

相位延迟边界条件在叶轮机械颤振分析中的应用

杨晓东, 侯安平, 李漫露, 王 锐, 周 盛

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院

航空发动机气动热力国家级重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 基于带相位延迟的周期边界条件,建立了某跨声速转子的双通道高效气动阻尼计算模型.数值计算了该转子的气动性能、颤振边界和叶片模态,和实验数据吻合较好.通过传统的多通道能量法以及双通道方法计算了叶片在一弯模态,不同叶片间相位角条件下的气动阻尼,获得了基本一致的计算结果,而双通道方法相比于传统的多通道能量法计算效率提升约 7.7 倍,内存需求约为后者的 0.45 倍.不同叶片振幅对气动阻尼结果的影响研究表明,对于较小的叶片振幅,流动非线性对气动阻尼计算结果仍然有显著的影响.不同工况的计算结果表明:叶片间相位角对转子叶片的气动阻尼有显著的影响,对于该转子最小的气动阻尼均在叶片间相位角为 -42.4° 时得到;同时,在近颤振状态,不同叶片间相位角对应的气动阻尼均小于近设计状态.

关 键 词: 气动阻尼; 颤振; 气动弹性; 能量法; 叶片间相位角; 相位延迟

中图分类号: V232.4

文献标志码: A

Flutter analysis of turbomachinery based on phase lagged boundary condition

YANG Xiao-dong, HOU An-ping, LI Man-lu,
WANG Rui, ZHOU Sheng

(National Key Laboratory of Science and Technology on Aero-Engine Aero-thermodynamics,
School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Based on phased lagged boundary conditions, an efficient aerodynamic damping computational model of a transonic compressor rotor with double passage was established. Numerical results of rotor aerodynamic performance, flutter boundary and blade modal analysis were consistent closely with experimental results respectively. The aerodynamic damping results of rotor with different interblade phase angles (IBPA) and first bending mode were calculated using double passage method and conventional multiple passage energy method. The numerical results indicated that the aerodynamic damping attained by double passage method and conventional multiple passage energy method agreed with each other. The efficiency was improved by almost 7.7 times than conventional multiple passage energy method and the memory requirement was about 0.45 times to the conventional method. The aerodynamic damping results for different vibration amplitudes demonstrates that the nonlinear fluid dynamics effects are significant at such a small geometric displacement. Compared with the damping at design point, aerodynamic damping of rotor is reduced at near flutter

收稿日期: 2014-01-20

基金项目: 国家自然科学基金(60934001)

作者简介: 杨晓东(1987—),男,甘肃定西人,博士生,主要从事叶轮机械气动弹性研究. E-mail: yang123931@163.com

operation condition, while the minimum aerodynamic damping is gotten at the same interblade phase angle (-42.4 degree). The results show that IBPA has significant influence on the flutter of rotor blades.

Key words: aerodynamic damping; flutter; aeroelastic; energy method; interblade phase angle; phase lagged

叶轮机中流体诱发振动引起叶片破坏是叶轮机主要的结构破坏形式,颤振是流体诱导叶片振动的一种形式,很多叶片断裂事故都是由于颤振造成的.随着工程技术的高度发展,对于叶轮机械的性能要求越来越高,叶轮机中的流动现象变得十分复杂,同时,材料的使用却趋于极限,来自颤振的危险越来越大^[1].气动阻尼在叶片颤振研究中扮演着主要角色,发展快速、准确的气动阻尼预测方法是将气动弹性引入到叶片设计的主要方向.

压气机叶片颤振作为一种气动弹性问题深受工程界关注.自1946年Collar提出气动弹性力学三角形^[2]至20世纪70年代气动弹性力学形成独立的学科分支^[3].随着对发动机可靠性要求的提高,国内外研究人员做了大量的研究工作来对颤振这种不稳定流动现象进行分析,研究主要集中在颤振分析方法及模型的建立方面.经验方法是最早出现和至今仍在使用的方法,通过经验方法判断叶片颤振通常有单参数法、双参数法以及三参数法等.刘文阁等^[4]使用经验法对某一低负荷压气机转子进行了颤振预测,预测边界和实测边界符合基本一致.由于经验法对实验数据库及经验的依赖,后续发展了叶轮机机械颤振问题的数值研究方法,可以分为经典方法和耦合方法^[5],其中研究最多的是特征值法和能量法. Bendiksen等^[6]采用特征值法对多种叶栅颤振问题进行了研究. Reddy等^[7]基于谐波平衡求解器,用特征值法进行了压气机级的气动弹性研究.基于能量观点的颤振分析方法最早由Cartas^[8]提出, Bendiksen^[9]称其为能量法.能量法由于物理意义明确,方法简单,在叶轮机机械颤振分析中被广泛使用^[10-14],该方法通过计算一个振动周期中非定常气动力对叶片所做功来计算气动阻尼.传统的多通道能量法(下文简称传统能量法)基于周期边界条件,计算成本较高,对于非零叶片间相位角,需要采用多通道计算域,甚至在很多气动弹性问题分析中需要采用全周计算域^[15-16].然而,对于叶轮机机械,由于其结构的周期性,可以考虑采用相位延迟周期

边界条件来减小计算成本.1977年, Erdos等^[17]基于相位延迟思想发展了二维非定常流场的求解方法,该方法中直接存储流场的全部信息,极大地增加了对计算内存的需求.为了克服非定常计算中相邻转静子叶片数不相等的问题, Giles^[18]基于延迟周期边界条件发展了所谓的“时间倾斜计算平面”方法,计算中需要将控制方程转换到倾斜时间平面上. He^[19]为了改善直接存储流场信息对计算内存的需求,提出了基于相位延迟周期条件的“形状校正”方法,该方法中,将一个振荡周期中流场信息经过傅里叶变换,只存储傅里叶系数,最后通过傅里叶逆变换获得流场信息,极大地减小了内存需求,后来, He和Denton^[20]将此方法扩展到三维情况下.

将相位延迟周期边界应用于叶轮机机械颤振分析中,对于非零叶片间相位角,可以采用相同的计算模型来求解,有效降低了计算成本.但是由于相位的“强制延迟”,在流动非线性较强的情况下,相位延迟条件的使用会降低收敛速度甚至收敛性,可以通过适当增加计算域通道数目来改善该问题.本文基于相位延迟边界条件,建立了跨声速颤振实验转子BF_1_2^[21]的双通道气动阻尼计算模型(下文简称双通道计算模型),计算了不同条件下的气动阻尼,和传统能量法进行了比较,并用该方法分析了该转子在不同状态,不同叶片间相位角条件下的气动弹性稳定性.

1 数值方法

1.1 流体计算

基于对叶片模态位移加载的方便性,本文中流场求解选用商业软件CFX.在跨声速压气机中由于激波及附面层干扰,会产生强烈非线性现象.本文为了较好地模拟这些非线性因素,求解三维非定常雷诺平均N-S方程,引入进口湍流度为5%,湍流模型选用 $k-\epsilon$ 模型.

1.2 结构计算

用能量法计算气动阻尼之前,首先进行转子叶片的模态分析,文中采用商业软件ANSYS进

行计算. 分析中没有考虑阻尼, 按无阻尼系统进行计算, 模态提取采用 Block Lanczos 方法, 该方法采用 Lanczos 算法.

1.3 傅里叶变换方法

传统能量法基于周期性边界条件, 采用多通道计算域, 如图 1 所示, P_1 和 P_2 边界采用传统的周期边界条件, 图中 β 表示叶片间相位角.

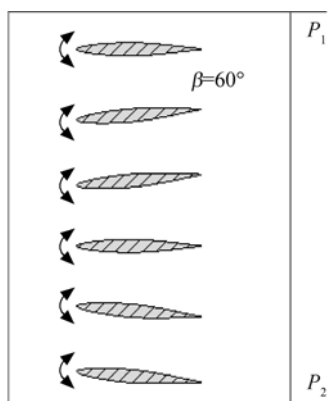


图 1 传统能量法

Fig. 1 Conventional energy method

具体地, 每个叶片按照某种振型及不同的相位进行振动, 这样可以计算不同叶片间相位角情况下的气动阻尼. 根据行波理论, 叶片间相位角由式(1)决定, 由该式易知, 对应于不同的叶片间相位角, 计算阻尼所用的叶片数取决于转子叶片总数和振动模态节径数, 例如, 当 $N_d=1$ 时, 必须采用全周计算域计算, 计算量较大.

$$\beta = \frac{2\pi N_d}{N_b} \quad (1)$$

式中 N_d 为转子振动模态节径数; N_b 为转子叶片总数; β 为叶片间相位角.

为了减小计算量, 建立了双通道计算模型, 示意图如图 2 所示, 采用以傅里叶变换理论(式(2))为基础的相位延迟周期边界条件. 计算中假设所有通道交界面处流场信号的傅里叶系数相同, 但是其所对应的频率成分存在恒定的相位差.

$$f(t) = \sum_{i=-N}^N A_i e^{-j(\omega_i t)} \quad (2)$$

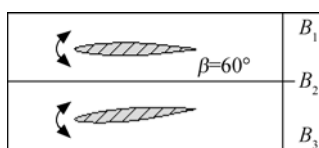


图 2 双通道方法

Fig. 2 Double passage method

式中 t 表示时间; A_i 表示第 i 阶傅里叶系数; ω_i 表示 i 阶傅里叶分量对应的频率; N 表示傅里叶级数; $f(t)$ 表示周期边界上的流动参数.

在计算过程中首先计算两个相邻通道交界面 (B_2) 的傅里叶系数, 然后根据相位延迟条件构造 B_1 和 B_3 上的边界条件, 文中用时间延迟的概念来处理这类相位延迟问题, 原理如下图 3 所示.

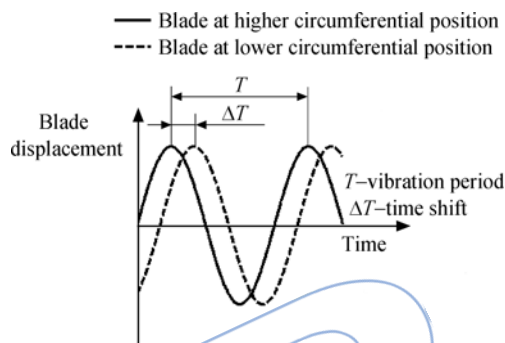


图 3 时间延迟示意图

Fig. 3 Time shift diagram

对于颤振分析问题, 相邻振动叶片的时间延迟量如下式(3)所示. 这样一旦求解得到 B_2 交界面的流场信号, 就可以通过式(4)、式(5)构造 B_1 和 B_3 边界上的流场.

$$\Delta T = \beta / \omega \quad (3)$$

$$f_{B_1}(t) \approx f_{B_2}(t + \Delta T) \quad (4)$$

$$f_{B_3}(t) \approx f_{B_2}(t - \Delta T) \quad (5)$$

式中 $f_{B_1}(t)$, $f_{B_2}(t)$, $f_{B_3}(t)$ 分别表示 B_1 边界、 B_2 交界面及 B_3 边界处的流场信号, 其中 $f_{B_1}(t)$, $f_{B_3}(t)$ 与 $f_{B_2}(t)$ 之间只存在时间延迟.

2 计算模型

选择跨声速颤振实验转子 BF_1_2 为研究对象. 它是为了颤振机理研究以及校验颤振数值预测方法的需要, 北京航空航天大学在 20 世纪 90 年代基于零阻尼原则设计制造的. 它的主要设计参数如表 1 所示, 实验转子如图 4 所示.

表 1 实验转子 BF_1_2 主要设计参数

Table 1 Main design parameters of testing rotor BF_1_2

流量/ (kg/s)	压比	转速/ (r/min)	叶片数	叶尖相对 马赫数
12.93	1.25	16500	34	1.08

能量法计算叶片气动阻尼之前首先采用 ANSYS 软件进行了叶片的模态分析, 分析模型如图 5 所示, 材料为结构钢, 属性如表 2 所示.

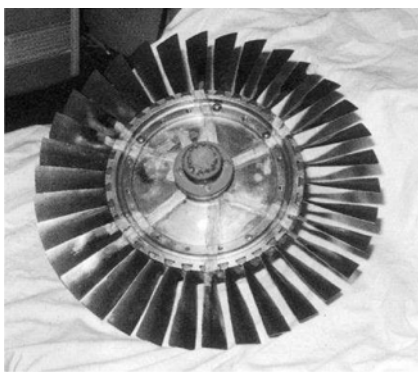


图 4 实验转子 BF_1_2

Fig. 4 Testing rotor BF_1_2

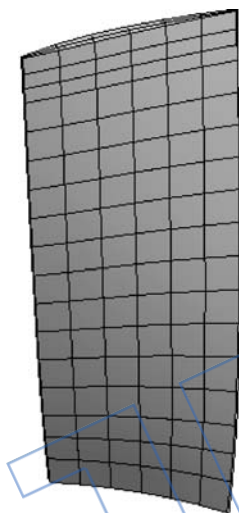


图 5 叶片网格

Fig. 5 Blade mesh

表 2 叶片材料属性

Table 2 Blade material properties

密度/(kg/m ³)	弹性模量/10 ¹¹ Pa	泊松比
7 800	2.2	0.3

为了计算叶片的气动阻尼,分别建立了其传统能量法计算模型及双通道计算模型.分别用两种方法计算了 $N_d=0, \pm 4, \pm 8, \pm 12, \pm 16, 17$ 共 10 个状态.考虑到叶片数为 34,传统能量法采用半周计算域,计算模型如下图 6 所示,其中 P_1 和 P_2 采用周期边界条件.

为了提高计算效率,建立了双通道计算模型如下图 7 所示,其中 B_1 和 B_3 采用带相位延迟的周期边界条件,文中相位延迟周期边界处理取前 7 阶傅里叶系数.

气动阻尼计算中,进口都设定总压及总温边界,轮毂和机匣为无滑移壁面边界,对于传统能量

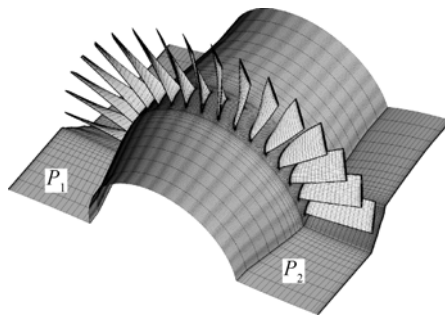


图 6 传统能量法计算模型

Fig. 6 Conventional energy method calculation model

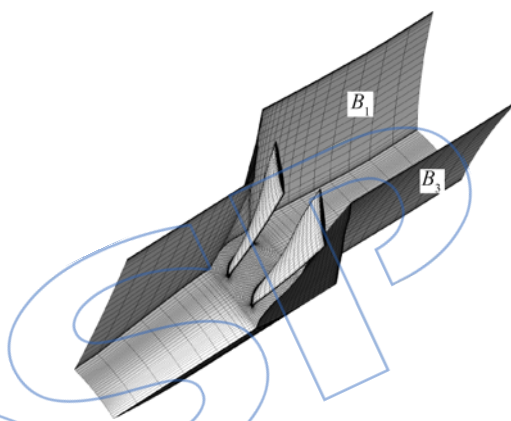


图 7 双通道计算模型

Fig. 7 Double passage calculation model

法,出口设定平均静压,而对于双通道方法,为了和传统能量法比较,出口设定流量边界条件.对于周期边界,传统能量法采用传统的旋转周期边界条件,而双通道方法采用带相位延迟的周期边界条件.

3 计算结果及分析

为了验证流体计算模型的正确性,通过三维非定常方法进行了转子气动性能的计算,并通过传统能量法进行了零叶片间相角条件下的颤振边界预测,最后和相应的实验结果进行了比较.结构模态计算采用 Block Lanczos 方法,并和实验结果进行了比较.其次,分别通过传统能量法以及双通道方法计算了转子叶片在近设计状态,一弯振动模态条件下,不同叶片间相位角时的叶片气动阻尼,详细比较了两种方法的计算结果,分析了叶片间相位角对转子叶片气动阻尼的影响.最后,计算了近颤振状态,不同叶片间相位角对应的气动阻尼,和设计状态进行了比较,同时比较了不同振幅对气动阻尼计算结果的影响,研究了流动非线性对气动阻尼结果的影响.

3.1 气动性能及颤振边界分析结果

通过单通道非定常计算模型及传统能量法计算了转子在设计转速下的特性参数及零叶片间相位角对应的颤振边界,如图 8 所示为设计转速下压比特性、颤振边界计算结果和实验数据^[21]的比较。

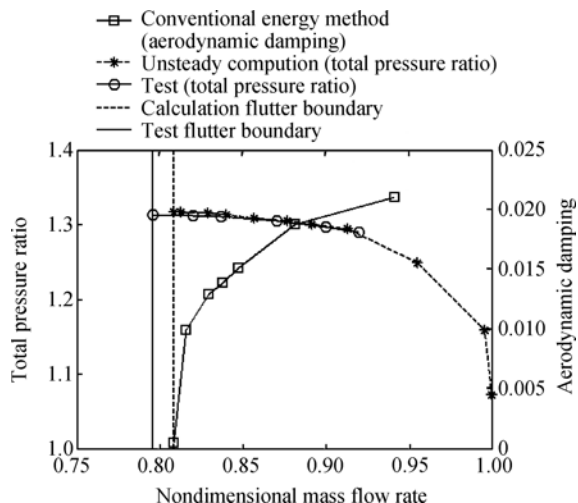


图 8 设计转速下转子特性的计算结果与实验数据比较

Fig. 8 Comparison of rotor characteristics between calculation and test results at designed rotational speed

文中气动阻尼如式(6)定义.

$$\sigma = \frac{\int_{t_0}^{t_0+T} \int_{S_b} p \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA dt}{\bar{E}} = \frac{-W}{\bar{E}} \quad (6)$$

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{v}}^T \cdot \mathbf{m} \cdot \bar{\mathbf{v}} \quad (7)$$

式中 S_b 表示叶片表面; p 为叶片表面流体压力; $\mathbf{v}$ 为叶片振动速度; $\mathbf{n}$ 为叶片表面网格单位法向量; $T=2\pi/\omega$ 为叶片振动周期; ω 为叶片的固有频率; W 为一个振动周期中气体对叶片做的功; $\bar{E}$ 为叶片的平均振动动能; $\mathbf{m}$ 为叶片的质量矩阵. 易知,气动阻尼 σ 为正时,系统稳定.

图 8 中,压比是通过进出口测量截面数据质量平均后计算得到,质量流量通过堵塞流量进行了无量纲化. 进出口测量截面位置和实验中一致,分别为叶片前缘前 50% 弦长和叶片尾缘后 100% 弦长位置. 结果显示,性能计算结果和实验结果吻合较好;零叶片间相角条件下,预测得到了较实验结果保守的颤振边界.

3.2 模态分析结果

运用能量法分析叶片气动阻尼之前首先进行

了叶片的模态分析,计算模型如图 5 所示. 表 3 所示为前 2 阶静频和动频计算结果以及静频实验结果,图 9(a)~图 9(c)分别为计算一弯、二弯及一扭振型结果. 结果显示静频计算结果和实验结果之间的偏差小于 2%.

表 3 转子模态分析结果

Table 3 Modal analysis result of rotor

模态	静频计算 结果/Hz	静频实验 结果/Hz	动频计算 结果/Hz	静频计算 误差/%
1	355.8	363.0	566.3	1.99
2	1470.9	1489.5	1664.7	1.25
3	2112.1	2149.0	2160.2	1.72

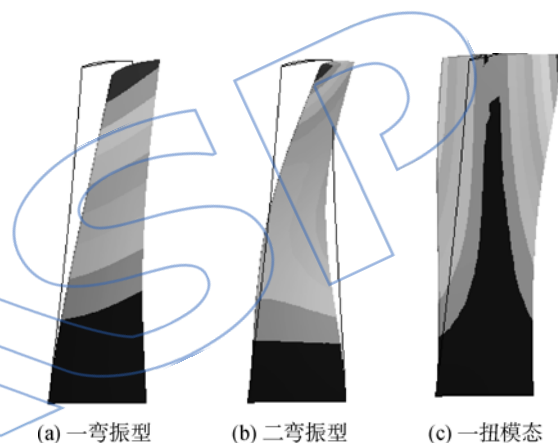


图 9 叶片振动模态

Fig. 9 Blade vibration modal

3.3 气动阻尼计算结果

文中基于传统能量法和基于相位延迟的双通道方法,计算了叶片在一弯动模态,不同叶片间相位角条件下的气动阻尼. 两种方法的计算模型分别如图 6、图 7 所示,计算中叶片以一弯振型振动,叶片的最大振动位移为叶尖弦长的 1%. $N_d=4$ 条件下,叶片上最大位移点的振动位移时域曲线如下图 10 所示,某时刻转子叶片表面位移如下图 11 所示. 计算中,一个叶片振动周期由 256 个计算时间步组成,双通道方法每次计算 16 个振动周期,叶片转动一个通道约 16 个计算时间步.

传统能量法和双通道方法气动阻尼的计算结果比较如图 12 所示.

图 12 显示,在不同的叶片间相位角条件下,两种计算方法得到基本一致的气动阻尼计算结果. 在近设计状态,对应不同的叶片间相位角,气动阻尼均为正值,表明在设计状态该转子是稳定

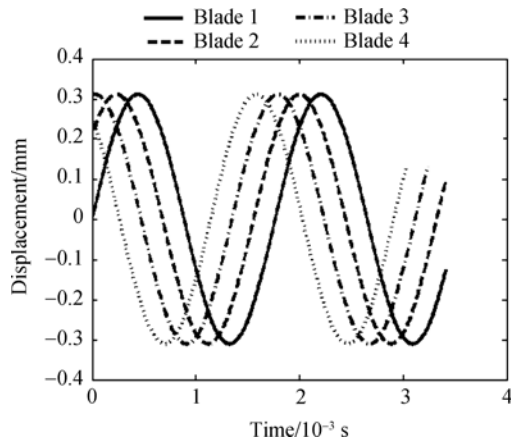


图 10 叶片最大位移点的振动位移时域曲线 ($N_d=4$)
Fig. 10 Vibration displacement with time domain curves of maximum displacement point on blade ($N_d=4$)

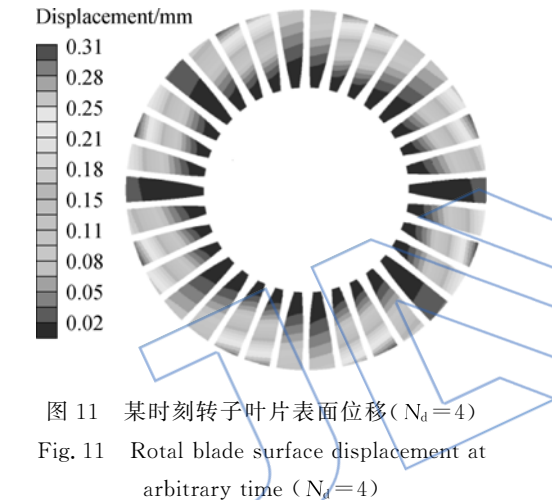


图 11 某时刻转子叶片表面位移 ($N_d=4$)
Fig. 11 Rotal blade surface displacement at arbitrary time ($N_d=4$)

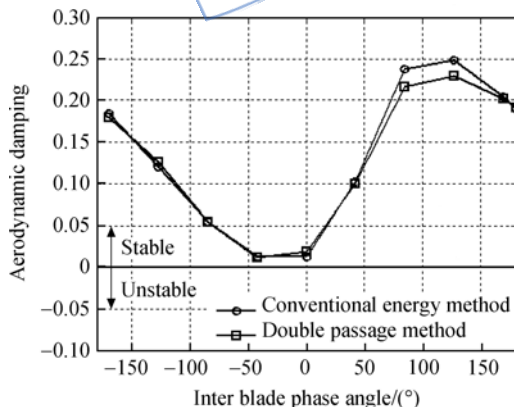


图 12 传统能量法和双通道方法气动阻尼计算结果比较
Fig. 12 Comparison of aerodynamic damping caculation results between conventional energy method and double passage method

的;特别地,当叶片间相位角为 127.06° ($N_d=12$)时阻尼最大,转子最稳定,当叶片间相位角为 -42.4° ($N_d=-4$)时,气动阻尼最小。

图 13 展示了当 $N_d=4$ 时,两种方法计算得到的叶片吸力面和压力面气动功密度的时均结果.可以清楚看到,正值区域明显大于负值区域,正值表示气体对叶片做负功,说明在 $N_d=4$ 时,叶片是稳定的.同时,两种不同的方法获得的气动功密度分布基本一致,进一步说明两种方法计算结果的一致性。

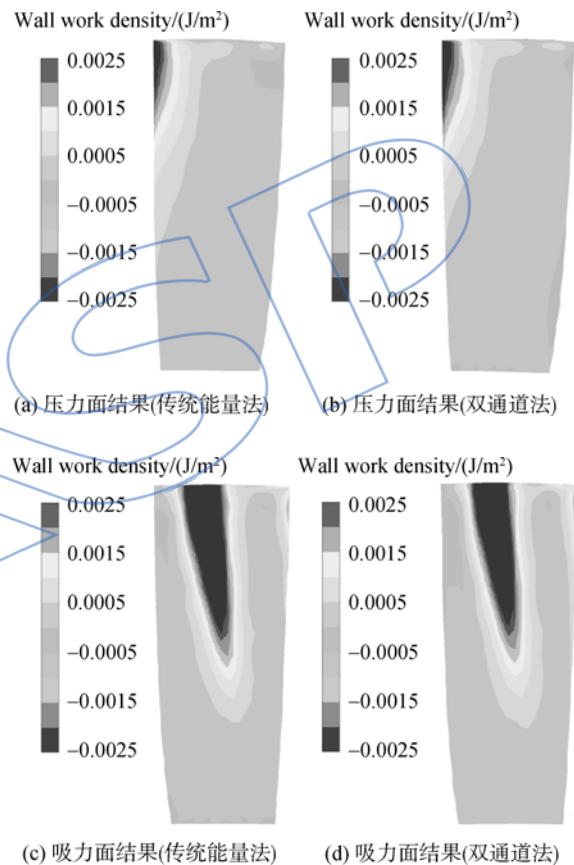


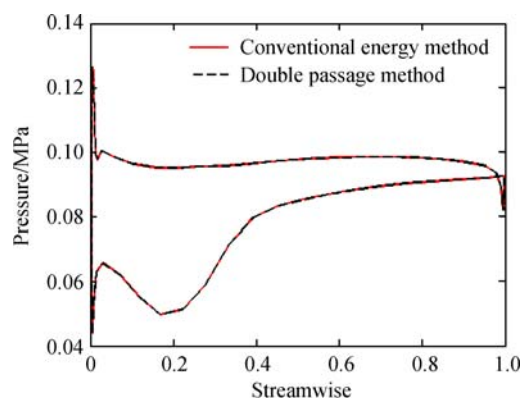
图 13 叶片表面气动功密度时均结果 ($N_d=4$)
Fig. 13 Distribution of time averaged wall aerodynamic work density on blade surface ($N_d=4$)

图 14 比较了当 $N_d=4$ 时,两种方法计算的不同叶高叶片表面时均静压分布曲线,结果显示,两种方法计算得到的压力分布吻合很好,较小的差别主要出现在 85% 叶高叶片前缘。

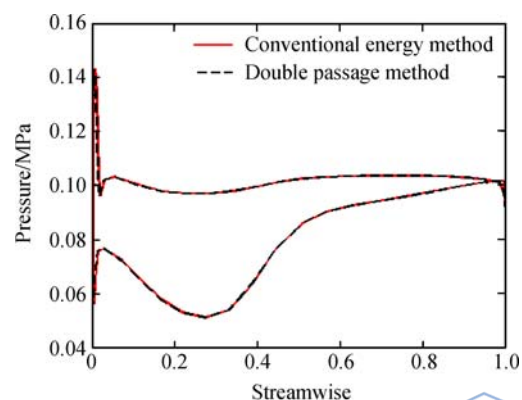
图 15 展示了 $N_d=4$ 条件下,两种方法计算得到的叶片表面气动功随时间变化的结果。

图 16 表示两种计算方法获得的气动功随计算周期的变化.图 15~图 16 显示,在 10 个周期以后两种方法计算得到的气动功趋于一致。

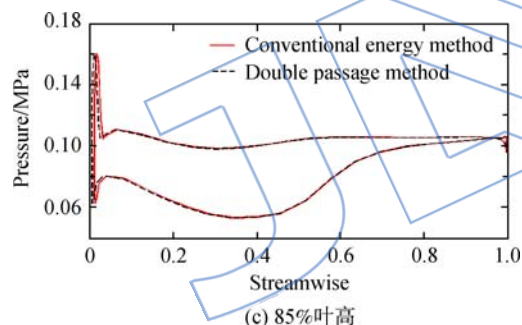
图 17 展示了转子在近设计状态和近颤振状



(a) 10%叶高



(b) 50%叶高



(c) 85%叶高

图14 不同叶高叶片表面时均静压分布曲线 ($N_d=4$)Fig. 14 Distribution curves of time averaged static pressure on blade surface at different blade height ($N_d=4$)

态条件下,通过双通道方法计算的气动阻尼随叶片间相位角的变化。

图17中可以看出,两种状态下,对应不同的叶片间相位角,转子叶片气动阻尼变化较大,说明叶片间相位角对叶片气动阻尼有显著的影响。在近颤振状态,当 $\beta=-42.4^\circ$ ($N_d=-4$)时,气动阻尼为零,表明该转子在该状态达到临界状态,可以预测,当状态点再向失速边界移动,转子有可能会发生颤振现象,实验中在失速前也观察到了颤振现象^[21]。进一步可以看出,对应不同的叶片间相位角条件,近颤振状态的气动阻尼均小于设计

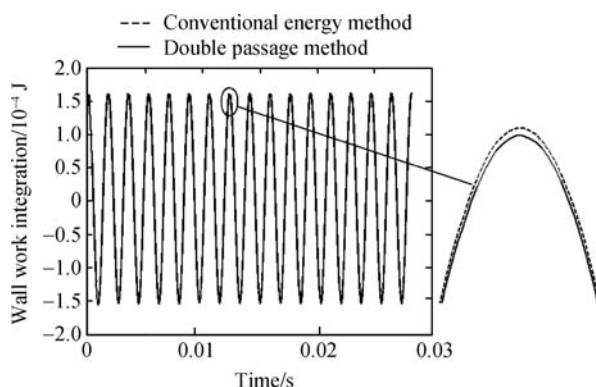
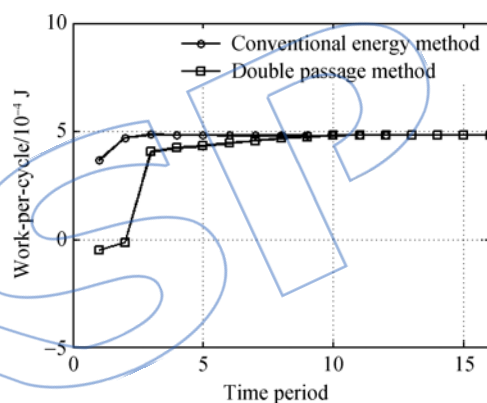
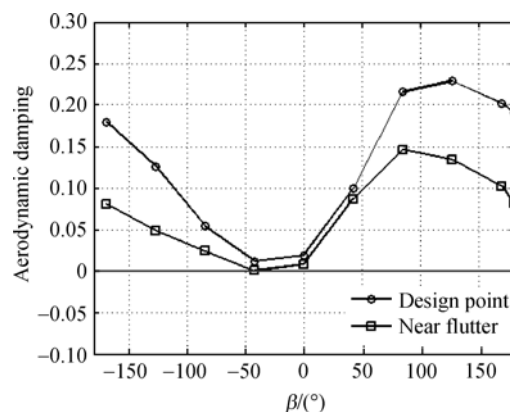
图15 叶片表面气动功随时间变化曲线 ($N_d=4$)Fig. 15 Variation curves of wall work integrated of blade surface with time ($N_d=4$)图16 气动功随计算周期的变化曲线 ($N_d=4$)Fig. 16 Variation curves of work-per-cycle with time period ($N_d=4$)

图17 两种状态下气动阻尼随叶片间相位角的变化

Fig. 17 Aerodynamic damping computational vary with β under two operation condition

状态。

图18展示了 $N_d=0$ 时,在近设计状态和近颤振状态,通过双通道方法计算的气动阻尼随振动幅值的变化曲线。

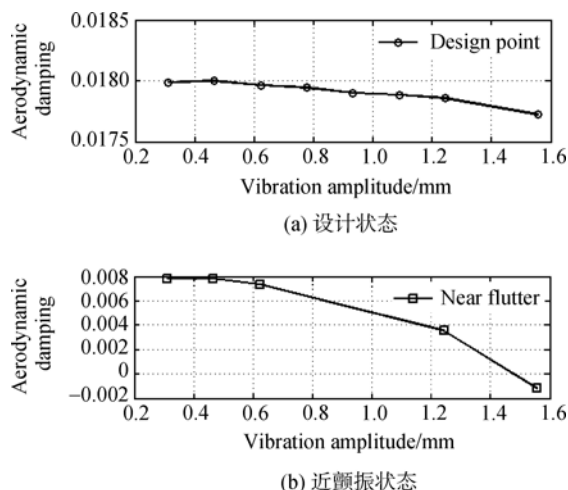


图 18 两种状态下气动阻尼随振动幅值的变化

(N_d=0)Fig. 18 Aerodynamic damping vary with blade vibration amplitude under two operation condition (N_d=0)

明显地,对于两种状态,当振动幅值小于 0.45 mm (1.5% 叶尖弦长) 时,气动阻尼基本不变,可以认为这时振动还在线性范围内。随着振动幅值继续增加,由于流动非线性影响,气动阻尼逐渐减小。在设计状态,对应不同的振动幅值,气动阻尼均为正,系统稳定;在近失速状态,随着振幅的增加,系统从稳定状态过渡到极限环振荡状态,当振动幅值达到 1.48 mm 附近时,气动阻尼等于零,系统达到稳定的极限环振荡状态,继续增加振动幅值,系统变得不稳定,气动阻尼随叶片振幅的变化说明流动非线性对气动阻尼的计算结果有显著的影响。

3.4 计算效率比较

通过传统能量法求解非定常 RANS (Reynolds averaged Navier-Stokes) 方程直接计算气动阻尼来寻求颤振边界对计算资源的需求是巨大的。以文中 BF_1_2 为例,采用基于 Intel Xeon X5660 的双路 12 核计算机进行计算,传统能量法采用半周 17 通道计算域,双通道方法采用 2 个通道,单个通道采用相同的网格,计算中一个叶片振动周期为 256 个计算时间步,这时叶片转动一个通道约 16 个计算时间步。传统能量法一次计算一个状态,用 12 个核计算,计算一个振动周期的平均时间为 123 min,双通道方法计算一次计算 2 个状态点,一个状态采用 6 核计算,计算一个振动周期的平均时间为 44.5 min。事实上,对于该转子,当节径为奇数 (除 N_d=17 外) 时,传统能量法计

算需要采用全周,这时计算时间认为是半周计算的 2 倍。

对于该转子,如果要计算全部 33 个节径的气动阻尼,每个叶片间相位角状态计算 12 个振动周期响应,通过传统能量法计算大约需要 68 696 min (N_d=0 时用 1 个通道, N_d=17 时用 2 个通道);而通过双通道方法计算大约需要 9 078 min,双通道方法计算效率约为传统能量法的 7.7 倍。同时,对内存的需求也有较大的区别,对于传统能量法,计算采用单精度求解器,17 通道计算域所需计算内存约为 6.08 GB,双通道方法使用双精度求解器,所需内存约为 2.82 GB,对内存的需求传统能量法约为双通道方法的 2.2 倍。

4 结 论

1) 分别基于传统的周期边界和带相位延迟的周期边界条件,建立了传统能量法和双通道方法高效气动阻尼计算模型,计算了转子在近设计状态,一弯振动模态,不同叶片间相位角条件下的气动阻尼。两种方法的阻尼计算结果基本一致,说明了双通道方法的正确性,同时比较了两种方法的计算效率及对内存的需求,计算表明相对于传统能量法,其能有效地提高计算效率并能节省计算资源。

2) 比较了转子在近设计状态和近颤振状态的气动阻尼,结果表明,叶间相位角对气动阻尼的影响是显著的,同时,对应不同的叶片间相位角,近设计状态的气动阻尼均大于近颤振状态。对于该转子,在两种工况下, N_d=-4 时气动阻尼均最小,特别的在近颤振状态,其为 0,意味着叶片在该状态达到临界状态。

3) 通过比较不同叶片振幅对气动阻尼计算结果的影响发现,即便是在小的叶片振幅条件 (小于 1.6 mm) 下,流动非线性现象对气动弹性稳定性仍然有非常显著的影响。

参考文献:

- [1] 郭恩民. 叶轮机流动诱发振动现象的非定常气动探索[D]. 北京:北京航空航天大学,1997.
GUO Enmin. Unsteady aerodynamic analysis of flow induced vibration phenomena in turbomachinery [D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1997. (in Chinese)
- [2] 陈桂彬, 邹丛青, 杨超. 气动弹性设计基础[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2004:3-4.
- [3] 周盛. 叶轮机气动弹性力学引论[M]. 北京:国防工业出版社

- 社,1986:1-11.
- [4] 刘文阁,冯毓诚.对经验法预测叶片失速颤振的分析及叶片颤振数据库的建立[J].北京航空学院学报,1986(4):113-122.
- LIU Wenge,FENG Yucheng. Analysis of empirical flutter prediction method of blades and establishment of a flutter data bank[J]. Journal of Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics,1986(4):113-122. (in Chinese)
- [5] Marshall J G, Imregum M A. Review of aeroelasticity methods with emphasis on turbomachinery applications[J]. Journal of Fluids and Structure, 1996, 10(3): 237-267.
- [6] Bendiksen O O, Friedmann P P. The effect of bending torsion coupling on fan and compressor blade flutter[J]. Journal of Engineering for Power, 1982, 104(3): 617-623.
- [7] Reddy T S R, Bakhle M A. Aeroelastic computations of a compressor stage using the harmonic balance method[R]. NASA/TM-2010-216240, 2010.
- [8] Cartas F O. Coupled blade-disk-shroud flutter instabilities in turbojet engine rotors[J]. Journal of Engineering for Power, 1967, 89(3): 419-426.
- [9] Bendiksen O O. Aeroelastic problems in turbomachines[R]. AIAA-1990-1157, 1990.
- [10] Sadeghi M, Liu F. Computation of mistuning effects on cascade flutter[J]. AIAA Journal, 2001, 39(1): 22-28.
- [11] Cinnella P, De Palma P, Pascazio G, et al. A numerical method for turbomachinery aeroelasticity[J]. Journal of Turbomachinery, 2004, 126(2): 310-316.
- [12] 胡运聪,周新海.振动叶栅非定常气动力的数值分析及应用[J].应用力学学报,2004,21(3):49-52.
- HU Yuncong,ZHOU Xinhai. Numerical analysis of vibrating cascade unsteady aerodynamics and its application[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2004, 21(3): 49-52. (in Chinese)
- [13] 张小伟,王延荣.叶间相位角对叶片颤振的影响[J].航空动力学报,2010,25(2):412-416.
- ZHANG Xiaowei,WANG Yanrong. Influence of interblade phase angle on the flutter of rotor blades[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(2): 412-416. (in Chinese)
- [14] 郑赞,王静.错频对叶片的气动弹性稳定性影响[J].航空动力学报,2013,28(5):1029-1036.
- ZHENG Yun,WANG Jing. Influence of frequency mistuning on aeroelastic stability of blade[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(5): 1029-1036. (in Chinese)
- [15] Marshall J G, Denton J, Chew J W, et al. Prediction of low engine order inlet distortion driven resonance in a low aspect ratio fan[R]. ASME Paper 2000-GT-0374, 2000.
- [16] Breard C, Vahdati M, Sayma A I, et al. An integrated time-domain aeroelasticity model for the prediction of fan forced response due to inlet distortion[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2002, 124(1): 196-208.
- [17] Erdos J I, Alzner E, McNall W. Numerical solution of periodic transonic flow through a fan stage[J]. AIAA Journal, 1977, 15(11): 1559-1568.
- [18] Giles M B. Calculation of unsteady wake rotor interaction[J]. Journal of Propulsion and Power, 1988, 4(4): 356-362.
- [19] He L. An Euler solution for unsteady flows around oscillating blades[J]. Journal of Turbomachinery, 1989, 111(4): 714-722.
- [20] He L, Denton J D. Three-dimensional time marching inviscid and viscous solutions for unsteady flows around vibrating blades[J]. Journal of Turbomachinery, 1994, 116(3): 469-476.
- [21] 冯毓诚,胡宗安,赵秀华,等.轴流压气机流体诱发振动的实验研究[J].北京航空学院学报,1986(4):103-111.
- FENG Yucheng,HU Zongan,ZHAO Xiuhua, et al. Experimental investigation on flow induce vibration in axial flow compressors[J]. Journal of Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics, 1986(4): 103-111. (in Chinese)