

二元收-扩喷管气动喉道控制数值模拟

郭飞飞, 王如根, 吴培根

(空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038)

摘 要: 设计了收敛段为圆转方段的二元收-扩喷管,对喉道面积气动射流控制方案进行了数值模拟,分析了喷管出口宽高比、落压比、射流角度对喉道面积和喷管性能的影响。结果表明:喷管喉道矩形截面宽边壁面附近的静压小于窄边壁面附近的静压,并且随着出口宽高比的增大,宽边壁面附近的静压逐渐减小,窄边壁面附近的静压逐渐增大;在同样的落压比下,出口宽高比增大,喉道面积控制范围(RTAC)、喉道面积控制效率(ETAC)增大,总压恢复系数减小;出口宽高比一定时,随落压比的增大,RTAC、ETAC先减小而后基本保持不变,总压恢复系数增大;ETAC随射流角度的增大而增大。

关 键 词: 二元收-扩喷管; 圆转方; 气动喉道; 喉道面积控制; 射流

中图分类号: V231

文献标志码: A

Numerical simulation of two-dimensional convergent-divergent nozzle with pneumatic throat control

GUO Fei-fei, WANG Ru-gen, WU Pei-gen

(Aeronautics and Astronautics Engineering College,
Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: The two-dimensional convergent-divergent nozzle with a circle-to-square convergent part was designed. The project of the throat area control with pneumatic injection was numerical simulated. The influences of nozzle exit width-to-height ratio, pressure drop ratio and injection angle on the throat area and nozzle performance were analyzed. The results show that the static pressure near the wide side in the rectangular nozzle throat section is lower than that near the narrow side. The static pressure near the wide side decreases and that near the narrow side increases with the increase of exit width-to-height ratio. At the same pressure drop ratio, the range of throat area control (RTAC) and the efficiency of throat area control (ETAC) increase while the nozzle coefficient of total pressure recovery decreases with the increase of exit width-to-height ratio. At a fixed exit width-to-height ratio, RTAC and ETAC decrease firstly and then keep at the same level while the nozzle coefficient of total pressure recovery increases with the increase of pressure drop ratio. ETAC increases with the increase of injection angle.

Key words: two-dimensional convergent-divergent nozzle; circle-to-square; pneumatic throat; throat area control; injection

固定几何结构气动矢量喷管是通过射流来实现推力矢量控制和气动喉道控制,无需传统的控制机构,能实质上减少质量、降低成本与特征信号、提高可靠性。国内外研究人员对此进行了大量

研究^[1-8]。不论气动矢量控制还是气动喉道控制,目前各国都在寻找提高射流效率的方法,力求以最少的射流流量达到最好的控制效果。文献[3-6]对轴对称喷管气动喉道控制进行了实验以及全三

维数值仿真研究,文献[7-8]对轴对称喷管辅助注气喉道控制方案进行了研究,探讨了射流注入时的轴对称喷管流场特点及相关参数对喷管性能的影响;文献[9-10]对二元拉瓦尔喷管在给定落压比下的气动喉道控制进行了二维数值模拟,没有考虑圆转方段的影响和气流的三维效应.本文设计了收敛段为圆转方段的二元收-扩喷管(下文简称喷管),对不同出口宽高比的喷管喉道面积气动射流控制方案进行了数值模拟,分析了出口宽高比、落压比、射流角度对喉道面积和喷管性能的影响.

1 考虑圆转方段喷管设计

在喷管的设计中,出口宽高比 R_a 是最重要的参数之一,这是因为宽高比不仅影响喷管的气动性能,而且影响其结构设计和质量.本文设计的喷管收敛段即为圆转方段,这样设计比较轻巧,也能够获得良好的气动性能^[11].本文利用超椭圆曲线进行过渡.扩散段的设计则相对简单,喉道型面确定之后,利用投影放大方法即可确定扩散段型面.图1给出了圆转方段喷管及其轴向横截面——超椭圆曲线的示意图.

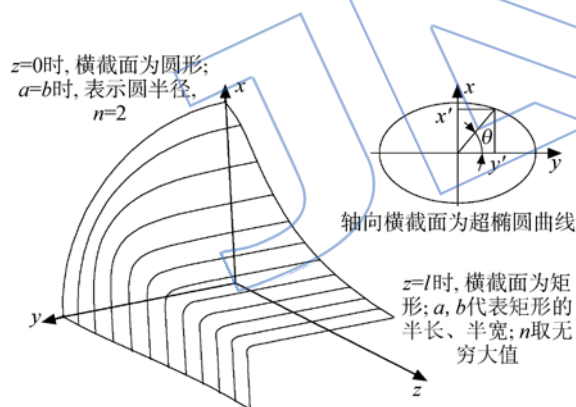


图1 圆转方段喷管和超椭圆曲线

Fig. 1 Circle-to-square nozzle and hyper-elliptic curve

需要说明的是,在常用的工程造型软件(如UG, SOLIDWORKS, CATIA等)中,是无法直接生成超椭圆曲线的,为了能在这些软件中生成喷管收敛段型面,本文采用如下方法将收敛段型面离散为点坐标数据,具体过程如下:

1) 根据圆面积公式和入口面积计算出喷管入口半径 R_0 , 根据 R_a 、出口面积、喉道面积计算出喷管出口高度、喉道高度 H_t 、扩散段宽度 W (也即是喉道宽度、出口宽度).

2) 根据喷管收敛段长度与入口半径之比

(L/R_0 , 该值一般取 1.6~2.0) 确定喷管收敛段(即圆转方段)长度 L .

3) 计算喷管收敛段轴向任意一横截面处超椭圆曲线上的点. 对于喷管收敛段轴向上任意一横截面, 假设其轴向坐标为 z ($0 \leq z \leq L$).

① 根据式(1)计算超椭圆指数 n .

$$n = f(z, N) \quad (1)$$

式中 N 为超椭圆方程的最高指数(理论上为无穷大值, 实际上取 50~100 即可, 本文取 $N=50$).

② 根据维托辛斯基公式(2)计算轴向横截面处超椭圆的长轴 b_z 和短轴 a_z , 式中 R_e 表示喉道半高; r 即代表长轴 b_z 或短轴 a_z . 需要注意的是, 在计算长轴 b_z 时 $R_e = W/2$, 计算短轴 a_z 时 $R_e = H_t/2$.

$$\left(\frac{R_e}{r}\right)^2 = 1 - \left[1 - \left(\frac{R_e}{R_0}\right)^2\right] \cdot \frac{\left[1 - \left(\frac{z}{L}\right)^2\right]^2}{\left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{z}{L}\right)^2\right]^3} \quad (2)$$

③ 根据超椭圆公式(3)的推导式(4)、式(5), 计算轴向横截面处超椭圆在第一象限的曲线上的点坐标 (x, y) , 式(4)、式(5)的含义可见图1.

$$\left(\frac{x}{a_z}\right)^n + \left(\frac{y}{b_z}\right)^n = 1 \quad (3)$$

$$x = \frac{\tan \theta}{\left[\left(\frac{\tan \theta}{a_z}\right)^n + \left(\frac{1}{b_z}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{\left[\left(\frac{\tan \theta}{a_z}\right)^n + \left(\frac{1}{b_z}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} \quad (5)$$

式(4)和式(5)中, $\theta = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{i}{k}$, 为极坐标下的角度, k 表示将第1象限直角等分为 k 个小角, $i=0, 1, 2, \dots, k$, 则 θ 表示任一角度,

④ 对①, ②, ③进行重复, 即可计算出整个收敛段型面上的点.

2 计算模型及验证

设计了 R_a 分别为 1, 2, 4 的喷管(图2给出了 $R_a=2, 4$ 的喷管三维模型), 并在喉道位置上下两处设计了气动喉道控制用射流缝. 其中喷管入口面积 $A_0 = 0.95 \text{ m}^2$, 喉道面积 $A_t = 0.359498 \text{ m}^2$, 出口面积 $A_e = 0.443995 \text{ m}^2$, 出口面积与喉道面积比为 1.235, 对应的设计落压比 R_{op} 为 4.18、设计流量为 120 kg/s. 射流垂直主流入射, 射流缝面积 $A_{jet} = 0.031160 \text{ m}^2$, 为喉道面积的 8%, 这是为了限制射流引气对发动机性能的不利影响^[12].

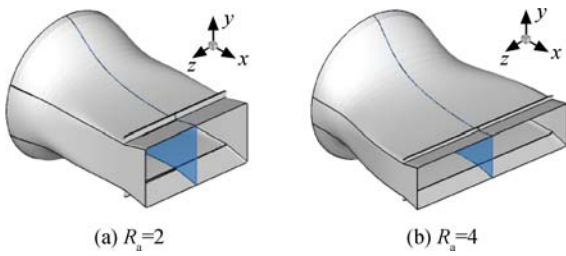
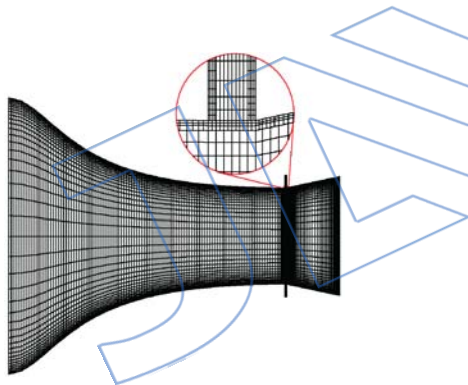


图 2 喷管三维模型

Fig. 2 Three-dimensional model of nozzle

因为喷管左右对称,建模时只取一半进行建模,计算域从喷管出口截面向上游、向下游和向外分别延伸了 6 倍、10 倍、6 倍喷管长度. 计算域被划分为 13 个子区域,分别生成网格后进行对接,对射流缝、壁面、喷管出口处网格进行等比加密,由于射流与主流的相互作用,流动情况比较复杂,在计算过程中,还采用了网格自适应调整技术,保证调整后离壁面最近的网格单元 y^+ 在 30~60 之间. 所有网格单元都为六面体结构网格,网格总数 200 多万,其中内流场为 52 万多. 图 3 给出了喷管对称面及射流缝附近的网格.

图 3 喷管对称面及射流缝附近网格 ($R_a=2$)Fig. 3 Grid in symmetry plane of nozzle and near the injection gap ($R_a=2$)

边界条件按下面方式给定:喷管进口和射流入口均为压力入口,给定总压、总温;出口为压力出口,给定静压、静温(标准大气参数,静压为 101325 Pa,静温为 288 K);喷管外流入口给定黎曼边界条件;壁面采用绝热、无滑移物面条件. 计算中主流总压为 101325 R_{np} Pa,射流与主流的总体比 $R_{sp}=1.0$,主流总温为 1000 K,射流总温为 288 K.

喷管内外流场由连续方程、三维雷诺平均 Navier-Stokes 方程、能量方程、气体状态方程和 Sutherland 公式描述. 方程的封闭采用 RNG (renormalization group) $k-\epsilon$ 湍流模型,并在壁面

处结合标准壁面函数进行求解,方程的求解采用时间推进的有限体积法,考虑到本文所研究的喷管内流动比较复杂,选择具有高间断分辨率、高黏性分辨率和标量正值保持性的 AUSM(advection upstream splitting method)格式对方程进行空间离散^[13]. 文献[14]对 3 种湍流模型的计算结果进行了对比,表明 RNG $k-\epsilon$ 湍流模型更适用于喷管射流流场的计算.

应用上述计算模型,对单股气流注入的喷管全场进行了计算,将计算的壁面压力相对值(静压 p_s 与总压之比 p_t)与实验数据^[15]进行了比较(见图 4,图中横坐标为喷管轴向坐标 x 与喷管喉道轴向坐标 x_t 之比). 可以看到射流注入后,射流缝上壁面压力升高,计算值和实验值吻合较好. 对本文中 $R_a=2, R_{np}=4.2$ 的气动喉道控制方案,采用不同网格对流场进行了计算,对上壁面的压力相对值进行了比较(图 5),可以看出,壁面静压值几乎相同,只在射流的前后有很小的差异. 说明本文建立的模型是可靠的.

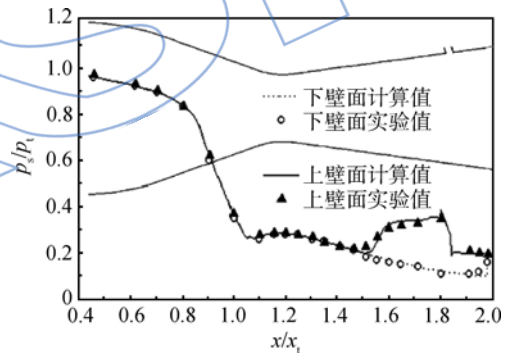


图 4 壁面压力比较

Fig. 4 Comparison of wall pressure

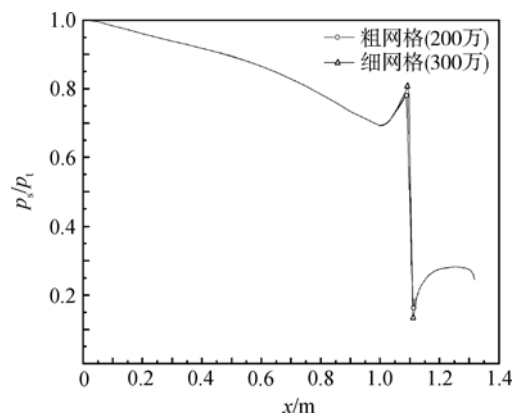


图 5 不同网格计算的壁面压力比较

Fig. 5 Comparison of wall pressure with different meshes

3 计算结果分析

3.1 相关参数说明

本文主要用到以下参数:喉道面积控制范围 RTAC(量符号记为 R_{tac})用来评估射流对喷管有效喉道面积的影响;射流相对流量 $\dot{m}_{jet}^*$ 则表示射流流量占主流流量的百分数;喉道面积控制效率 ETAC(量符号记为 E_{tac})用来比较射流控制效果的优劣,该值越大说明控制同样的喉道面积变化范围需要的射流流量越小;总压恢复系数 σ 用来衡量射流对喷管性能的影响。

喉道面积控制范围 R_{tac} 定义见式(6)。

$$R_{tac} = \frac{A_{nojet} - A_{jet}}{A_{nojet}} \times 100\% \quad (6)$$

式中 A_{nojet} 为无射流时的有效喉道面积, A_{jet} 为有射流时的有效喉道面积,实际计算时用有、无射流时主流流量进行计算。

喉道面积控制效率 E_{tac} 定义为每 1/100 的射流相对流量所能实现的喉道面积控制范围。

$$E_{tac} = \frac{R_{tac}}{\dot{m}_{jet}^*} \quad (7)$$

总压恢复系数 σ 定义为喷管出口总压 p_{out}^* 除以喷管进口 p_{in}^* 与射流进口总压 p_{jet}^* 的质量加权平均,即

$$\sigma = \frac{p_{out}^*}{p_{in}^* \cdot \omega + p_{jet}^* (1 - \omega)} \quad (8)$$

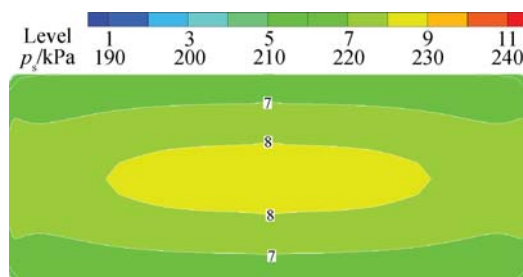
式中 $\omega = \frac{\dot{m}_{in}}{\dot{m}_{in} + \dot{m}_{jet}}$, 表示喷管入口流量 $\dot{m}_{in}$ 占入口流量 $\dot{m}_{in}$ 和射流流量 $\dot{m}_{jet}$ 之和的比例。

3.2 喷管流场比较

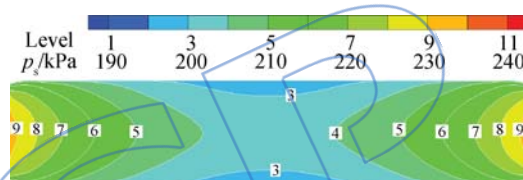
图 6 给出了喷管喉道处横截面 (A_8 截面) 在不同 R_a 下的静压分布,可以看出,静压分布呈现出典型的二维特征:宽边壁面(上、下壁面)附近的静压小于窄边壁面(左、右壁面)附近的静压;并且随着 R_a 的增大,宽边壁面附近的静压逐渐减小,窄边壁面附近的静压逐渐增大,两者压差增大。这是因为从喷管入口到喉道处,对于宽边壁面附近的流体来说几何流道是收缩的,加速减压效果比较明显;而对于窄边壁面附近的流体来说,几何流道收缩不明显,所以加速减压效果也就不明显。这就导致了喉道截面宽边与窄边的静压不同。

正是根据上述特征,本文将射流缝设计在宽边处,这样,在同样的射流入口压力下,可以使得射流缝入口、出口压差更大,提高射流缝出口速度。

图 7 给出了 $R_a=2, R_{np}=4$ 时有、无射流时对称面的马赫数分布对比,可以看出,有射流时喷管中间区域,尤其是在扩张段,气流加速很快,主流的膨胀比增大,在喷管出口面积没有变化的情况下,说明射流注入使得喉道有效流通面积减小。



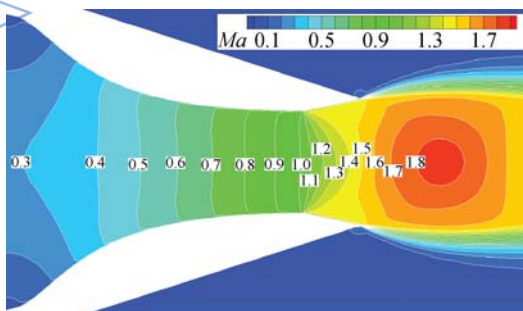
(a) $R_a=2$



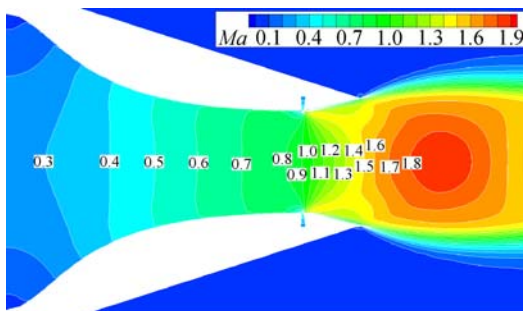
(b) $R_a=4$

图 6 不同 R_a 下 A_8 截面静压分布比较

Fig. 6 Comparison of static pressure distribution in the A_8 plane at different R_a



(a) 无射流



(b) 有射流

图 7 对称面马赫数分布对比 ($R_a=2, R_{np}=4$)

Fig. 7 Comparison of Mach number distribution in symmetry plane ($R_a=2, R_{np}=4$)

3.3 改变宽高比

图 8 给出了 R_{tac} 随 R_a 和 R_{np} 的变化曲线,可以看出:①在同样的 R_{np} 下, R_{tac} 随着 R_a 的增大而增大.这是因为在同样的射流入口压力下, R_a 增大可以使得射流缝入口与出口之间的压差增大,射流缝出口速度增大(表 1、图 9).在射流缝面积一样的情况下,大 R_a 喷管的射流流量也就要大,在喉道面积一致的情况下,这也就意味着喷管有效喉道面积的减小以及主流流量减小,这样计算出的 R_{tac} 就会大于小 R_a 喷管.② R_a 一定时,随 R_{np} 的增大, R_{tac} 先减小而后基本保持不变.具体来说,当 $2 \leq R_{np} \leq 3$ 时, R_{tac} 随 R_{np} 的增大而减小,当 $R_{np} > 3$ 时, R_{tac} 随 R_{np} 的增大基本保持不变.

图 10 是 E_{tac} 随 R_a 和 R_{np} 的变化,从中可以看

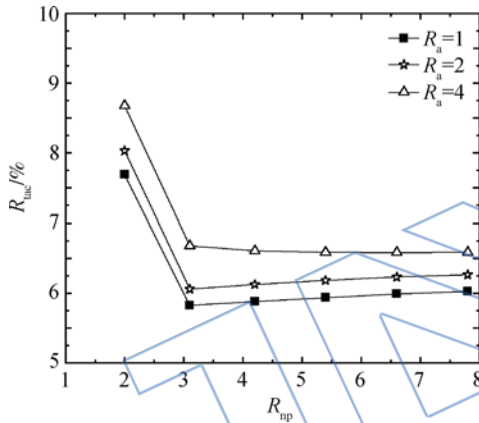


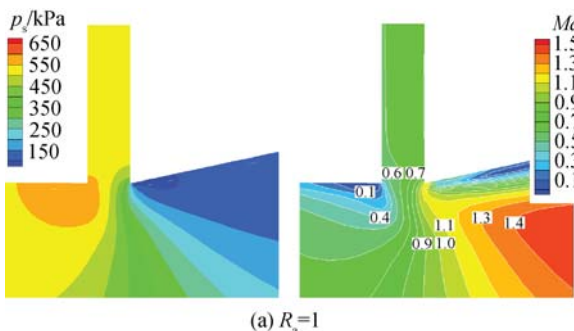
图 8 喉道面积控制范围随出口宽高比和落压比的变化

Fig. 8 Variation of R_{tac} with R_a and R_{np}

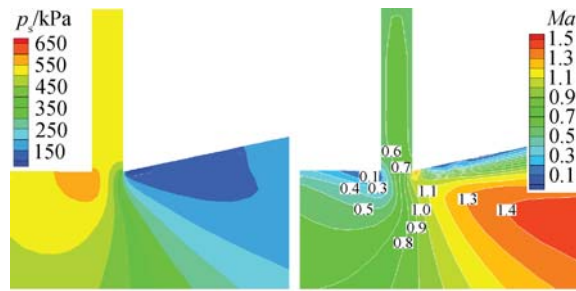
表 1 不同出口宽高比下射流缝参数比较 ($R_{np} = 4.2$)

Table 1 Comparison of injection gap parameters at different R_a ($R_{np} = 4.2$)

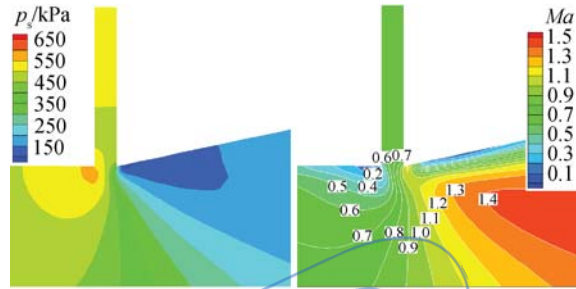
R_a	入口总压/Pa	出口静压/Pa	出口速度/(m/s)
1	425 565	322 948.38	192.70
2	425 565	321 787.34	201.57
4	425 565	309 660.78	217.29



(a) $R_a = 1$



(b) $R_a = 2$



(c) $R_a = 4$

图 9 对称面射流缝附近静压、马赫数分布 ($R_{np} = 6.6$)

Fig. 9 Static pressure and Mach number distribution near injection gap in symmetry plane

($R_{np} = 6.6$)

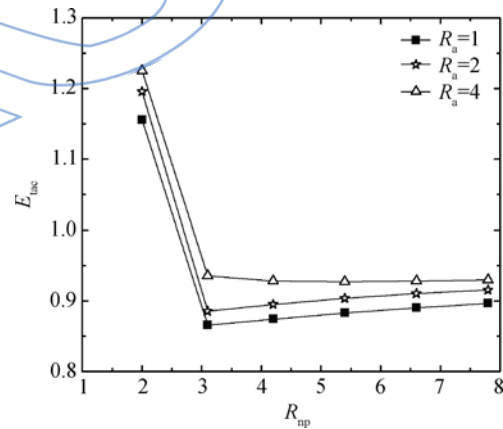


图 10 喉道面积控制效率随出口宽高比和落压比的变化

Fig. 10 Variation of E_{tac} with R_a and R_{np}

出,在同样的 R_{np} 下, E_{tac} 随着 R_a 增大而增大; R_a 一定时,随 R_{np} 的增大, E_{tac} 先减小而后基本保持不变,这与 R_{tac} 的变化趋势是一样的.这与喷管的工作状态变化有关,图 11 对不同 R_{np} 时喷管对称面上的声速线比较,可以看出,在落压比很小 ($R_{np} = 2$) 时,喷管处于过度膨胀工作状态,同时射流使得声速面受到压缩、后移,有效喉道面积减小很多,主流流量严重下降,所以计算的 R_{tac} 和 E_{tac} 出现了一个较大的值,在中等落压比及较大的落压比 ($R_{np} > 3$) 时,喷管处于完全膨胀或不完全膨胀状态,随着 R_{np} 增大,主流、射流总压增大,主

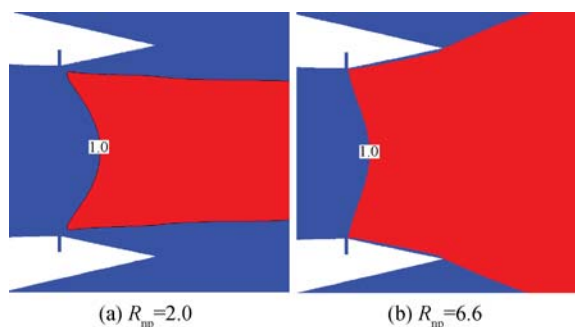


图11 不同落压比下对称面上声速线对比

Fig. 11 Comparison of sonic line on symmetry plane at different R_{np}

流、射流流量呈线性增大,因此 R_{tac} , W_{jet}^* 和 E_{tac} 变化很小.

图12是喷管的总压恢复系数的变化曲线.可以看出,在 R_{np} 一定的情况下, R_a 增大,总压恢复系数减小,这是因为 R_a 增大,射流缝出口速度增大,掺混损失增大.在 R_a 一定的情况下,总压恢复系数随 R_{np} 增大而增大,这也是喷管的工作状态变化引起的.

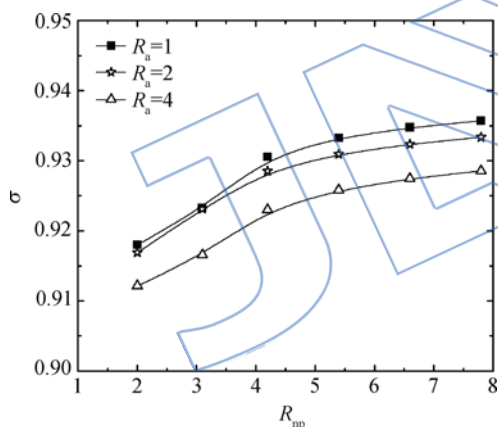


图12 总压恢复系数随出口宽高比和落压比的变化

Fig. 12 Variation of σ with R_a and R_{np}

3.4 改变射流角度

3.3 小节中计算的 E_{tac} 值在 0.9 附近,为了提高射流控制效果,进一步对不同射流角度(用 α 表示)、不同射流缝收敛角 γ (用 γ 表示, $\gamma=0^\circ$ 时表示射流缝为直缝)的喉道面积控制效率进行了比较.图13给出了射流缝结构示意图.图14给出了计算结果,可以看出:①在一定的射流缝结构下,随 R_{np} 的增大, E_{tac} 先减小而后基本保持不变,这与前文的分析是一致的.② R_{np} 一定时,随着 α 的增大, E_{tac} 逐渐增大,在同样的 α 下, E_{tac} 也是随着 γ 的增大而增大.这是因为当主、射流流动达到平衡时, α

增大使得射流进出口的压差增大,射流缝出口速度在增大, γ 增大时,射流缝变为收敛形,因为射流为亚声速流,在收敛形通道中必然减压增速,因此射流缝出口速度 V_{jet} 也会增大(图15).从图16可以很清晰地看到,射流注入时,射流缝前靠近壁面处出现了一个局部高压区,射流缝后靠近壁面处出现了一个局部低压区,这两个区域改变了喉

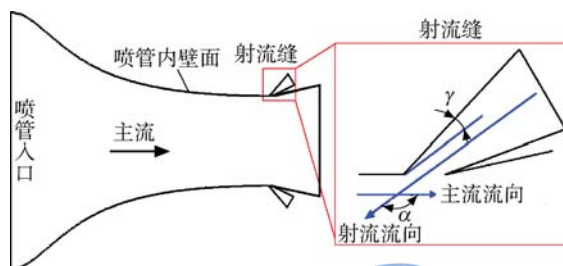


图13 射流缝结构示意图

Fig. 13 Structure drawing of injection gap

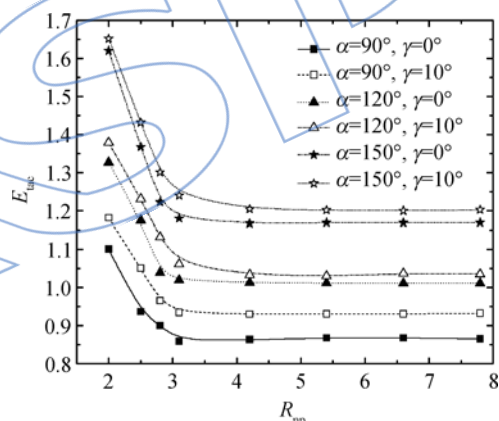


图14 喉道面积控制效率随射流角度和射流缝收敛角的变化

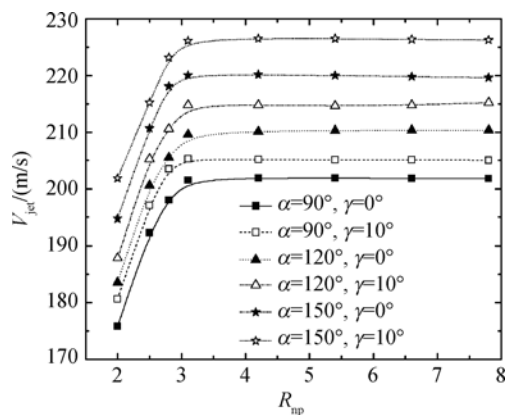
Fig. 14 Variation of E_{tac} with α and γ 

图15 射流缝出口速度随射流角度和射流缝收敛角的变化

Fig. 15 Variation of V_{jet} with α and γ

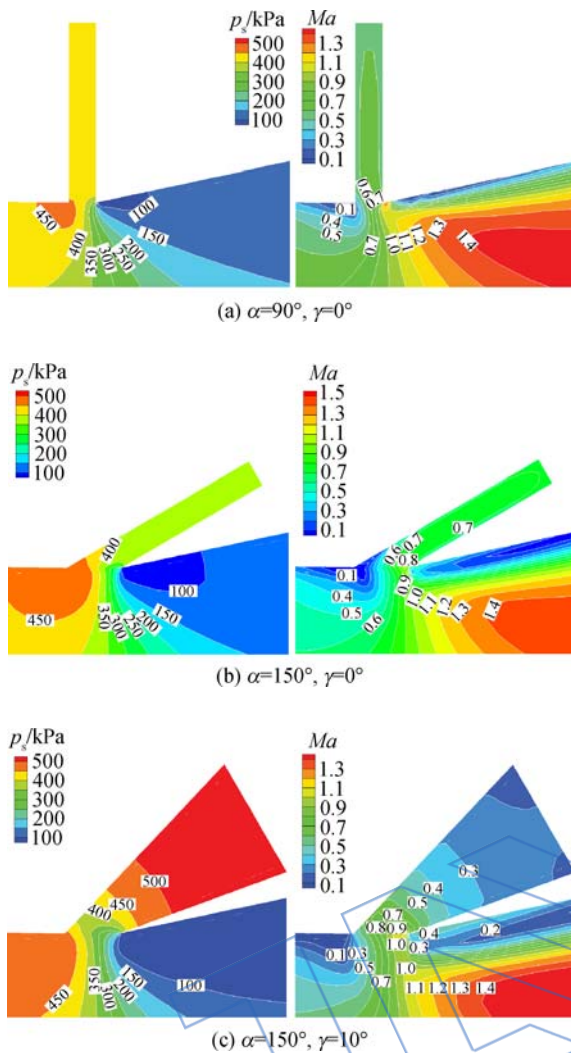


图16 对称面射流缝附近静压、马赫数分布($R_{np}=5.4$)
Fig. 16 Static pressure and Mach number distribution near the injection gap in symmetry plane ($R_{np}=5.4$)

道处的流场结构,迫使主流向中间偏转,这正是气动喉道控制的特点。从图中还可以看出,随着 α 和 γ 的增大,这两个区域范围也在逐渐增大,射流缝出口速度也在增大,说明射流对主流的控制作用增强了。结合图14~图16可知,增大射流角度和采用收敛形射流缝可以使得射流缝出口速度增大,提高喉道面积控制效率。

4 结 论

1) 二元收-扩喷管喉道处横截面宽边壁面附近的静压小于窄边壁面附近的静压,并且随着出口宽高比的增大,宽边壁面附近的静压逐渐减小,窄边壁面附近的静压逐渐增大,两者压差增大。

2) 在同样的落压比,出口宽高比增大,喉道面积控制范围、喉道面积控制效率增大,总压恢复

系数减小;出口宽高比一定时,随落压比的增大,喉道面积控制范围、喉道面积控制效率先减小而后基本保持不变,总压恢复系数增大。

3) 增大射流角度和采用收敛形射流缝可以使得射流缝出口速度增大,提高喉道面积控制效率。

文中只是对出口宽高比、射流角度及射流缝收敛角进行了研究,为了提高射流控制效率,还需对喷管及射流缝其他参数(如扩张角、喷管面积比、收扩形射流缝等)进行分析研究。

参考文献:

- [1] Reginald G W, Baily R V. Fluidic thrust vectoring and throat control exhaust nozzle[R]. AIAA-2002-4060, 2002.
- [2] Deere K A. Summary of fluidic thrust vectoring research conducted at NASA Langley Research Center[R]. AIAA-2003-3800, 2003.
- [3] Miller D N, Catt J A. Conceptual development of fixed-geometry nozzle using fluidic injection for throat area control [R]. AIAA 95-2603, 1995.
- [4] Catt J A, Miller D N, Guilianno V J. A static investigation of fixed-geometry nozzle using fluidic injection for throat area control[R]. AIAA 95-2604, 1995.
- [5] 额日其太,李喜善,王强. 轴对称喷管喉道面积射流控制数值模拟研究[J]. 推进技术, 2010, 31(3): 361-365.
Eriqitai, LI Xishi, WANG Qiang. Computational investigation on axisymmetric nozzles with fluidic injection for throat area control[J]. Journal of Propulsion Technology, 2010, 31(3): 361-365. (in Chinese)
- [6] 邹欣华,王强. 带喉道注气的轴对称收扩喷管内流场计算研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(9): 2078-2084.
ZOU Xinhua, WANG Qiang. Computational analysis on internal performance of a convergent-divergent nozzle with throat fluid injection [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(9): 2078-2084. (in Chinese)
- [7] Catt J A, Miller D N, Walker S H. Extending flow control of fixed nozzles: a static investigation of assisted reinjection [R]. ASME Fluid Engineering Division Summer Meeting, FEDSM 97-3230, 1997.
- [8] 韩景,额日其太. 带有辅助注气的喷管喉道面积控制方法研究[J]. 航空兵器, 2011, 5(10): 47-50.
HAN Jing, Eriqitai. Investigation of axisymmetric nozzle with assisted reinjection for throat area control[J]. Aero Weaponry, 2011, 5(10): 47-50. (in Chinese)
- [9] 王庆伟,刘波,王如根. 二元喷管气动喉道控制的数值模拟[J]. 航空学报, 2009, 30(2): 226-231.
WANG Qingwei, LIU Bo, WANG Rugen. Numerical simulation of two-dimensional nozzle using fluidic injection for throat area control[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(2): 226-231. (in Chinese)
- [10] 王如根,郭飞飞,吴培根,等. 射流总压和角度对气动喉道控制喷管的影响[J]. 固体火箭技术, 2013, 36(2): 175-179.

- WANG Rugen, GUO Feifei, WU Peigen. Effect of injection total pressure and angle on the pneumatic throat controlled nozzle[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2013, 36(2):175-179. (in Chinese)
- [11] 侯晓春, 季鹤鸣, 刘庆国, 等. 高性能航空燃气轮机燃烧技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002: 378-384.
- [12] 张晓博, 王占学, 刘增文. 气动矢量喷管二次流对发动机性能的影响[J]. 推进技术, 2013, 34(1): 3-7.
- ZHANG Xiaobo, WANG Zhanxue, LIU Zengwen. Influence of secondary flow in fluidic thrust vector nozzle on aero-engine performance[J]. Journal of Propulsion Technology, 2013, 34(1): 3-7. (in Chinese)
- [13] 阎超. 计算流体力学方法及应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006: 168-185.
- [14] 王全, 王强. 激波诱导二元矢量喷管内流特性数值研究[J]. 航空动力学报, 2006, 21(4): 681-685.
- WANG Quan, WANG Qiang. Computational analysis on static internal flow field of shock vector controlled vectoring exhaust nozzle[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(4): 681-685. (in Chinese)
- [15] Waithe K A, Deere K A. Experimental and computational investigation of multiple injection ports in a convergent-divergent nozzle for fluidic thrust vectoring [R]. AIAA-2003-3802, 2003.