

用强耦合 RANS 方法模拟旋翼悬停流场

姬昌睿^{1,2}, 杨小权², 杨爱明³, 司江涛², 刘沛清¹

- (1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191;
2. 中国商用飞机有限责任公司 上海飞机设计研究院, 上海 201210;
3. 复旦大学 力学与工程科学系, 上海 200433)

摘 要: 在旋转坐标系下, 将 Spalart-Allmaras (S-A) 一方程湍流模型和 Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) 方程耦合成一个新的 RANS 方程, 并发展了基于多块重叠网格的强耦合 RANS 求解方法, 用于直升机旋翼悬停流场的数值模拟. 为了提高计算效率, 针对多重网格方法在多块重叠网格上实施的困难, 提出了一种基于重叠网格的多重网格实施方法. 通过对 Caradonna-Tung (C-T) 和 ONERA 7A 旋翼悬停算例验证了发展的强耦合 RANS 方法和基于重叠网格的多重网格实施方法的有效性. 研究表明: 发展的基于重叠网格的多重网格方法有较高的计算效率, 3 层网格的加速比约为 7.7; 强耦合 RANS 法的计算精度明显高于传统的松耦合 RANS 方法, 特别是在与阻力相关性能参数的预测中, 强耦合 RANS 方法的预测结果更加精确.

关 键 词: 悬停旋翼; Spalart-Allmaras 湍流模型; RANS 方法; 强耦合; 多重网格方法; 重叠网格
中图分类号: V211.3 **文献标志码:** A

Strongly coupled RANS algorithm for simulating hovering rotor flow

Ji Chang-rui^{1,2}, YANG Xiao-quan², YANG Ai-ming³,
SI Jiang-tao², LIU Pei-qing¹

- (1. School of Aeronautical Science and Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Shanghai Aircraft Design and Research Institute,
Commercial Aircraft Corporation of China, Ltd., Shanghai 201210, China;
3. Department of Mechanics and Mechanical Engineering Science,
Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: In the rotating coordinate system, Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) equations and Spalart-Allmaras (S-A) equation model were coupled as a new strongly coupled RANS equation, then a strongly coupled RANS algorithm based on overlap grids was proposed and applied to simulate helicopter rotors viscous flow in hover. In order to improve efficiency, a new implementation method of multigrid algorithm based on overset grids was proposed for solving the difficulty of implementation in chimera grids system. The effectiveness of strongly coupled RANS method and the proposal of multigrid algorithm based on chimera grids was verified using Caradonna-Tung (C-T) and ONERA 7A hover test cases. The results show that the proposal of multigrid algorithm based on overlap grids has much higher

efficiency, and the speed up ratio of three-level multigrid is about 7.7; the accuracy of strongly coupled RANS algorithm is super higher than loosely coupled RANS algorithm, especially in the prediction of performance parameters relevant to drag force.

Key words: hovering rotor; Spalart-Allmaras turbulence model; RANS algorithm; strongly coupled algorithm; multigrid algorithm; overlap grid

直升机旋翼悬停流场的主要特征包括:高速流动与低速流动并存,桨尖附近的流动可达跨声速,这有可能产生激波和激波诱导的边界层分离,而桨毂附近的流动却在不可压范围内;桨尖涡始终盘旋在桨叶下方,主宰着整个流场,某些状态下还有可能产生叶涡干扰现象.桨尖涡的捕捉不仅需要低耗散的数值格式,而且需要足够密的网格,这势必导致旋翼流场计算量大,收敛速度缓慢.旋翼流场的复杂性使得旋翼流场的数值模拟变得非常困难.因此,准确高效的旋翼流场数值模拟仍然是一个挑战性课题^[1-2].

在过去的二十多年里旋翼 CFD 技术得到了飞速发展,以 RANS 方程和湍流模型相结合的数值模拟方法成了工程中最重要研究手段之一^[2-3]. S-A 湍流模型方程和 RANS 方程的求解方式可分为两类:一类是先求解湍流模型方程得到湍流黏度后再冻结湍流黏度进行 RANS 方程求解的松耦合求解方式,这方面的研究工作国内外学者做了很多重要的研究工作^[1-3];另一类是湍流模型的方程和 RANS 方程耦合成为一个系统方程,然后采用统一的数值方法同步求解的 RANS 强耦合求解方式.与传统的松耦合 RANS 求解方法相比较,强耦合方式能够消除松耦合求解时因采用不同的数值方法异步求解而产生的额外数值耗散,提高计算精度.有关强耦合求解方法的研究还比较少见,但国内外学者也做了一些有价值的研究工作.其中有代表性的工作有 Kunz, Liu 和 Barakos 等人^[4-6]对于两方程 $k-\epsilon$ 或 $k-\omega$ 湍流模型和 RANS 方程强耦合算法的翼型和机翼的黏性绕流研究. Huang 等人^[7]实现了 S-A 模型和 RANS 方程强耦合求解,并发展了相应的 5 阶 (weighted essentially non-oscillatory) WENO 格式和预处理技术,用于机翼定常黏性绕流问题的求解.杨小权等人^[8]将 S-A 模型方程与 RANS 方程耦合成为一个强耦合 RANS 方程,发展了一种用于求解该系统方程的强耦合算法,并用该方法模拟了振荡翼型和机翼黏性绕流.这些研究工作大多集中在翼型和机翼黏性绕流问题的求解中,有关基于重叠网格的直升机旋翼复杂流动的数值模

拟研究还处于空白.

在众多加速收敛措施中,多重网格方法是最有效的加速收敛手段之一.对于重叠网格而言,由于洞区和人工边界的存在,在采用多重网格时,网格被粗化后,需要在各层粗网格上重新确定重叠关系,这势必给多重网格的实施带来一定困难^[9].虽然国内外学者在这方面做了一些有意义的研究工作,但是大多都只实现了基于重叠网格的两层多重网格计算,而基于重叠网格的 3 层多重网格计算还比较少见.由此可见,基于重叠网格的多重网格的实施方法研究意义重大.

为了消除 S-A 模型和 RANS 方程在松耦合求解中因采用不同的数值方法异步求解时引起的额外数值耗散,本文将 S-A 模型方程与 RANS 方程耦合成为一个系统方程,发展了基于重叠网格和多重网格的新型强耦合 RANS 方法,用于直升机旋翼悬停流场的数值模拟.为了提高计算效率,本文提出了一种基于重叠网格的多重网格实施方法,可以实现至少 3 层以上多重网格计算.通过对 Caradonna-Tung (C-T) 旋翼和 ONERA 7A 旋翼等旋翼模型的数值模拟,验证了提出的基于重叠网格的多重网格的实施方法的有效性,对比分析了发展方法的强耦合 RANS 算法在旋翼流场模拟中的计算精度.

1 控制方程

在固连于旋翼的非惯性旋转坐标系下观察流体的绝对运动,悬停流场实际上是具有旋转对称性的定常流场.在旋转坐标系下将可压缩 RANS 方程与 S-A 湍流模型方程进行耦合,可以得到旋转坐标系下的新型强耦合 RANS 方程

$$\int_V \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau} dV + \oint_{\partial V} \mathbf{f}_c \cdot \mathbf{n} ds - \oint_{\partial V} \mathbf{f}_v \cdot \mathbf{n} ds - \int_V \mathbf{h} dV = 0 \quad (1)$$

其中 V 为控制体体积, τ 为伪时间, $\mathbf{n}$ 为控制体法向矢量, ds 和 dV 分别为面积和体积微元.守恒变量为

$$\mathbf{w} = [\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho E, \bar{v}]^T \quad (2)$$

式中 ρ, E 分别为密度和总能量; u_1, u_2, u_3 分别为流体沿坐标轴 x_1, x_2, x_3 的速度分量; $\bar{v}$ 为湍流黏度变量; h 为源项; 对流通量 f_c 和黏性通量 f_v 的分量 f_{ci} 和 f_{vi} 分别为

$$\mathbf{h} = [0, -\rho\omega u_3, 0, \rho\omega u_1, 0, h_6]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{f}_{ci} = \begin{Bmatrix} \rho(u_i - u_{bi}) \\ \rho(u_i - u_{bi})u_1 + p\delta_{i1} \\ \rho(u_i - u_{bi})u_2 + p\delta_{i2} \\ \rho(u_i - u_{bi})u_3 + p\delta_{i3} \\ \rho(u_i - u_{bi})H + pu_{bi} \\ (u_i - u_{bi})\bar{v} \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_{vi} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \sigma_{i1} \\ \sigma_{i2} \\ \sigma_{i3} \\ u_i\sigma_{ij} + \kappa \frac{\partial T}{\partial x_i} \\ \frac{1}{\sigma} [v + (1 + C_{b2})\bar{v}] \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_i} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

其中 ω 为旋转角速度, u_i 是速度分量, H 为总焓, p 为压力, δ 为克罗内克符号, T 为温度, x_i 是笛卡儿坐标系下的坐标分量, u_{bi} 是网格的运动速度, κ 是热传导系数.

式(4)中的黏性应力 σ_{ij} 和源项分量 h_6 分别为

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (5)$$

$$h_6 = -\frac{C_{b2}}{\sigma} \bar{v} \nabla^2 \bar{v} + C_{b1} (1 - f_{t_2}) S \bar{v} +$$

$$\left\{ C_{b1} [(1 - f_{t_2}) f_{v_2} + f_{t_1}] \frac{1}{k^2} - C_{w1} f_w \right\} \left(\frac{\bar{v}}{d} \right)^2 \quad (6)$$

其中 μ 为黏度, v 为分子黏度, d 是到壁面的最近距离, S 为涡量, k 为常数. 为了封闭方程(1), 引入状态方程

$$p = (\gamma - 1) \rho \left[E - \frac{1}{2} u_i u_i \right] \quad (7)$$

方程(1)采用有限体积法进行离散, 则空间半离散控制方程为

$$V \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau} + \mathbf{R}(\mathbf{w}) = 0 \quad (8)$$

其中 $\mathbf{R}$ 为控制体边界上的通量之和.

可压缩流动的 S-A 湍流模型方程^[10]为

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \tau} + \frac{\partial (\bar{v} u_j)}{\partial x_j} = P + Y + G \quad (9)$$

式(9)中右端的 P, Y, G 分别为生成项、破坏项和

耗散项三部分

$$P = C_{b1} (1 - f_{t_2}) S \bar{v} \quad (10)$$

$$Y =$$

$$\left\{ C_{b1} [(1 - f_{t_2}) f_{v_2} + f_{t_1}] \frac{1}{k^2} - C_{w1} f_w \right\} \left(\frac{\bar{v}}{d} \right)^2 \quad (11)$$

$$G = -\frac{C_{b2}}{\sigma} \bar{v} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x_j^2} +$$

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + (1 + C_{b2}) \bar{v}) \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_j} \right] \quad (12)$$

湍流黏度 μ_t 和变量 $\bar{v}$ 的关系式为

$$\mu_t = \rho \bar{v} f_{v_1} \quad (13)$$

S-A 模型中其余相关参数见文献[10].

2 数值计算方法

2.1 时间推进

方程(8)中的伪时间项进行 1 阶向后差分离散

$$V \frac{\mathbf{w}^{n+1} - \mathbf{w}^n}{\Delta \tau} + \mathbf{R}(\mathbf{w}^{n+1}) = 0 \quad (14)$$

其中 Δt 是当地时间步长. 对式(14)残值线性化得

$$\left[\frac{V}{\Delta \tau} \mathbf{I} + \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{w}} \right)^n \right] \Delta \mathbf{w} = -\mathbf{R}(\mathbf{w}^n) \quad (15)$$

式(15)可以采用 LU-SGS (lower-upper symmetric Gauss-Seidel) 格式^[11]进行求解

$$(\mathbf{L} + \mathbf{D}) \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{D} + \mathbf{U}) \Delta \mathbf{w} = -\mathbf{R}(\mathbf{w}^{n+1}) \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{L} = -(\mathbf{A}_{i-1,j,k}^+ + \mathbf{B}_{i,j-1,k}^+ + \mathbf{C}_{i,j,k-1}^+)$$

$$\mathbf{D} = \left[\frac{V_{i,j,k}}{\Delta \tau} + \alpha(\phi_A + \phi_B + \phi_C) \right] \mathbf{I}$$

$$\mathbf{U} = (\mathbf{A}_{i+1,j,k}^- + \mathbf{B}_{i,j+1,k}^- + \mathbf{C}_{i,j,k+1}^-) \quad (17)$$

这里 ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C 是 Jacobian 矩阵 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 的谱半径; $\mathbf{I}$ 为单位矩阵; α 是一个大于 1 的常数, 在本文计算中取 1.2. α 取值越大, 格式稳定性越好, 但收敛速度会降低. 式(16)求解分 3 步进行, 即: 向前扫描、向后扫描和更新变量 $\mathbf{w}$.

控制方程(8)中的源项包括两部分: 一部分是旋转通量; 另一部分是 S-A 模型源项. 这两部分源项的存在对于程序的稳定性和收敛性有一定的影响, 特别是湍流模型源项, 不仅对程序的收敛性影响较大, 而且对程序的时间步长也有较大的影响, 这点对于复杂流动影响显著, 因此需要对源项进行隐式化处理和对当地时间步长进行修正, 具体做法如下:

1) 旋转通量源项的处理

将源项 $\mathbf{h}$ 中的旋转通量部分做隐式化处

理^[12]的具体做法是将源项的旋转通量部分的 Jacobian 矩阵 $\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{w}$ 放在 $\mathbf{U}$ 扫描中

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{w}_{i,j,k} &= \Delta \mathbf{w}_{i,j,k}^* - \\ \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{A}_{i+1,j,k}^- + \mathbf{B}_{i,j+1,k}^- + \mathbf{C}_{i,j,k+1}^- + \mathbf{F}) \Delta \mathbf{w}_{i,j,k} \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\mathbf{F} = \mathbf{V} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{w}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -V\omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -V\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

2) S-A 湍流模型源项的处理

由于 S-A 湍流模型源项在数值求解中不能为负,因此可对其 Jacobian 矩阵的特征值进行修正,现以 x_1 方向为例,给出具体表达式

$$\phi'_A = \phi_A + \frac{\gamma\mu}{\rho Pr} (\xi_1)_{x_1}^2 + S_v \quad (20)$$

其中

$$S_v = \begin{cases} \left(\frac{\partial P}{\partial \bar{v}} + \frac{\partial Y}{\partial \bar{v}} \right) V & \left(\frac{\partial P}{\partial \bar{v}} + \frac{\partial Y}{\partial \bar{v}} \right) > 0 \\ 0 & \left(\frac{\partial P}{\partial \bar{v}} + \frac{\partial Y}{\partial \bar{v}} \right) \leq 0 \end{cases} \quad (21)$$

3) 当地时间步长的修正

本文采用的当地时间步长为

$$\begin{aligned} \Delta \tau &= \min(\Delta t, 100.0), \\ \Delta t &= \frac{R_{CFL}}{t_1 + t_2 + t_3} \end{aligned} \quad (22)$$

式中 R_{CFL} 为柯朗数,其中

$$\begin{aligned} t_1 &= |U_1| + c|\nabla \xi_1| + \beta|\nabla \xi_1|^2 \frac{\mu\gamma}{\rho Pr} \\ t_2 &= |U_2| + c|\nabla \xi_2| + \beta|\nabla \xi_2|^2 \frac{\mu\gamma}{\rho Pr} \\ t_3 &= |U_3| + c|\nabla \xi_3| + \beta|\nabla \xi_3|^2 \frac{\mu\gamma}{\rho Pr} \end{aligned} \quad (23)$$

式中 c 为声速.

传统的计算中常数 β 取 2,本文计算中由于系统方程的稳定域受 S-A 模型的稳定域的限制,需要增大黏性时间步长的影响, β 取 4 能够更稳定,且取较大 R_{CFL} 数,本文计算中 R_{CFL} 数取 5.

2.2 空间离散

空间离散采用格心有限体积法.基于近似 Riemann 解的 Roe 格式^[13]所构造的界面处的通

量函数表达式为

$$f_{cl} = \frac{1}{2}(f_{cl}(Q_l) + f_{cl}(Q_r)) - \frac{1}{2}|\tilde{\mathbf{A}}|(Q_r - Q_l) \quad (24)$$

其中 Q_l 和 Q_r 分别为控制体界面两侧的原始变量 $Q = [r, u, v, w, p, \bar{v}]^T$, “ $\sim$ ”表示 Roe 平均, $\tilde{\mathbf{A}}$ 为 Roe 平均 Jacobian 矩阵.

$$|\tilde{\mathbf{A}}| = |\tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\mathbf{w}})| = \tilde{\mathbf{R}}|\tilde{\mathbf{A}}|\tilde{\mathbf{R}}^{-1} \quad (25)$$

式中 $\tilde{\mathbf{A}}$ 表示由 Roe 平均矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}$ 的特征值组成的对角阵; $\tilde{\mathbf{R}}^{-1}$, $\tilde{\mathbf{R}}$ 分别表示为 $\tilde{\mathbf{A}}$ 的左、右特征矩阵.为了满足熵条件,对 Jacobian 矩阵的特征值进行熵修正,这里采用 Harten 的熵修正^[14].为了提高格式精度,界面两侧原始变量 Q_l 和 Q_r 的值通过 3 阶 MUSCL(monotone upstream-centred schemes for conservation laws)格式插值得到,为了避免插值过程中引入非物理的振荡,采用了 Van Albada 通量限制器^[15].

2.3 基于重叠网格的多重网格实施方法

多重网格方法是通过网格粗化在粗细不同的网格上的采用相同的迭代方法消除高频波动误差和低频光滑误差,最终达到所有网格上的一致收敛,从而能够达到加速收敛的效果.有关多重网格的相关详细介绍请参考文献[16].

多块重叠网格(也称之为嵌套网格)是一种处理复杂外形网格布局的有效形式,因其网格生成的便利而得到了广泛的应用.对于重叠网格而言,由于洞区和人工边界的存在,在采用多重网格时,网格被粗化后,给各层网格的限制和插值过程带来一些问题,需要在各层粗网格上重新确定重叠关系,同时若采用高精度格式针对重叠边界的插值又提出了更高的要求,这些势必给多重网格的实施带来一定的困难^[9],主要包括:

1) 洞区的确定.

2) 重叠边界单元的确定,主要包含洞边界单元和人工外边界单元的确定以及高精度格式重叠边界的处理.

3) 粗细网格间的限制和插值过程.

针对上述问题本文提出如下实施方法:

1) 首先确定粗网格上的洞区,其次由粗网格上的洞单元依次确定各细网格上的洞区,即与粗网格上的一个洞单元对应的 8 个细网格上的单元为洞单元.

2) 在洞单元确定后,重叠边界单元(洞边界和人工外边界单元)通过外推法确定.为了解决高精度格式插值需求,重叠边界在密网格上采用两

层格心插值,在细网格上采用一层格心和一层面心插值(如图 1 所示),这样可以保证粗网格上有足够的插值点。

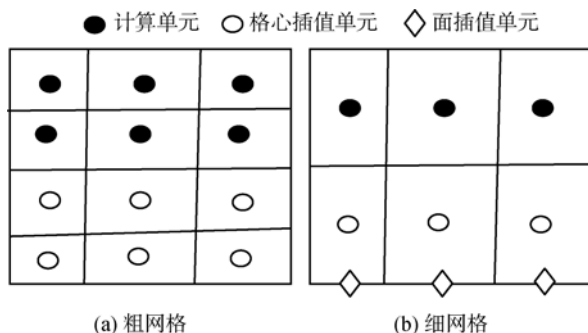


图 1 重叠边界插值示意图

Fig. 1 Overlap boundary interpolation

3) 在细网格向粗网格传值的限制过程中,所有单元全部限制到粗网格上,在粗网格向细网格插值过程中,只将计算单元插值到细网格上。

4) 粗网格上重叠边界的值在粗网格上通过搜索贡献单元的方式得到,在细网格通过冻结细网格上的值得到。

5) 限制过程可采用体积加权方法,插值过程建议采用直接赋值方法。

图 2 给出了传统方法和本文方法的重叠网格在各层网格上的洞区示意图。从图可知传统方法首先确定细网格上的洞区,然而这种方法容易导致洞区随着网格的粗化逐层扩大,而本文方法先确定粗网格上的洞区,这样处理的好处是洞区在所有层网格上保持不变,洞单元的值始终是来流的值,粗网格上重叠边界的处理更加灵活,可以实现至少 3 层多重网格的计算,同时适用于静态和动态重叠网格系统。

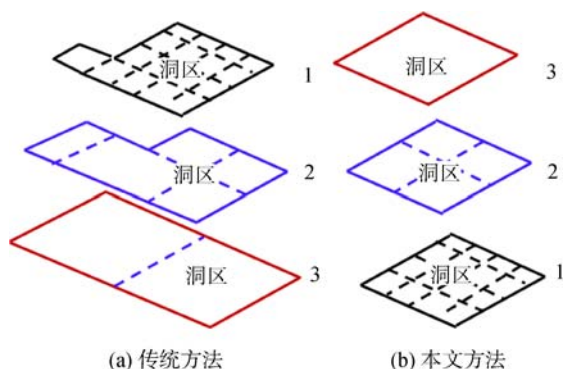


图 2 重叠网格各层洞区示意图

Fig. 2 Every level holes of overlap grids

2.4 边界条件

2.4.1 物面边界条件

对于 N-S 方程而言满足无滑移边界条件

$$(u_i)_w = (u_{bi})_w \quad (26)$$

式中下标“w”表示物面;下标 i 取 1, 2, 3. 压力通过插值得到

$$p_w = p_1 + \frac{1}{2}(p_1 - p_2) \quad (27)$$

变量 $\bar{v}$ 和湍流黏度 μ_t 在物面为 0。

2.4.2 远场边界条件

流场守恒变量远场边界采用修正的 Riemann 不变量^[17]处理,变量 $\bar{v}$ 和 μ_t 在远场通过出入流条件来确定。

$$\bar{u}_\infty = 1.341946 \bar{u}_0, \quad \mu_\infty = 0.009 \quad (28)$$

2.4.3 周期边界条件

悬停旋翼流场具有旋转对称性,对于包括 N_b 片桨叶的旋翼来说,只需要取一片桨叶和其对应的 $1/N_b$ 计算域进行计算,其余桨叶的影响可以通过周期边界条件来实现,在周向边界上采用周期边界条件^[1]。

2.4.4 重叠边界条件

重叠边界分为人工外边界和洞边界两类。对旋翼网格而言人工外边界通过背景网格插值得到;对于背景网格而言,由于旋翼的存在,导致洞区和洞边界的存在,背景网格的洞边界通过旋翼网格插值得到。重叠边界的插值采用了三线性插值方法。

3 算例分析

为了分析本文发展的基于重叠网格的多重网格方法和 S-A 湍流模型和 RANS 方程相耦合的强耦合 RANS 算法在求解直升机旋翼悬停黏性绕流中的计算效率和计算精度,本文选择 Caradonna-Tung (C-T) 和 ONERA 7A 旋翼的悬停态进行了数值模拟,其计算条件见表 1 (表中 $\theta_{0.7}$ 为桨叶沿轴向 70% 处的总距)。算例采用 3 层多重网格 3V-2-4-8 循环方式进行计算。

表 1 C-T 和 ONERA 7A 旋翼计算条件

Table 1 Flow conditions for C-T and ONERA 7A rotor

实验方案	桨尖马赫数	$\theta_{0.7}/(^{\circ})$	$Re/10^5$
C-T ^[18]	0.610	12	6.5
ONERA 7A ^[19]	0.617	5.79	14.4

3.1 C-T 旋翼亚声速黏性绕流

C-T 旋翼^[18] 包括两片桨叶, 桨叶形状为矩形, 桨叶半径为 1.143 m, 弦长为 19.05 cm, 桨叶展弦比为 6, 桨叶剖面形状为 NACA0012 翼型且无扭转, 无尖削。

计算网格采用两块重叠网格, 旋翼网格为 C-H 型, 背景网格为 O-H 型 (如图 3 所示)。旋翼网格的大小为 201 (弦向) $\times$ 49 (法向) $\times$ 73 (展向), 桨叶在展向占据 160 $\times$ 40 个网格单元。背景网格的大小为 81 (周向) $\times$ 101 (法向) $\times$ 101 (径向)。总计网格点数为 1.55×10^6 。为了满足重叠区的插值精度, 重叠区内的网格进行了适当加密。

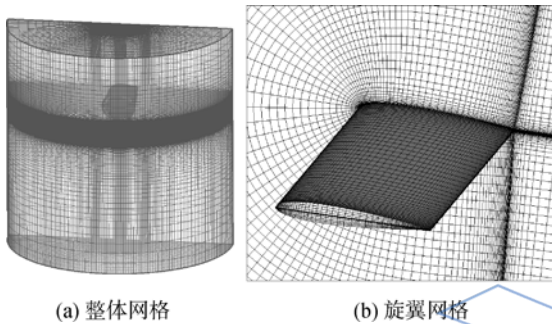


图 3 C-T 旋翼重叠网格系统

Fig. 3 Overlap grids system for C-T rotor

图 4 和图 5 分别给出了残值 (e_s) 和拉力系数 (C_t) 的收敛曲线 (图 4 中 e_{s0} 为初始残值)。通过对残值和拉力系数的收敛图分析可知, 要使残值和拉力系数同时达到收敛标准, 单层网格需要近 5600 次迭代, 3 层多重网格只需要近 480 次迭代。就计算时间而言, 单层网格每步计算时间约为 23 s, 3 层多重网格每步计算时间约为 35 s, 在达到收敛标准时单层网格耗时近 36 h, 多重网格耗时

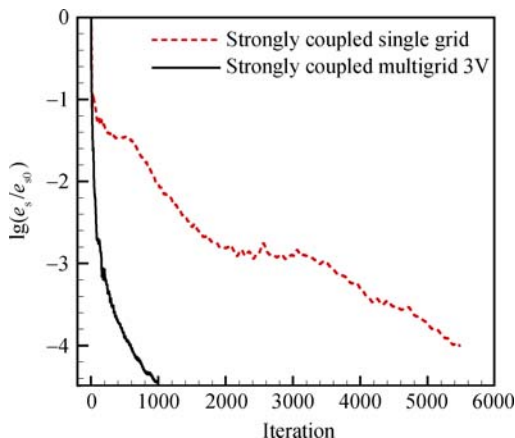


图 4 残值收敛曲线图

Fig. 4 Convergence curves of residuals

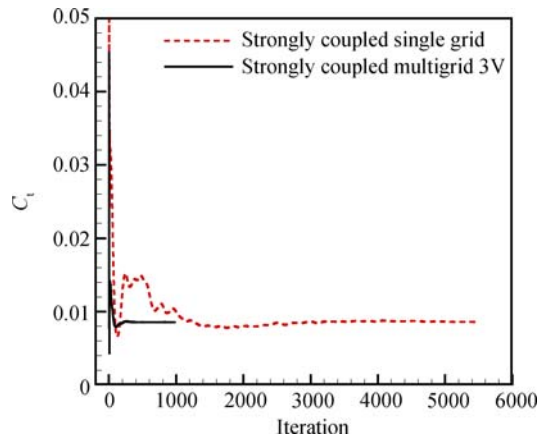


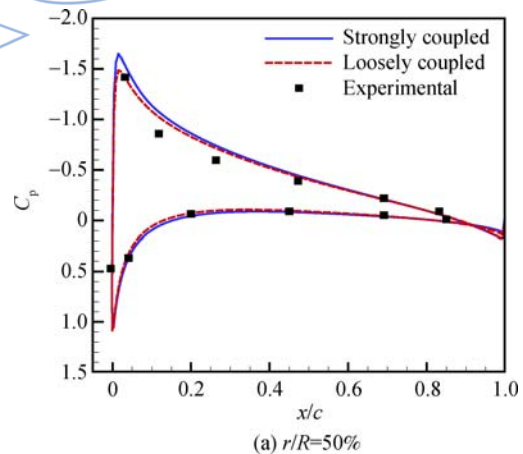
图 5 拉力系数收敛曲线图

Fig. 5 Convergence curves of thrust coefficients

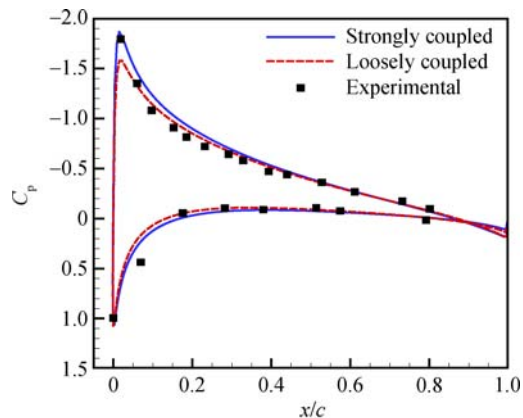
近 4.7 h, 加速比约为 7.7。这说明本文发展的基于重叠网格的多重网格方法非常有效, 具有较高的计算效率。

图 6 给出了强耦合算法和松耦合算法计算的桨叶表面压力系数分布和实验值的对比 (图中横坐标 x/c 为无量纲弦长)。悬停旋翼表面压力系数的表达式为

$$C_p = \frac{2(p - p_\infty)}{\rho_\infty (\omega x_3)^2} \quad (29)$$



(a) $r/R=50\%$



(b) $r/R=68\%$

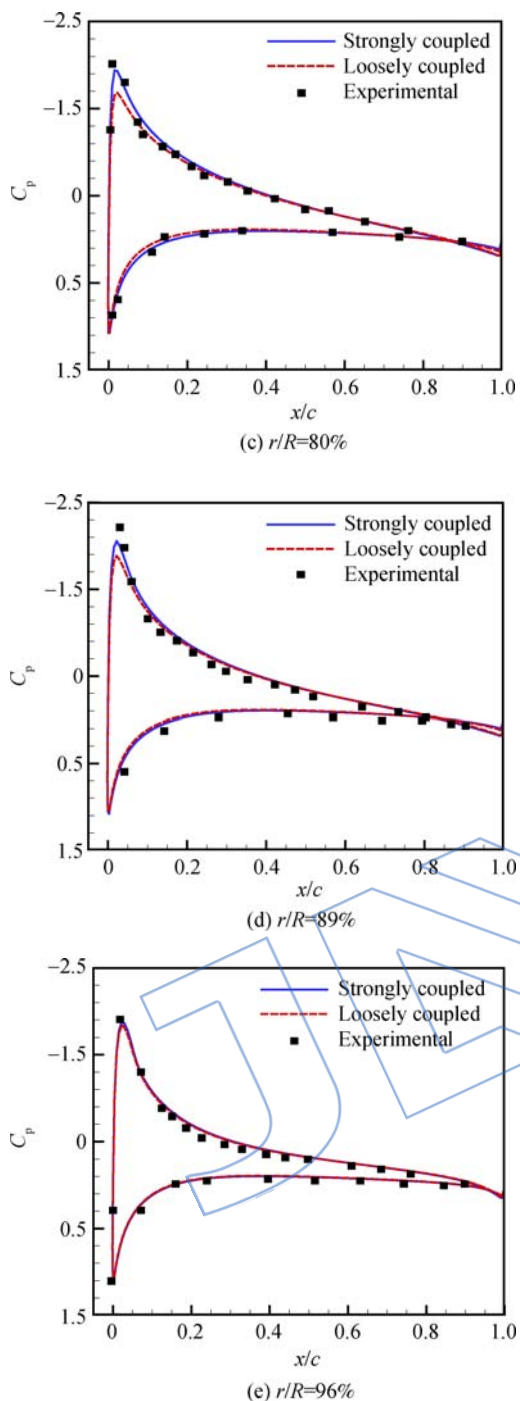


图6 桨叶表面压力系数的计算值和实验值的对比
Fig. 6 Comparison of computed and experiment pressure coefficients for blade surface

从图6可知,两种算法的计算值均和实验值吻合很好,强耦合算法计算的桨叶表面压力系数在展向位置(r/R)为68%,80%,89%处的压力系数负峰值略高于松耦合算法,和实验值吻合更好。

图7给出了90°方位角截面上的涡量等值线图(图中 $|\omega|$ 为无量纲涡量)。从图中可知从桨尖和桨根上脱出的尾涡,其中松耦合方法能捕捉到3个涡心位置的桨尖涡,桨根涡盘向下发展的距

离2.65;强耦合方法能够捕捉到4个涡心位置的桨尖涡,桨根涡盘向下发展的距离3.15。这说明强耦合算法的涡分辨率要高于松耦合算法。

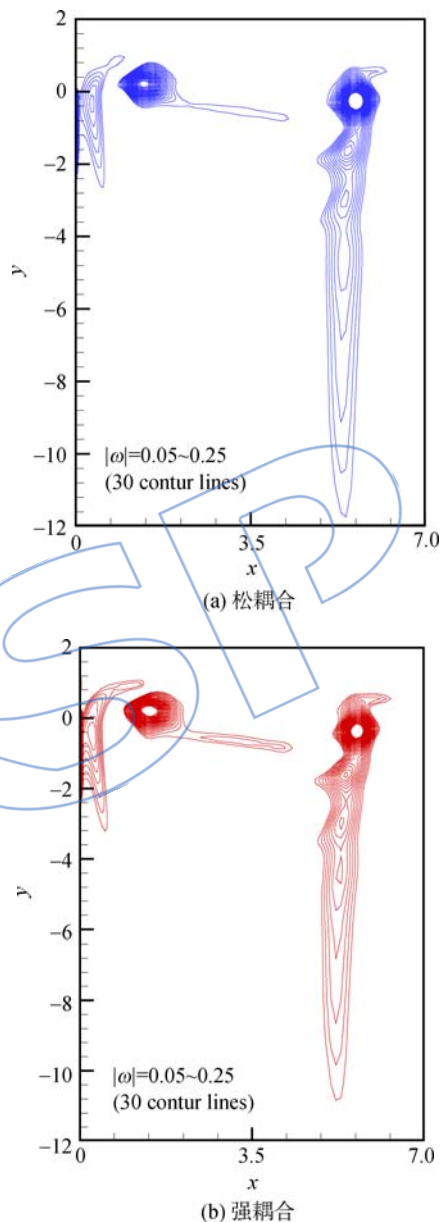


图7 松耦合算法和强耦合算法计算的涡量等值线图
Fig. 7 Vortices contour of computed by loosely and strongly algorithm

相比于松耦合算法强耦合算法求解的是一个六元方程组,计算量略有增加^[8],单步计算量增加值约为2.5%。但是强耦合算法采用了统一的数值方法同步求解,能够消除传统的松耦合求解中因采用不同的数值方法异步求解时引起的额外数值耗散,提高了流场计算精度和黏性分辨率。

3.2 ONERA 7A 旋翼亚声速黏性绕流

ONERA7A 旋翼^[19]包括4片桨叶,桨叶形状

为矩形,桨叶半径为 2.1 m,弦长为 0.14 m,展弦比为 15,桨叶根切为桨叶半径的 20%。桨叶由 OA213 翼型和 OA209 翼型组成,桨叶带有非线性几何负扭转,如图 8 所示。

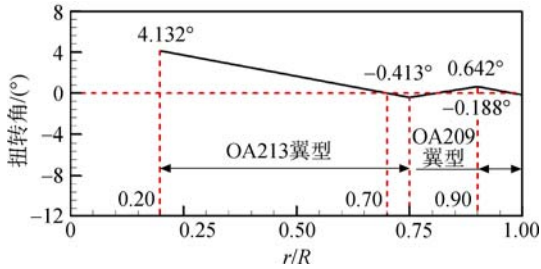


图 8 ONERA 7A 旋翼扭转角分布

Fig. 8 Torsion angle distribution of ONERA 7A rotor

计算网格采用两块重叠网格,旋翼网格为 C-H 型,背景网格为 O-H 型四分之一圆柱。旋翼网格的大小为 201(弦向)×49(法向)×73(展向),桨叶在展向占据 160×40 个网格单元。外围网格的大小为 81(周向)×101(法向)×101(径向),总计网格点数约为 1.55×10^6 。背景网格在重叠区和桨叶下方的尾迹区进行了加密,网格示意图见图 9。

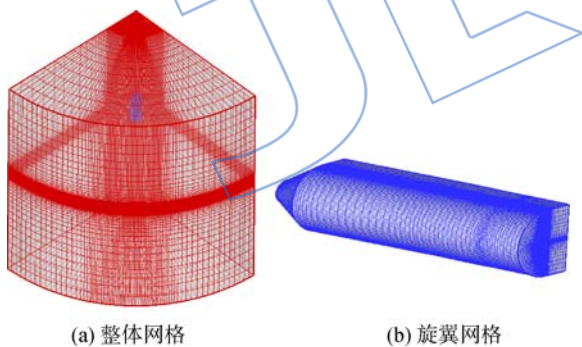


图 9 ONERA 7A 旋翼重叠网格系统

Fig. 9 Overlap grids system for ONERA 7A rotor

图 10 给出了桨叶表面压力系数的计算值和实验值的对比。从图可知,在这一算例中强耦合算法和松耦合算法计算的压力系数并无明显差别,均与实验值吻合较好。

衡量旋翼性能的重要参数有拉力系数 C_t 、扭矩系数 C_q 和悬停气动效率 η_m (figure of merit, 品质因素) 等参数,其中 η_m 反映了诱导功率与型阻功率的比例关系,其表达式为

$$\eta_m = \frac{C_{P_i}}{C_{P_i} + C_{P_0}} = \frac{C_t^{3/2} / \sqrt{2}}{C_P} \quad (30)$$

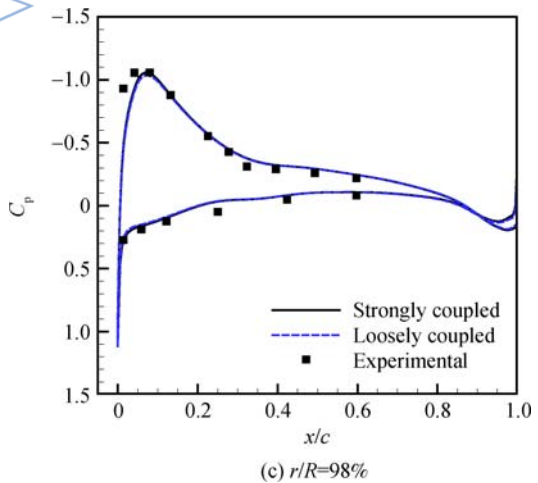
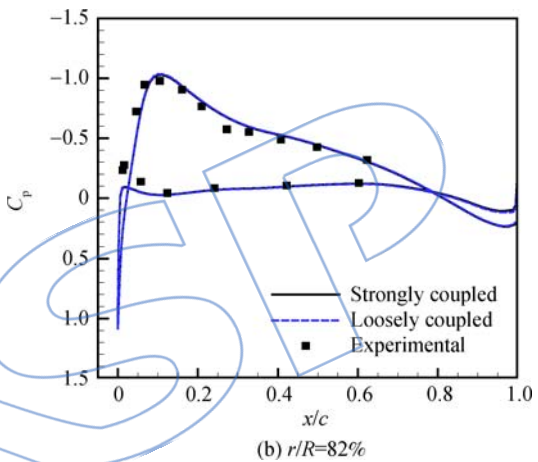
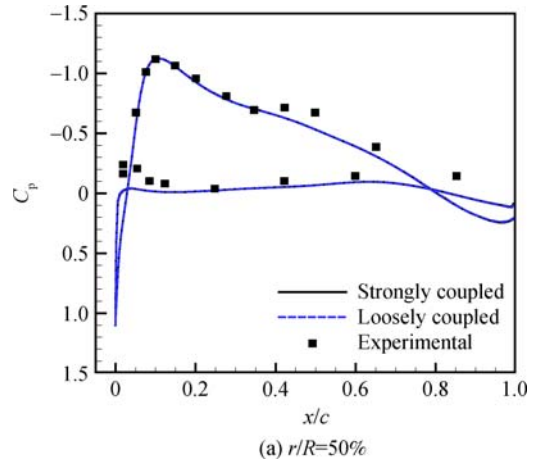


图 10 桨叶表面压力系数的计算值和实验值的对比

Fig. 10 Comparison of computed and experiment pressure coefficients for blade surface

其中 C_P 是总的旋翼功率系数,由诱导功率系数 C_{P_i} 和型阻功率系数 C_{P_0} 组成,在数值计算中分别通过压力和阻力的数值积分得到。

图 11 给出了强耦合算法与松耦合算法计算的拉力系数随总矩角的变化。研究结果表明,强耦

合算法的拉力系数计算值和实验值吻合更好. 图 12 给出了两种耦合算法的扭矩计算值随总距角的变化. 计算结果表明, 强耦合算法的扭矩系数 (C_q) 计算值和实验值吻合更好. 由于扭矩系数是由阻力系数积分得到, 因此强耦合算法的阻力预测精度要优于松耦合算法. 图 13 给出了两种耦合算法的悬停气动效率预测值随拉力系数的变化. 图可知, 强耦合算法的预测值和实验值最为接近. 强耦合算法相对于松耦合算法同时提高了拉力系数、流场的黏性分辨率和阻力的预测精度. 拉力系数计算精度的提高有利于旋翼有效功率和诱导功率的精确预测, 阻力系数的精度的提高有利于扭矩系数和型阻功率的高精度预测, 最终导致了旋翼悬停气动效率模拟精度的提高.

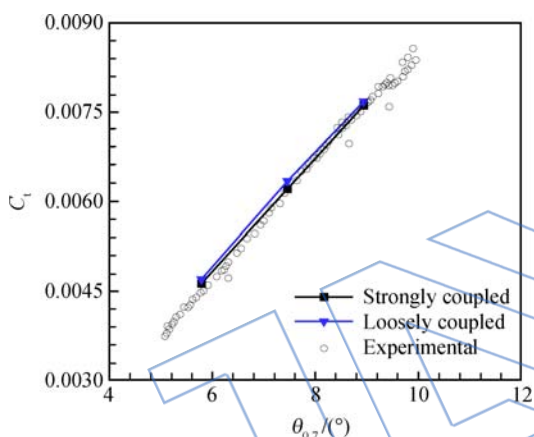


图 11 拉力系数的计算值和实验值的对比
Fig. 11 Comparison of computed and experiment thrust coefficient

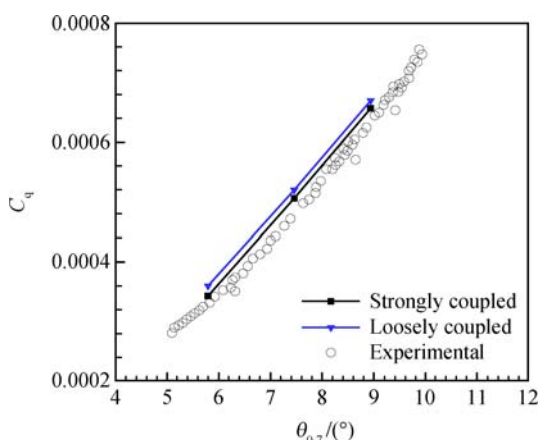


图 12 扭矩系数的计算值和实验值的对比
Fig. 12 Comparison of computed and experiment torque coefficient

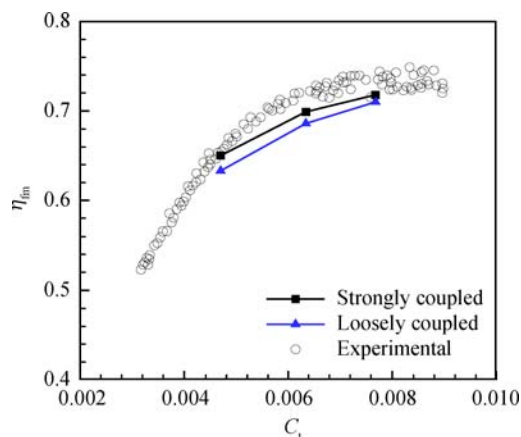


图 13 悬停气动效率 η_m 的计算值和实验值的对比
Fig. 13 Comparison of computed and experiment hovering rotor figure of merit

4 结 论

为了提高旋翼流场的计算精度和计算效率, 发展了旋转坐标系下的基于 S-A 模型方程和 RANS 方程相耦合的强耦合 RANS 算法, 针对基于重叠网格的多重网格实施困难, 提出了一种有效的实施方法, 并将这些方法用于直升机 C-T 和 ONERA 7A 旋翼的悬停态流场的数值模拟. 计算结果表明:

1) 发展的基于重叠网格的多重网格方法非常有效, 在悬停流场的计算中具有较高的计算效率, 三重网格的加速比约为 7.7.

2) 发展的强耦合 RANS 算法在悬停流场的模拟中具有较高的计算精度和良好的收敛性, 其计算结果明显优于松耦合 RANS 算法且与实验结果吻合更好, 特别是在与阻力相关性参数的预测中, 强耦合 RANS 算法的计算结果更加精确. 这说明强耦合 RANS 方法的计算精度明显高于松耦合方法, 这是因为强耦合 RANS 算法采用统一数值方法同步求解, 消除了因数值方法不同和异步求解产生的额外数值耗散, 提高了计算精度.

参考文献:

- [1] Allen C B. Multigrid acceleration of an upwind Euler method for hovering rotor flows[J]. Aeronautical Journal, 2001, 105(1): 517-524.
 - [2] 叶靚, 招启军, 徐国华. 基于非结构嵌套网格和逆风格的旋翼悬停流场数值模拟[J]. 空气动力学学报, 2009, 27(1): 62-66, 72.
- YE Liang, ZHAO Qijun, XU Guohua. Numerical simulation on rotor flowfield in hover based on unstructured em-

- bedded grid and upwind scheme[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2009, 27(1): 62-66, 72. (in Chinese)
- [3] Duraisamy K, Baeder J. High resolution wake capturing methodology for hovering rotors[J]. *Journal of the American Helicopter Society*, 2007, 52(2): 110-122.
- [4] Kunz R F, Lakshminarayana B. Stability of explicit Navier-Stokes procedures using $k-\epsilon$ and $k-\omega$ algebraic Reynolds stress turbulence models[J]. *Journal of Computational Physics*, 1992, 103(1): 141-159.
- [5] Liu F, Zhang X. A strongly coupled time-marching method for solving the Navier-Stokes and $k-\omega$ turbulence model equations with multigrid[J]. *Journal of Computational Physics*, 1996, 128(2): 289-300.
- [6] Barakos G, Drikakis D. Implicit unfactored implementation of two-equation turbulence models in compressible Navier-Stokes methods[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1998, 28(1): 73-94.
- [7] Huang J, Lin H, Yang J. Implicit preconditioned WENO scheme for steady viscous flow computation[J]. *Journal of Computational Physics*, 2009, 228(2): 420-438.
- [8] 杨小权, 杨爱明, 孙刚. 一种强耦合 Spalart-Allmaras 湍流模型的 RANS 方程的高效数值计算方法[J]. *航空学报*, 2013, 34(4): 787-797.
- YANG Xiaoquan, YANG Aiming, SUN Gang. An efficient numerical method for coupling the RANS equations with Spalart-Allmaras turbulence model equation[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(4): 787-797. (in Chinese)
- [9] YANG Aiming, YANG Xiaoquan. Multigrid acceleration and chimera technique for viscous flow past a hovering rotor[J]. *AIAA Journal of Aircraft*, 2011, 48(2): 713-715.
- [10] Spalart P R, Allmaras S R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows[J]. *La Recherche Aeronautique*, 1994, 1(1): 5-21.
- [11] Yoon S, Jameson A. A multigrid LU-SSOR scheme for approximate Newton iteration applied to the Euler equations[R]. NASA-CR-179524, 1986.
- [12] Srinivasan G R, Baeder J D, Obayashi S, et al. Flow field of a lifting rotor in hover: a Navier-Stokes simulation[J]. *AIAA Journal*, 1992, 30(10): 2371-2378.
- [13] Roe P L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes[J]. *Journal of Computational Physics*, 1981, 43(2): 357-372.
- [14] Harten A, Hyman J M. Self adjusting grid methods for one-dimensional hyperbolic conservation laws[J]. *Journal of Computational Physics*, 1983, 50(2): 235-269.
- [15] Anderson W K, Thomas J L, Van Leer B. A comparison of finite volume flux vector splitting for the Euler equations[R]. AIAA 85-0122, 1985.
- [16] 杨小权, 杨爱明, 翁培奋. 悬停旋翼无黏流场数值模拟中的多重网格方法[J]. *空气动力学学报*, 2009, 27(5): 608-615.
- YANG Xiaoquan, YANG Aiming, WENG Peifen. The multigrid method in Euler equation computation about a helicopter rotor in hover[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2009, 27(5): 608-615. (in Chinese)
- [17] Berkman M E, Sankar L N, Berezin C R, et al. Navier-Stokes/full potential/free-wake method for rotor flows[R]. AIAA 97-0401, 1997.
- [18] Caradonna F X, Tung C. Experimental and analytical studies of a model helicopter rotor in hover[J]. *Vertica*, 1981, 5(1): 149-161.
- [19] Schultz K J, Splettstosser W, Junker B, et al. A parametric windtunnel test on rotorcraft aerodynamics and aeroacoustics (helishape) test procedures and representative results[J]. *Aeronautical Journal*, 1997, 101(1004): 143-154.