypersonic inward turning inlets; design and optimization[R]. AIAA 2006-297,2006.

[21] 李永洲,张堃元,王磊,等. Ma 数分布可控的基准流场灵敏度分析与优化设计[J]. 航空动力学报,2013,28(4):765-774.

LI Yongzhou,ZHANG Kunyuan,WANG Lei,et al. Sensitivity analysis and optimization design of the basic flowfield with controllable Mach number distribution[J]. Journal of Aerospace Power,2013,28(4):765-774. (in Chinese)